こう配歯曲りばかき歯車の歯切法に関する研究*

(カッタ軸を傾けない実用的歯切設計法)

田村 久司**, 坂上 俊雄**

A Study of the Gear Cutting Method of Spiral Bevel Gears with a Tapered Tooth Height (A Practical Method without Cutter Tilt)

Hisashi TAMURA and Toshio SAKAUE

Spiral bevel gears given both crowning and profile modification, mesh with each other at a point. Such gears can allow unavoidable errors during manufacture, but are non-conjugate gears in a strict sense. This paper is concerned with the gear cutting method of such gears resulting in a negligibly small non-conjugacy. In this method, the Gleason hypoid generator is used without any alteration. Gears with a tapered tooth height are cut without cutter tilt. A negligible small non-conjugacy is achieved with a slight modification of the cutter. The main procedure of this method is to determine THE MACHINE SETTING taking into account both the engagement of gears and the location of tooth bearings.

Key Words: Gear, Spiral Bevel Gear, Gear Cutting Method, Ease-Off, Profile Modification, Crowning, Tooth Bearing, Tapered Tooth Height, Gleason Hypoid Generator

1. 緒 言

グリーンソン式こう配歯曲りばかき歯車は、歯当りの得にくい歯車である。これまでに、これの改善方法として、この歯車に歯形修整とクラウニングを同時に施した形の歯面を与えることを提案し、そのための歯切法をいくつか示した^{(1)~(3)}。

ところで、歯面に歯形修整とクラウニングを与えた歯車は、機構学的には共役な歯車ではなくなり、一般に非定速比点接触かみあいをする歯車になる。しかし、非定速比の度合が無視できる程度に小さく、また、点接触の程度も局所線接触に近いものであれば、この非共役歯車は実用上なんの支障も生じない。一方、非共役歯車でよいということは歯車の歯切設計の自由度の増大を意味し、場合によっては歯当りの出しやすい歯車の歯切設計が可能になるという期待ももてる。

前報では⁽³⁾、表題の歯車を非共役歯車と考えることによって、こう配歯であるにもかかわらず、カッタ軸を傾けないでもその歯切が可能であることを示した。そこでは設計基準点(考察点、歯当りの中心点)をピッ

チ円すい上の点に限定し、考察ならびに計算を簡単にしたが、グリーンソン方式ではこの基準点をピッチ円すい上に定めないので普通である。そこで本報は、歯面上の任意の点を設計基準点に選んだ場合のいわゆる実用的歯切設計法について考察を加えたので、それについて報告する。

2. カッタ切れ刃の形成する曲面

本研究で用いるカッタ切れ刃の形状を誇張して図1に示す。この形状は既報^{(1)~(3)}の場合と基本的には変わっていない。内側切れ刃は円弧で、その曲率半径 r はカッタ半径 R の3~4倍である。外側切れ刃はこれまでどおり直線であり、市販のものがそのまま使用できる。

内側切れ刃を円弧にしたために、これで歯切された被削歯車凸歯面が外側切れ刃で歯切された相手歯車凹歯面とかみあうとき、相対的にみると、歯形修整が施されたような効果を生じる。また、内・外切れ刃のカッタ軸まわりの回転半径差がかみあい歯面間に相対的クラウニングを与える。これが点接触かみあいをさせるための基本的考え方であるとともに、非共役歯車になる理由であるが、本研究の歯車が非共役歯車になる大きな理由は別にある。これについては後述する。

* 昭和61年10月25日 山梨地方講演会において講演、原稿受付 昭和61年4月23日。

** 正員、新潟大学工学部(〒950-21 新潟市五十嵐2の町8050)。

図1にもどる。\$O_c-x_c y_c z_c\$ はカッタに取付けた座標系であり、\$z_c\$ 軸はカッタ軸である。\$W\$ はポイント幅、\$\gamma_1, \gamma_2\$ は外・内切れ刃の傾き角、\$\theta\$ と \$v\$ は切れ刃曲(直)線を表すための径数である。\$y_0, z_0\$ は円弧の曲率中心の座標である。円弧は \$x_c=0\$ なる平面内で点 \$A(0, R-W/2, 0)\$ と \$B(0, R-W/2-R \tan \gamma_2/8, -R/8)\$ を通るものとした。そのときには

$$\left. \begin{aligned} y_0 &= R - W/2 - R \tan \gamma_2/16 \\ &\quad - \sqrt{r^2 \cos^2 \gamma_2 - (R/16)^2} \\ z_0 &= \sqrt{r^2 \sin^2 \gamma_2 - (R \tan \gamma_2/16)^2} - R/16 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

また、図1より \$\theta_0\$ は

$$\tan \theta_0 = z_0 / (R - W/2 - y_0) \dots\dots\dots (2)$$

カッタの圧力角を \$\alpha\$、カッタ番号を \$C\$ とすれば、切れ刃の傾き角(ラジアン)は

$$\gamma_{1,2} = \alpha \pm 0.002909C \dots\dots\dots (3)$$

さて、図1に示す内・外切れ刃を \$z_c\$ 軸まわりに旋回させたときに得る、いわゆる切れ刃の形成する曲面を \$O_c-x_c y_c z_c\$ で表し、それらを列ベクトル \$X_{gc}, X'_{gc}, X_{pc}, X'_{pc}\$ で示せば式(4)を得る⁽¹⁾。ここで添字 \$g, p\$ はそれぞれギヤ、ピニオンに関することを意味し、「'」はギヤ凸歯面とピニオン凹歯面に関することを意味するものとする。また、添字 \$c\$ はカッタ刃(歯)面であることを意味する。式(4)中の \$u, v\$ あるいは \$u, \theta\$ は曲面を表すための径数であり、\$u\$ は切れ刃の旋回角を意味し、\$v, \theta\$ の意味は図1に記してある。

$$\left. \begin{aligned} X_{gc}(u_g, v_g) &= \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -v_g \sin \gamma_1 \sin u_g - (R + W/2) \sin u_g \\ v_g \sin \gamma_1 \cos u_g + (R + W/2) \cos u_g \\ -v_g \cos \gamma_1 \end{bmatrix} \\ X'_{gc}(u'_g, \theta'_g) &= \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -r \cos(\theta'_g + \theta_0) \sin u'_g - y_0 \sin u'_g \\ r \cos(\theta'_g + \theta_0) \cos u'_g + y_0 \cos u'_g \\ -r \sin(\theta'_g + \theta_0) + z_0 \end{bmatrix} \\ X_{pc}(u_p, \theta_p) &= \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -r \cos(\theta_p + \theta_0) \sin u_p - y_0 \sin u_p \\ r \cos(\theta_p + \theta_0) \cos u_p + y_0 \cos u_p \\ r \sin(\theta_p + \theta_0) - z_0 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\}$$

図1 グリーソン式環状フライスカッタ(修正)

$$\left. \begin{aligned} X'_{pc}(u'_p, v'_p; \gamma'_1) &= \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -v'_p \sin \gamma'_1 \sin u'_p - (R + W/2) \sin u'_p \\ v'_p \sin \gamma'_1 \cos u'_p + (R + W/2) \cos u'_p \\ v'_p \cos \gamma'_1 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

式(4)で示される曲面の単位法線ベクトルを \$N_{gc}, N'_{gc}, N_{pc}, N'_{pc}\$ とすれば、それらは式(4)から次のように計算される。

$$\left. \begin{aligned} N_{gc}(u_g) &= \begin{bmatrix} -\cos \gamma_1 \sin u_g \\ \cos \gamma_1 \cos u_g \\ \sin \gamma_1 \end{bmatrix} \\ N'_{gc}(u'_g, \theta'_g) &= \begin{bmatrix} -\sin u'_g \cos(\theta'_g + \theta_0) \\ \cos u'_g \cos(\theta'_g + \theta_0) \\ -\sin(\theta'_g + \theta_0) \end{bmatrix} \\ N_{pc}(u_p, \theta_p) &= \begin{bmatrix} -\sin u_p \cos(\theta_p + \theta_0) \\ \cos u_p \cos(\theta_p + \theta_0) \\ \sin(\theta_p + \theta_0) \end{bmatrix} \\ N'_{pc}(u_p; \gamma'_1) &= \begin{bmatrix} -\cos \gamma'_1 \sin u_p \\ \cos \gamma'_1 \cos u_p \\ -\sin \gamma'_1 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

本研究では後の都合も考えて、式(4)、(5)中の \$\gamma'_1\$ を未知定数とする。

3. 設計基準点の決定

グリーンソン式曲りばかき歯車では、切下げ防止のためと思われるが、一般にピニオンは正の転位を、ギヤは負の転位をする。図2にギヤの断面図を誇張して示す。図で η_g はピッチ円すい角、 δ_g は歯元角であり、平均円すい距離を R_m とすると $\overline{OP_0}=R_m$ である。転位量は歯数比にもよるがかなり大きくなるのが普通である。よって、前報⁽³⁾のように設計基準点をピッチ円すい上の点 P_0 に選ぶと、歯当りの中心はギヤでは歯先側に、ピニオンでは歯元側に生じ、歯当り模様としては最悪に近い部類になる。これを避けるために設計基準点 P を歯たけの中央付近に定める必要がある。しかし、その点 P を例えばギヤの歯幅の中央で、かつ歯たけの中央と指定したとしても、歯面あるいは接触点の軌跡が決まっているわけではないので、現段階では基準点 P を定めたことにならない。そこで本章ではそれを決める一つの方法について述べる。

曲りばかき歯車の歯切設計では平均点 P_0 （ピッチ円すい上で歯幅の中央の点）における圧力角 α とねじれ角 β が与えられるのが普通であるので、ここでもそれに従うことにする。そこで、点 P_0 において圧力角とねじれ角がそれぞれ α, β であるような仮想冠歯車を仮に導入して、それでギヤ凹歯面を計算上創成歯切する。このとき、図1に示したグリーンソン式フライスカッタ外側刃面 X_{gc} を用いることにして、これを仮想冠歯車に取付けてその歯面にする。こう配歯であるため、カッタ軸は仮想冠歯車軸に対して傾けて取付けられるが、その取付け方（マシンセッティング）は既報の方法⁽¹⁾により決まっているものとする。すなわち、仮想冠歯車はその歯面をも含めて確定しているものとする。そうすれば計算上、ギヤ凹歯面も決まったことになる。

このギヤ凹歯面を G とする。これは以下のようにして求めることができる。

図2 設計基準点 P と平均点 P_0

仮想冠歯車を含め、工具となる歯車を工具歯車ということにする。また、その歯面となる曲面〔本章では $X_{gc}(u, v)$ がこれに相当する〕は工具歯車に対して定められた位置・姿勢で取付けられているものとする。そしてその曲面を工具歯車に固着した座標系 $O_m-x_my_mz_m$ で表し、これを $X_c(u, v)$ とする。そしてその単位法線ベクトルを $N_c(u, v)$ とする。なお、 $O_m-x_my_mz_m$ は歯切盤に固着した静止座標系とすることもあり、区別しないで用いる。

工具歯車は自身の軸（クレードル軸）のまわりに回転し、被削歯車に対して創成運動をする。いま、工具歯車の回転角（創成角）が φ の瞬間を考え、その瞬間の工具歯車歯面 X_c とその法線 N_c を図3の静止座標系 $O_m-x_my_mz_m$ で表すと

$$\begin{aligned} X(u, v; \varphi) &= A(\varphi) X_c(u, v) \\ N(u, v; \varphi) &= A(\varphi) N_c(u, v) \end{aligned} \quad (6)$$

ここに A は座標変換行列である。

$$A(\varphi) = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

いま、 X 面上の任意の点における工具歯車と被削歯車（ギヤ）の相対速度を W とすれば $W=W(X)$ であるから、歯面創成条件式は

$$N(u, v; \varphi) \cdot W(u, v; \varphi) = 0 \quad (7)$$

これより

$$v = v(u; \varphi) \quad (8)$$

を導けば、創成角が φ の瞬間の被削歯車創成線 L は、

$$L(u; \varphi) = X\{u, v(u; \varphi); \varphi\} \quad (9)$$

ここで、 L を被削歯車に固着した座標系（この座標系は $\varphi/\sin \eta_g$ だけその車軸のまわりを回転している）で表し、それを $G(u; \varphi)$ とする。そして、 u, φ を径数とみなせば、 $G(u, \varphi)$ は被削歯車歯面の式、すなわち、ここではギヤ歯面の式になる。

さて、ギヤに固着した座標系 $O_g-x_gy_gz_g$ で原点 O_g をピッチ円すい頂点に、 z_g 軸をギヤ軸にそれぞれ一致

図3 仮想冠歯車によるギヤ歯面の創成

するように定め、さらに G の座標成分を G_x, G_y, G_z とすれば、本章で定めようとしている設計基準点 P は、図 2, 3 を参照して、次式から決定できる。

$$\left. \begin{aligned} G_x^2(u, \varphi) + G_y^2(u, \varphi) &= L^2 \\ G_z(u, \varphi) &= l \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

ここに L, l は設計基準点 P を示すための定数で、あらかじめ与えられる性質の数値である。

二元連立超越方程式(10)の解を u_0, φ_0 とすれば、 $O_m-x_my_mz_m$ で点 P は $X(u_0, \varphi_0)$ で示される。次に、図 2 における座標系 $O-xyz$ で点 P を表し、これを X_0 とおけば、 $O-xyz$ と $O_m-x_my_mz_m$ は、この場合一致しているの

$$X_0 = X(u_0, \varphi_0) \dots\dots\dots (11)$$

本歯切法は、この点 X_0 でギヤ凹歯面とピニオン凸歯面が正しく点接触かみあいをするように各歯面を創成歯切しようとするものである。反対側歯面の歯切はグリーソン社のいう Single-Side 法による。

4. ギヤ凹歯面とピニオン凸歯面の歯切

点 X_0 で歯面どうしが「接触する」ためには、ギヤの歯面法線 N_g とピニオンの歯面法線 N_p とが一致すればよい。よって、

$$N_g - N_p = 0 \dots\dots\dots (12)$$

また、 $W(X_0)$ を仮想冠歯車とギヤの相対速度とすれば、ギヤとピニオンが X_0 で「かみあう」ためには、

$$N_g \cdot W(X_0) = 0, W(X_0) \neq 0 \dots\dots\dots (13)$$

すなわち、ギヤとピニオンの各歯面は点 X_0 で式(12)、(13)を満足するように歯切される必要がある。このことを考慮してギヤ凹歯面とピニオン凸歯面の歯切を考える。

本章および次章で用いる工具歯車の被削歯車に対する角速度の関係は仮想冠歯車の被削歯車に対するそれに等しくするが、以下に明らかになるように、被削歯車に対する創成運動は仮想冠歯車によるそれとはわずかに異なったものになる。本研究の歯車が非共役歯車になる最大の理由がこれである。

4.1 ギヤ凹歯面の歯切 工具歯車歯面としてカッタ刃面 X_{gc} を用いる。本研究ではカッタ軸を工具歯車軸である z_m 軸に対して傾けないことにしているので、こう配歯を歯切するためにはギヤ軸 z_g は前章の図 3 の場合よりも歯元角 δ_g だけ余分に傾けて歯切盤に取付けられる (図 4)。

図 4 で、 $O_m-x_my_mz_m$ は歯切盤に固着した座標系であり、 x_m, y_m 軸はそれぞれ V, H 軸に対応している。 O_g はピッチ円すいの頂点である。 O_g の座標は $(x_{0g},$

$y_{0g}, 0)$ であり、 O_m と一致していない。ここで、 x_{0g} はハイポイドギヤにおけるオフセット量に相当するものであり、 y_{0g} および後述の y_{0p}, z_{0p} (図 5 参照) は、Gleason hypoid generator では、スライディングベースを追込むこととワークヘッドを引き戻すことによって実現できるものである⁽³⁾。 x_{0g}, y_{0g} および y_{0p}, z_{0p} はいまのところ未知とする。 z_g 軸は $x_m = x_{0g}$ なる平面内にあるものとする。

以上のようにギヤブランクが歯切盤に取付けられると、前章で定めた設計基準点 X_0 は図 4 の $O_m-x_my_mz_m$ では X_g に移動する。

$$\left. \begin{aligned} X_g &= B(\delta_g)X_0 + D_1 \\ B(\delta_g) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \delta_g & -\sin \delta_g \\ 0 & \sin \delta_g & \cos \delta_g \end{bmatrix} \\ D_1 &= (x_{0g}, y_{0g}, 0)^T \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

ここで、ギヤとピニオンが点 X_0 で正しくかみあうようにするために次のようにする。

点 X_g における工具歯車とギヤの相対速度 $W_g(X_g)$ と、点 X_0 における仮想冠歯車とギヤの相対速度である $W(X_0)$ (既知) とを、 k を定数として、次のような関係におく。

$$W_g\{X_g(x_{0g}, y_{0g})\} = k B(\delta_g) W(X_0) \dots\dots\dots (15)$$

これより、 x_{0g}, y_{0g}, k が求められ、 O_g の座標がきまる。すなわちギヤブランクの取付け位置が決まる。

次に、カッタ中心 O_c の座標が $(V_g, H_g, 0)$ であるカッタ刃面 X_{gc} を工具歯車歯面とし、これでギヤ歯面を創成する。工具歯車の回転角 (創成角) が零のとき、刃面 X_{gc} が点 X_g を通り、かつ創成線もその点を通るようにすれば、得られたギヤ歯面は点 X_0 でかみあい条件式(13)を満足する。

$$\left. \begin{aligned} N_{gc}(u_g) \cdot W_g &= 0 \\ \{X_{gc}(u_g, v_g) + D_2\} - X_g &= 0 \\ D_2 &= (V_g, H_g, 0)^T \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

式(16)から u_g, v_g, V_g, H_g が求められ、結局、カッタ中心 O_c の座標すなわちマシンセッティング値 $V_g,$

図 4 ギヤの取付け方とギヤ歯面の歯切

H_g が決まる。これでギヤ凹歯面を歯切すればよい。このようにして歯切されたギヤ歯面が点 X_0 でピニオン歯面とかみあうとき、そのときのギヤ歯面法線を N_g とすれば、

$$N_g = B^{-1}(\delta_p) N_{gc} \dots\dots\dots (17)$$

で計算され、既知となる。

4.2 ピニオン凸歯面の歯切 工具歯車歯面としてカッタ刃面 X_{pc} を用いる。ところで点 X_0 でギヤとかみあうピニオンの歯面法線 N_p は式(12)によりきまってくる。すなわち

$$N_p = N_g \dots\dots\dots (18)$$

本節のピニオン歯切でもギヤと同様、カッタ軸を傾けないことにしているので、ピニオン軸の傾け角もピッチ円すい角 η_p よりも歯元角 δ_p だけ余分に傾けて歯切盤に取付け、歯切する(図5)。したがって、歯面法線 N_p の方向も変化し $B(\delta_p)N_p$ となる。これとピニオン歯切用カッタ刃面法線 N_{pc} とが一致した瞬間にその点を創成していればよい。まず法線の一致より

$$N_{pc}(u_p, \theta_p) = B(\delta_p)N_p \dots\dots\dots (19)$$

式(19)は、単位ベクトルどうしの関係式であるから、2本のスカラ式であり、これから u_p, θ_p を決めることができる。すなわち、点 X_0 でかみあうピニオン歯面上の点、その点を切削するための工具歯車刃面 X_{pc} 上の点の位置が u_p, θ_p によって決められたことになる。

一方、式(14)と同じ考え方により、点 X_0 も $O_m - x_m y_m z_m$ で X_p に移動している(図5参照)。

$$\left. \begin{aligned} X_p &= B(\delta_p)X_0 + D_3 \\ D_3 &= (0, y_{0p}, z_{0p})^T \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

また、点 X_p における工具歯車とピニオンの相対速度を $W_p(X_p)$ とすれば、それは y_{0p}, z_{0p} の関数になる。

次に、カッタ中心 O_c の座標を $(V_p, H_p, 0)$ におくカッタ刃面上で、点 $X_{pc}(u_p, \theta_p)$ (既知) が点 X_p に一致し、かつピニオン歯面創成線も点 X_p を通るようにすれば、得られたピニオン歯面は点 X_0 でかみあい条件式(12)、(13)を満足する。これより次式が導かれる。

$$\left. \begin{aligned} N_{pc} \cdot W_p(y_{0p}, z_{0p}) &= 0 \\ \{X_{pc} + D_4\} - X_p &= 0 \\ D_4 &= (V_p, H_p, 0)^T \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

式(21)から y_{0p}, z_{0p}, V_p, H_p が求められ、ピニオン凸歯面を歯切するためのプランク取付け位置 (y_{0p}, z_{0p}) およびマシンセッティング (V_p, H_p) が決まる。

4.3 プランク取付け位置について 式(20)でのピッチ円すい頂点 O_p の座標を示す D_3 は式(14)の D_1 とその内容を異にする。この理由の詳細については省略するが、要するに D_1 に似せて $D_3 = (x_{0p}, y_{0p}, 0)^T$ と

すると式(21)から x_{0p}, V_p を決めることができなくなるのである。そのために $D_3 = (0, y_{0p}, z_{0p})^T$ とした。ところが、 z_{0p} を導入したために、今度はピニオンの歯だけが変わるという問題が生じる(図5の点々の部分)。そこで、 z_{0p} が許容できない程度に大きくなったとき、 X_{gc}, X_{pc} に直接関係する γ_1, γ_2 , すなわちカッタ番号を変更して適切なものにし、かつ δ_p をわずかに変えることによって z_{0p} をほぼ零にする。適切なカッタ番号の選択については6章でべる。また、希望するカッタ番号のカッタを用いたい場合には、平均点 P_0 の圧力角、ねじれ角を変更することなども考えられるが、ここではふれないことにする。いずれにせよ、本法は自由度が非常に大きいため z_{0p} を小さくするための手段はいろいろ考えられるのである。

5. ギヤ凸歯面とピニオン凹歯面の歯切

5.1 ギヤ凸歯面の設計基準点と歯面法線 $X'_{gc}(u'_g, \theta'_g)$ を刃面にもつ工具歯車によってギヤ凸歯面が歯切されるが、この歯面は、4.1節で凹歯面を歯切したときのカッタ位置およびギヤプランクの位置をそのままにしておき、歯みぞの幅を広げたときに得る歯面とする。したがって、ギヤ凸歯面は理論上すでにできあがっていることになる。この歯面は3章と同様な方法で計算でき、これを $O_g - x_g y_g z_g$ で表し、 $G'(u'_g, \phi'_g)$ とおく。 G' の座標成分を G'_x, G'_y, G'_z とおけば、 G' 上の設計基準点は次式から決定できる。

$$\left. \begin{aligned} G_x'^2(u'_g, \phi'_g) + G_y'^2(u'_g, \phi'_g) &= L^2 \\ G_z' &= l \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (22)$$

上式を満足する u'_g, ϕ'_g を u'_0, ϕ'_0 とおけば、設計基準点 G'_0 は既知となる。

$$G'_0 = G'(u'_0, \phi'_0) \dots\dots\dots (23)$$

G'_0 における歯面法線を N'_0 とおけば、これも既知である。

ところで前章の場合と異なり、ギヤとピニオンがか

図5 ピニオンの取付け方とピニオンの歯切

みあう点 X'_0 は、点 G'_0 を創成した工具歯車歯面上の点を、図 2 の $O-xyz$ に移すことから単純に求めることはできない。それは点 G'_0 を求めるにあたって、ギヤ凸歯面とピニオン凹歯面とのかみあいを考えていないからである。そこで、かみあう点 X'_0 とその点におけるかみあい歯面法線を次のようにして求める。

まずギヤを図 2 のように $O-xyz$ にセットし、点 G'_0 を基準の位置から z_0 軸まわりに角度 $\varphi''/\sin \eta_g$ 回転し、そのときの点 G'_0 の位置と歯面法線 N'_0 を $O-xyz$ で表し、それぞれ $X'_g(\varphi'')$, $N'(\varphi'')$ とする。また、ギヤと仮想冠歯車の相対速度を $W\{X'_g(\varphi'')\}$ とする。

そして、かみあい条件式

$$N'(\varphi'') \cdot W(\varphi'') = 0 \quad (24)$$

から φ'' を求め、これを φ''_0 とおけば、

$$\left. \begin{aligned} X'_0 &= X'_g(\varphi''_0) \\ N'_0 &= N'(\varphi''_0) \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

式(25)から、ギヤとピニオンのかみあい位置 X'_0 およびその点におけるかみあい歯面法線 N'_0 が決まる。

5.2 ピニオン凹歯面の歯切 工具歯車歯面として用いるカッタ刃面は $X'_{pc}(u'_p, v'_p; \gamma_i)$ であり、 γ_i を未定定数にしておけば、その刃面法線は $N'_{pc}(u'_p; \gamma_i)$ である。

ピニオン凹歯面を歯切するときには、図 5 の凸歯面歯切の場合と少し異なり、 $y'_{0p} \neq 0$, $z'_{0p} = 0$ とする。そして 4.2 節と同様な考え方で工具歯車刃面の設定の仕方すなわちマシンセッティングを決める。まず、

$$N'_{pc}(u'_p; \gamma_i) = B(\delta_p) N'_g \quad (26)$$

より u'_p, γ_i を決める。次に

$$\left. \begin{aligned} X'_p &= B(\delta_p) X'_0 + D'_3 \\ D'_3 &= (0, y'_{0p}, 0)^T \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

より、 $O-xyz$ での点 X'_0 を $O_m-x_my_mz_m$ に変換すれば、 X'_p は工具歯車による歯切点を与え、 y'_{0p} のみの関数になる。 X'_p における工具歯車とピニオンの相対速度を $W'_p\{X'_p(y'_{0p})\}$ とおく。これより式(21)に相当する式を導けば、 N'_{pc} は既知であるので、

$$\left. \begin{aligned} N'_{pc} \cdot W'_p(y'_{0p}) &= 0 \\ \{X'_{pc}(v'_p) - D'_4\} - X'_p(y'_{0p}) &= 0 \\ D'_4 &= (V'_p, H'_p, 0)^T \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

式(28)より、 $y'_{0p}, v'_p, V'_p, H'_p$ が求められ、ピニオン凹歯面を歯切するためのプランク取付け位置 (y'_{0p}) とマシンセッティング (V'_p, H'_p) が決まる。

6. カッタ番号の決定

前章までに本歯切法の考え方とマシンセッティングの計算法を示したが、目標とする歯車を得るためには

適切なカッタ番号の選定が必要不可欠である。これはカッタ軸を傾けないという大きな制約のために生じたものであり、カッタ番号の選定を誤ると図 5 に示した z_{0p} が大きくなったり、現実ばなれしたカッタ番号のブレードが必要になる場合も生じ、実用的でなくなるおそれがあるからである。

適切なカッタ番号は、基本的には電子計算機と対話しつつ前章までの計算を行ってこれを決定することになるが、本研究ではその決定近似式を導いたので、それを式(29)の形で示しておく。

本法では、用意しなければならないカッタブレードは 3 種類である。ギヤとピニオンに共通に用いることのできる内側切れ刃 1 種類と、ギヤ用、ピニオン用の外側切れ刃各 1 種類の合計 3 種類である。内側切れ刃のカッタ番号を基準にし、それを C とする。外側切れ刃のそれを C_g, C_p とする。式中の m はモジュール、 $i(>1)$ は歯数比である。この式はグリーソン式曲りばかき歯車の設計式⁽⁵⁾に基づいて導いたものであり、ここでは $\alpha=20^\circ$, $\beta=35^\circ$, $W=1.524 \text{ mm}$, $r=50m$ としている。この式の適用範囲は $i=1\sim5$, $m=1\sim10$ である。

$$\begin{aligned} C_g &= (G_2 - 0.136mC)/G_1 \\ G_1 &= 0.14 + b_1/(R_m/m - a_1) \\ a_1 &= 1.56 - 0.21/(i - 0.71) \\ b_1 &= -0.85 + 0.03/(i - 0.35) \\ G_2 &= \{c_2 + b_2/(R_m/m - a_2)\}(m - 4) \\ &\quad + b_3/(R_m/m - a_3) + c_3 - 0.06(R_m/0.85 - R) \\ a_2 &= 82.3 - 18.05/(i - 0.36) \\ b_2 &= -113.1 + 98.9/i \\ c_2 &= 0.41 + 1.03/(i - 0.34) \\ a_3 &= 82.5 - 18.4/(i - 0.35) \\ b_3 &= -455.8 + 403.6/i \\ c_3 &= 1.6 + 4.2/(i - 0.34) \\ C_p &= G_4 C_g - C + G_5 \\ G_4 &= -0.01(m - 4)/(R_m/m - 6.27) \\ &\quad + 5.56/(R_m/m - a_4) \\ a_4 &= 0.94 + 0.1/(i - 0.59) \\ G_5 &= \{-0.01 + 0.48/(R_m/m - 10.1)\} \\ &\quad \times (m - 4) + b_5/(R_m/m - a_5) + c_5 \\ &\quad - 0.526(R_m/0.85 - R)/(m + 0.45) \\ a_5 &= 46.6 + 0.96/(i - 0.72) \\ b_5 &= -43.6 - 7.37/(i - 0.75) \\ c_5 &= 18.5 - 0.31/(i - 0.75) \end{aligned} \quad (29)$$

表 1 歯車諸元

Shaft angle 90°, Module 6, Face width 32mm, Pressure angle 20°, Spiral angle 35° (35°46'24"), Design point (L=106.94 mm, l=33.91mm)		
	Gear	Pinion
Direction of spiral	Left	Right
Number of teeth	41	12
Pitch cone angle η	73°41'	16°19'
Mean cone distance Rm	112.16mm	
Root cone angle ($\eta-\delta$)	69°58'	14°35'
Dedendum angle δ	3°43'	1°44'
		(1°44'09")

表 2 カッタ諸元

Cutter dia.	2R	9" (228.6mm)
Pressure angle	α	20°
Point width	W	0.06" (1.524mm)
Radius of curvature of inner blade	r	300mm
Cutter No. of		
Outer blade	Cg	6.5
"	Cp	11
		($i_1' = 18^\circ 09' 50''$)
Inner blade	C	11

7. 歯切設計例と歯切結果

表 1 に示す諸元のこう配歯曲りばかき歯車を例にとり歯切設計をおこなった。設計基準点 P はギヤで歯幅の中央、歯たけの中央とした。そのとき $L=106.94$ mm, $l=33.91$ mm になる。表 2 にカッタ諸元を示す。ギヤとピニオンの凸歯面を切削するためのカッタ番号 C を 11 とする。これと前章の近似式 (29) とから C_g , C_p を計算し、それに近い手持ちのカッタ番号のカッタを選んだ。その結果, C_g, C_p はそれぞれ 6.5, 11 となった。

表 3 に歯切設計結果を示す。ギヤ凹歯面の設計基準点を決定するときに, γ_1 が C_p と合致するように β を 35° から 35°46'24" に変更した。またピニオン凸歯面を、歯切するとき、歯元角 δ_p を設計目標値 1°44' から 1°44'09" に変更し、図 5 に示した z_{0p} を零にした。

図 6 に歯切結果を歯当りの形で示す。この図は歯当り模様を透明テープに転写し、それをトレースしたものである。もちろん歯当り修整のための修整歯切はしていない。ギヤ凹歯面とピニオン凸歯面との歯当りに

表 3 歯切設計結果 (mm)

	Gear x_{gc}, x_{gc}	Pinion x_{pc}	Pinion x'_{pc}
x_{0*}	-0.012	(0)	(0)
y_{0*}	0.236	0.050	0.053
z_{0*}	(0)	0.000	(0)
V_*	95.077	-92.065	-100.252
H_*	53.704	59.153	42.678

g or p is replace by *

図 6 歯当り

不満が残る。これは歯形修整で補いきれないくらいの大さの製作誤差(主としてマシンセッティング誤差)によるものとも考えられるが、定かではない。製作誤差の検出⁽⁴⁾を試みたいと考えている。

8. 結 言

こう配歯曲りばかき歯車の歯切で、特にカッタ軸を傾けない歯切法に関し、その実用的歯切設計法について述べた。この方法は設計基準点を平均点 P_0 以外の任意の点に選び、かつ非共役歯車を歯切しようとする場合の歯切設計法である。この歯切法は実際に多く用いられている方法であるが、本報で示したような理論に基づくものではなく、現場技能者の経験と勘がその代役を果たしていたものと考えられるのである。

終わりに、数値計算では卒研 生 高橋要君 [(株)日立製作所], 歯切では(株)長岡歯車製作所の協力を得た。

お礼申し上げる。

文 献

- (1) 田村・酒井, 機論, 51-466, C (昭 60), 1338.
- (2) 田村, 文献(1)の 1427 ページ.
- (3) 田村, 機論, 52-473, C (昭 61), 367.
- (4) 田村, 機論, 52-478, C (昭 61), 1798.
- (5) 長岡歯車製作所編, 歯車計算ハンドブック, (昭 58), 108, 啓学出版.

討 論

〔質問〕 島 地 重 幸〔東北大学工学部〕

新しい歯切り方式に伴う諸問題を次々と解決しておられることに敬意を表す。次の点をお教え願いたい。

(1) 歯面の非共役性による速比の変動、歯当たり幅は従来方式の歯車と比べどの程度であるか、速比の測定あるいは騒音振動の測定などのご経験があればお教えいただきたい。

(2) 被削歯車に対する工具歯車の角速度を仮想冠歯車のそれと等しくされているが、このように定めることの利点は何か。歯面干渉回避のしやすさからは、ギヤとピニオンで異なった速比の決め方も考えられ、干渉回避の方式自体の吟味が必要ではないか。

〔回答〕 (1) 本報の歯車は、基本的には従来方式の歯車に歯形修整を施したものであると考えてよい。クラウニング量は同じである。よって、歯形修整量が小さければ、歯面の非共役性による速比の変動は従来方式のものと同程度であり、歯のたわみとか弾性接触変形などに関連づけて考えると無視できるものと考えている。

従来方式の歯車では歯当たり幅をどの程度まで出しているのかわからないので比較できないが、歯切りし

たままの状態では図6に示した程度ではないかと思う。実際には熱処理・歯面仕上げ後の歯当たりが問題になる。

速比変動の測定はしていないのでわからない。騒音は、極軽負荷でピニオン回転数1000 r.p.mで運転したとき、1m離れた位置で80 dBであった。同程度の非共役性の歯面の歯車で76 dBを記録したこともあった⁽¹⁾。

(2) 非共役歯車の歯切り法はいろいろ考えられ、その非共役の程度との関係において方法はさらに多く存在する。ご質問の角速度についても一つの考え方であって、特別の利点をねらったものではない。実際の歯切りでは角速度比は整数比になるので、そうすべきであった。

角速度比(創成比)を変えることによって歯形修整の効果を出そうとご指摘のような歯切り法についても検討している。

歯面の干渉回避の方式を一般的立場から議論することは有益であろうが、本法のような非共役歯車を考えるかぎり、一つの方式に取れんできなれないと思われる。