SUS304の真空中におけるフレッチング損傷*
(第2報, き裂の発生条件についての考察)岩 渕 明**, 加 藤 康 司***
堀切川 一 男***, 鈴 木 孝 史****Fretting Damage of SUS304 in a Vacuum
(2nd Report, Discussion of the Condition of the Crack Generation)Akira IWABUCHI, Kohji KATO,
Kazuo HOKKIRIGAWA, and Takashi SUZUKI

In the previous paper experimental work was reported in which the crack generation during fretting in a vacuum was dependent on slip amplitude and normal load. In this paper the condition of the crack generation was considered. The tensile stress concentration at the trailing edge of the contact area depends on the tangential force coefficient and the contact pressure. The properties of the stress concentration against load and slip amplitude are very similar to those of the crack generation. The mechanism of the crack nucleation in the low-cycle fatigue is applied to the crack generation in fretting: when the stress concentration causes local yielding at the edge, the accumulation of the local plastic strain occurs during the repetition of the fretting cycle, followed by the nucleation of the crack. The reason why the crack is not nucleated during fretting in air is discussed.

Key Words: Wear, Fretting Wear, Crack Nucleation, Stress Concentration, Stainless Steel, Vacuum

1. 緒 言

フレッチング摩耗においては, 酸化あるいは酸化物の影響が大きいことが指摘されている。著者らはその影響を明確にするために

(1) 雰囲気温度を上昇させ, 界面の酸化を促進させる⁽¹⁾⁻⁽³⁾。

(2) 雰囲気圧力を減少させ酸化を抑制させる⁽⁴⁾⁽⁵⁾。

の二つについて検討してきた。ここで非常に興味ある結果は, SUS 304 を真空中でフレッチングさせた時, ある機械的条件でのみフレッチングの接触面のすべり端に, 垂直方向のき裂が発生したことである⁽⁵⁾。一般にフレッチングにおける垂直き裂の発生は, フレッチング疲労においては広く知られており, 接触部すべり端に生じる応力集中がその発生に関与していると考えられている⁽⁶⁾⁽⁷⁾。またフレッチング摩耗においては, ガラス⁽⁸⁾や軸受鋼などの硬い材料⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾でき裂の発生が認められたが, 塑性変形を容易に生じる金属に対し, き

裂の発生は報告されていない。このようなき裂の発生は, 機械材料の疲労破壊という立場からは, 疲労き裂源となり得るので, 現在真空機器に広く使用されている SUS 304 の真空中でのき裂の発生条件を明確にする必要がある。それゆえ, 前報においては雰囲気圧力 4×10^{-3} Pa のもとで, 振幅および荷重を変化させてその発生条件を求めた⁽¹¹⁾。

本報では, 前報で得られたき裂発生の荷重と振幅依存性について, また発生条件について, すべり端での応力集中という観点から考察することを目的とする。

2. フレッチングの接触状態

き裂の発生条件を考察する前に, 前報で報告した実験における接触状態を考える。図1は振幅 $17 \mu\text{m}$ の時の摩耗こんの SEM 写真である。これより荷重 7 N では全面的な接触を示し, 13 N 以上ではしま状の部分的な接触を示している。これらの写真から, プラニメータを用いて, 巨視的な接触面積 A_a を測定し, その結果を図2に示す。また図2には理論的に求めた値をも示している。 A_e は円筒と平面の弾性接触の場合⁽¹²⁾であり, A_p は塑性接触の場合⁽¹³⁾であり, それぞれ

$$A_e = 3.04 w \sqrt{PR/E} \dots\dots\dots (1)$$

* 昭和61年10月25日 山梨地方講演会において講演, 原稿受付 昭和61年2月24日。

** 正員, 岩手大学工学部 (〒020 盛岡市上田4-3-5)。

*** 正員, 東北大学工学部 (〒980 仙台市荒巻字青葉)。

**** 正員, (株)東芝 (〒230 横浜市鶴見区末広町2-4)。

図1 摩耗こんのSEM写真(振幅17 μm, 繰返し数6×10⁴回)

図2 接触面積と荷重の関係

$$A_p = P/H_v \dots\dots\dots (2)$$

で与えられる。ここで w は上部試験片の幅(2 mm), P は荷重, R は上部試験片半径(4.75 mm), E は材料のヤング率(196 000 MPa), H_v はビッカース硬さ(170 kg/mm²)である。図2より定量的な差は見られるが、定性的には A_e は弾性接触によると考えられる。

そこでこの定量的な差について考える。図1に示すように摩耗こんの形状はだ円とみなし得る。このことより、実験では円筒と平面よりはむしろ、だ円体と平面の接触が生じていると考えられる。このだ円体となる原因は、上部試験片を研磨する際に試験片の端がだれることによると考えられる。実際表面粗さ計を用いて上部試験片の摩耗こん付近の厚さ方向の曲率半径 R' を求めると、30~300 mm に分布し、これは R を試験片半径とすると $R' = 6.3 \sim 63R$ となる。

だ円体と平面の接触における接触面積 A_e' は、

$$A_e' = \pi m n \left\{ \frac{3(1-\nu^2)P}{E(1/R - 1/R')} \right\}^{2/3} \dots\dots\dots (3)$$

で与えられる⁽¹²⁾。ここで ν はポアソン比(0.3), R と

図3 摩擦係数と荷重の関係

R' はだ円体の主曲率半径, m と n は R と R' に依存する定数である。 R' を変化させて式(3)に代入すると $R' = 32R$ のとき、図2に示すように A_e' は A_a にほぼ等しくなり、その時 $m = 3.78$, $n = 0.408$ となる⁽¹⁴⁾。

以上のことから、前報で報告した実験⁽¹¹⁾における接触は、巨視的にはだ円体と平面の弾性接触であるとみなすことができる。

3. 接触すべり端の応力

図3は振幅17 μmのときの摩擦係数と荷重との関係である。摩擦係数は荷重の増加に対し減少している。このことは荷重の増加とともに界面ですべりやすくなったと考えるよりは、むしろ Mindlin の理論⁽¹⁵⁾で示される巨視的すべりから部分的すべりに変化したと考えるべきである。すなわち作用する接線力 T が巨視的すべりを生じるための摩擦力 μP よりも小さいときには、接触面は全体ですべりすることはできず、接触面の一部でのみすべりが生じる。ここで μ は巨視的すべりを起こすときの摩擦係数, P は荷重である。図1の摩耗こんの写真より、荷重7 Nでは巨視的すべりが生じ、13 N以上では巨視的すべりが生じていないと見なすことができる。結果として、図3に示すように巨視的すべりが生じるための摩擦係数は約0.62であると考えられる。

そこで上述のように接触は弾性接触であること、また荷重によっては巨視的すべりにはならないことから、Mindlin の理論と同様の接触を考える。円筒と平面の接触における応力分布は、西岡ら⁽⁶⁾、山下ら⁽¹⁶⁾の研究が報告されている。本報では解析を簡単にするため、円筒と平面の接触を球と平面との接触に近似する。Mindlin の接触モデルを図4に示す。面圧 p とせん断応力 q の分布は次式で与えられる。

$$p = p_0 \sqrt{1 - (x/a)^2} \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$q = \mu p = \mu p_0 \sqrt{1 - (x/a)^2} \quad a' \leq |x| \leq a \quad \dots\dots (5 \cdot a)$$

$$q = \mu p_0 \sqrt{1 - (x/a)^2} - \mu p_0 (a'/a) \times \sqrt{1 - (x/a')^2} \quad |x| < a' \quad \dots\dots\dots (5 \cdot b)$$

ここで p_0 は Hertz の最大接触圧力、 a は接触半径、 a' は固着域の半径であり、 p_0 は

$$p_0 = 3P/2\pi a^2 \quad \dots\dots\dots (6)$$

で与えられる。またせん断力のつり合い条件より、 a と a' の関係は次式で与えられる⁽¹⁵⁾。

$$a'/a = 1 - T/\mu P = (1 - \phi)^{1/3} \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここで ϕ はせん断力係数と呼ばれる⁽⁶⁾。 $\phi=1$ の時、界面では巨視的すべりとなる。

$\phi=1$ に対し、Hamilton と Goodman は平面物体内の応力分布を求めている⁽¹⁷⁾。そこでは $x=-a$ で表面応力 σ_x が引張りのピークを示している。本報では、き裂がすべり端で発生しているの、そこに作用する表面応力 σ_x の値を $\phi \leq 1$ の範囲で求める。Hamilton らの解析を利用し、式(4)と式(5)の境界条件より得られる σ_x を重ね合せの原理によって示すと、

$$\frac{\sigma_x}{p_0} = \frac{1-2\nu}{3} + \frac{\mu\pi(4+\nu)}{8} + \mu \left\{ \frac{(4-\nu)}{4} c(1-c^2)^{1/2} - \frac{4+\nu}{4} \arctan c(1-c^2)^{-1/2} + \frac{\nu c}{2} (1-c^2)^{3/2} \right\} \quad \dots\dots\dots (8)$$

となる。ここで σ_x は p_0 で無次元化されており、また $c=(1-\phi)^{1/3}$ である。式(8)の結果を、横軸に ϕ 、摩擦係数 μ をパラメータとして図5に示す。図5より μ の

図4 Mindlin の接触モデル⁽¹⁵⁾

増加および ϕ の増加に伴って σ_x は増加する。すなわち引張応力が大きくなることがわかる。

4. き裂生成の荷重依存性

西岡らは平板と円筒との接触におけるフレッチング疲労において、き裂の発生条件を次式で提示した⁽⁶⁾。

$$\sigma_f \leq \sigma_a + 2\mu p_0 \sqrt{\phi} \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで σ_f はき裂の発生をもたらす応力、 σ_a は疲労交番応力である。フレッチング摩耗においては疲労交番応力は存在しないから、式(9)の第2項に相当するフレッチング応力が σ_f よりも大きくなったとき、き裂が生成すると考えることができる⁽⁵⁾。またフレッチング摩耗におけるき裂の生成には Sato らは主応力⁽⁸⁾が、後藤らは最大せん断応力⁽⁹⁾が関与すると報告している。また Sato ら、後藤らは、き裂の生成は疲労現象であると述べ、Sato らは最大主応力と繰返し数の S-N 曲線を提示した。

一般に塑性変形の生じる金属においては、き裂の生成は弾性接触では生じず、応力集中などの結果として転位の増殖や運動に伴う物体内のすべりが必要であることが認められている⁽¹⁸⁾。佐藤らは低サイクル疲労において、き裂の生成には切欠底の局所的な塑性ひずみの蓄積が影響することを示した⁽¹⁹⁾。佐藤らの研究は、本研究においても式(8)で与えられる引張りの応力集中が、すべり端に塑性ひずみをもたらす、その塑性ひずみの蓄積がき裂を生成させるのに必要であることを示唆している。事実、前報⁽¹¹⁾の図4はき裂が 4×10^3 回以降で生じることを示しており、このことは塑性ひずみの蓄積がき裂生成に必要であることを示している。そこで式(8)より $x=-a$ における σ_x の値を求める。

図5 $x=-a$ における σ_x/p_0

p_0 は式(6)で与えられるが, 図2に示した接触面積 A_a を用いて,

$$p_0 = 3P/2A_a \dots\dots\dots (10)$$

のように表すことができる。各荷重における ϕ ($\phi = \mu'/\mu$)。ここで μ' は各荷重の摩擦係数, μ は荷重 7 N のときの摩擦係数) を図3から求め, ϕ と p_0 を式(8)に代入する。求められた p_0 と σ_x の値を図6に示す。荷重の増加に伴い p_0 は増加するが, σ_x は逆に減少する傾向を示す。しかし σ_x の値はいずれの荷重においても材料の降伏応力 σ_y (284 MPa) よりも大きく, すべり端における応力集中が局所的塑性ひずみを与え, フレッチングの繰返しによりその塑性ひずみが蓄積してき裂が生成すると考えられる。前報⁽¹¹⁾の図7と図8に示したき裂の発生状態は, 荷重が大きくなるほどき裂が発生しにくいことを示している。この傾向は上述したように, σ_x の応力集中の程度と関係すると考えられる。

5. き裂生成の振幅依存性

図7は荷重 19 N のときの摩擦係数と振幅の関係を示す。摩擦係数は初め振幅とともに増加するが, 約 30 μm になるとほぼ一定となる。このことは図3と同様に, 振幅 30 μm 以上の振幅で巨視的すべりになると考えられる。前報⁽¹¹⁾の図11と図12には荷重 19 N のときのき裂の生成特性と振幅の関係を示しているが, その図11ではき裂の発生の程度 ($\Sigma l/d$) が 40 μm で最大になることを示している。ここで Σl は摩耗こんに見られるき裂の長さの総和であり, d は摩耗こん幅である⁽¹¹⁾。40 μm で最大となる傾向は次のように説明できる。4章で述べたように, き裂の生成はすべり後端における応力集中に伴う局所塑性ひずみの蓄積による

と考えられる。したがってすべり後端における σ_x の値が振幅によっていかに変化するかを考える。

振幅 30 μm 以下では巨視的すべりは生じず, $\phi < 1$ となる。この時, 振幅の増加とともに ϕ は増加するので, 図5に示されるように σ_x/p_0 も増加する。一方振幅 30 μm 以上の巨視的すべり領域では $\phi = 1$ となり, σ_x/p_0 は振幅によらず一定である。そこで式(10)に従って p_0 を評価するために接触面積を求める。摩耗こん面積を見かけの接触面積とみなし, 振幅の大きさに直接影響されない駆動側の上部試験片の摩耗こんの面積を求め, その結果を図8に示す。図8より振幅 30 μm 以下では摩耗こん面積はほぼ一定であり, 巨視的すべり領域では面積が増加することがわかる。これは部分的すべりの振幅 30 μm 以下では, 真実接触点で凝着が生じ摩耗粒子が形成されたとしても, 界面で移着・再移着を繰返し, 摩耗粒子の接触面からの排出は生じないので, 摩耗こんの成長は見られない。一方巨視的すべり領域では, 凝着・移着が生じると同時に, 摩耗粒子が界面から排出される傾向をもち, その結果損傷は接触面全体に広がり, 見かけの接触面積も大きくなると考

図7 摩擦係数と振幅の関係

図6 p_0 と $x=-a$ での σ_x と荷重の関係

図8 A_a , p_0 , $x=-a$ での σ_x と振幅の関係

えられる。接触面積から求めた ϕ_0 と、この ϕ_0 と図 7 および式(8)より求めた σ_x の結果を図 8 に示す。部分的すべり領域では ϕ_0 はほぼ一定であるが、 σ_x は増加する。巨視的すべり領域になると、振幅の増加とともに ϕ_0 , σ_x の両方とも減少する。すなわち、 σ_x は部分的すべりと巨視的すべりの境界で最大値をとる。この結果、部分的すべり領域では振幅の増大とともに応力集中は大きくなり、塑性ひずみの蓄積が大きくなり、き裂が発生しやすくなる。巨視的すべりになると応力集中は減少し、き裂の発生程度も小さくなる。結局、き裂の発生程度は、巨視的すべりに移る振幅で応力集中の程度が最大となるため、そこで最大値をとるものと考えられる。

巨視的すべり領域でき裂の生成の程度が減少する理由のもう一つは、このすべり領域になると摩耗粒子の界面からの排出が見られるが、この粒子は真空中であるため金属粒子のままである。それゆえすべり端に排出されるが、そこで粒子のたい積が生じる。その状態の一例を図 9 に示す。図 9 はすべり端領域の断面であり、試験片表面に粒子がたい積していることがわかる。き裂のように見えるのは粒子と粒子の間に生じた空間である。このような粒子のたい積が生じると、すべり端での形状が変化し、引張応力が作用すると容易に変形して、母材に対する応力集中を減少させることが可能となると考えられる。したがって振幅の増加は、このような粒子のたい積を助長し、より応力集中を弱める結果となり、き裂の発生程度を低下させると考えられる。

6. き裂生成の限界

き裂の生成はすべり端に作用する応力集中が、局所的塑性ひずみをもたらすことによって生じると考えられる。図 3 と図 7 で示した摩擦係数の変化から、フレ

ッチングでは振幅と荷重に依存して、部分的すべりと巨視的すべりの二つの領域が存在することが認められた。図 10 は前報⁽¹⁾で得られたき裂の発生限界のグラフに、部分的すべりと巨視的すべりの境界を、それぞれの実験条件における摩擦係数から求めて示したものである。図 10 よりき裂の発生限界と、部分的すべりと巨視的すべりの境界は異なることがわかる。フレッチングの状態として垂直荷重が作用し、そこに接線力が加えられたと考えると、接線力の大きさにより初めは $\phi < 1$ なる部分的すべりである。接線力の増加に伴い ϕ は大きくなり、すべり端に作用する応力集中も大きくなる。それゆえ、初めは応力集中も小さいのでき裂は生じないが、降伏応力をこえると塑性ひずみの蓄積が始まり、その蓄積に応じてき裂が生成する。これをき裂生成の下限界と呼べば、Sato らがガラスに対して求めたき裂の生成限界⁽⁶⁾は、この下限界に相当する。さらに ϕ の増加に伴い、次第にき裂の発生は著しくなる。しかし $\phi = 1$ の巨視的すべりになると、接触面積の増大や摩耗粒子のたい積により応力集中は低下し始める。そしてその応力集中の程度、すなわち σ_x の値が降伏応力よりも小さくなると、塑性ひずみの蓄積はなくなり、き裂が発生しなくなると考えられる。このき裂の生成限界を下限界に対し、上限界と呼ぶことができる。本報で考察したのはこの上限界である。

応力集中により σ_x が降伏応力よりも大きくとも、き裂が塑性ひずみの蓄積に関係するので、繰返し数が小さく塑性ひずみの蓄積が小さいときには、き裂の発生は見られない。それゆえ図 10 で示されるき裂の生成限界は、本研究では繰返し数を 6×10^4 回までとしているが、繰返し数を変化させることにより変化すると考えられる。また振幅一定のもとで荷重を大きくするほど、き裂の発生の程度が小さくなるのは、この場合

図 9 巨視的すべり領域の摩耗こんの断面
(振幅 80 μm , 荷重 13 N)

図 10 部分的すべりと巨視的すべりの境界
とき裂の生成限界

振幅は2物体間の相対変位と考えることができ、荷重が大きくなるほどすべり開始までの変位は大きくなり、結局 ϕ の値が小さくなることにより、 ϕ の値が大きい低荷重のほうがき裂が発生しやすくなると考えられる。図10に示した部分的すべりと巨視的すべりの境界の荷重依存性は、萱場・岩渕が報告したフレッチングのクリティカルな振幅の荷重依存性⁽²⁰⁾と類似する。

最後に、大気中と真空中とのフレッチング摩耗挙動について、き裂の発生という観点から考察する。

SUS 304 では、雰囲気圧力が減少すると酸化摩耗粒子の形成が抑制され、摩耗量が減少し、また巨視的すべり領域での摩擦係数は振幅の大小にかかわらず、10 Pa 以下になると急激に上昇する⁽⁵⁾。また真空中でき裂の発生がみられたと同一の機械的条件でも、大気中ではき裂が発生しないという結果⁽⁵⁾は、摩耗形態の相違と摩擦係数の相違によると考えられる。大気中におけるフレッチング摩耗では、酸化摩耗粒子が遊離摩耗粉として界面から容易に排出され、摩耗は進行する。本研究で使用了試験片形状では、摩耗の進行とともに摩耗こは大きくなり、見かけの接触面積は増加する。その結果 Hertz の最大接触圧力 p_0 は次第に減少する。さらに摩耗の進行とともに応力集中の位置は次第に変化する。また酸化物が界面に存在することにより、摩擦係数は小さくなる。式(8)や図5より、摩擦係数の低下はすべり端に作用する σ_x の値を小さくする。以上のことにより、応力集中の程度が低下し、塑性ひずみの蓄積が不十分となり、き裂の発生が見られないと考えられる。一方真空中でき裂が生成するのは、酸化物が形成されないことによる摩擦係数の増加と、摩耗が進行しないことによる応力集中の局所化によると考えられる。

また大気中あるいは潤滑油中で、Sato らはガラスに対し⁽⁸⁾、後藤らは硬い軸受鋼などに対し⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾、き裂の生成を報告している。これらの実験条件は、部分的すべり領域またはそれに近いすべり振幅であり、摩耗は非常に小さい。したがって摩擦係数が真空中に比べ低いにもかかわらず、すべり端における応力集中が繰返されることによりき裂が発生したものと考えられる。このことは、大気中であっても、き裂の生成の力学的条件が満たされれば、き裂が生成することを示唆している。フレッチング疲労では、疲労交番応力の作用

によりこの条件が容易に満たされると考えられる。

7. 結 言

SUS 304 における真空中でのフレッチング摩耗において観察された垂直き裂の発生は、すべり端に作用する引張応力の集中に依存し、これが局所的塑性ひずみをもたらし、その蓄積による、き裂の発生の程度と応力集中の大きさには相互依存性がみられる。振幅と荷重に依存して、界面でのすべりは部分的すべりと巨視的すべりに分けられる。部分的すべり領域では、せん断力係数 ϕ の増大とともに応力集中の大きさが増大する。一方巨視的すべり領域では、振幅の増大とともに接触面積の増加と、すべり端に摩耗粒子がたまり積することにより、応力集中は減少する。応力集中が小さくなり局所的塑性ひずみが小さくなると、き裂の発生は抑止される。また大気中でき裂の発生が見られないのは、大気中では酸化摩耗粉を形成することにより、摩耗が進行し、また摩擦係数を下げることにより応力集中が小さくなることによる。

本研究の考察に対し、貴重な助言をいただいた東北大学工学部 坂真澄博士に感謝の意を表する。

文 献

- (1) Kayaba, T. and Iwabuchi, A., *Wear*, 74-2 (1981), 229.
- (2) 萱場・岩渕, 潤滑, 27-1 (昭57), 31.
- (3) 萱場・岩渕・加藤, 潤滑, 28-11 (昭58), 845.
- (4) Iwabuchi, A., ほか2名, *Wear*, 91-3 (1983), 289.
- (5) Iwabuchi, A., ほか2名, *Proc. JSLE Int. Tribology Conf.*, Tokyo (1985), 29.
- (6) 西岡・平川, 機論, 34-268 (昭43), 2068.
- (7) O'Connor, J. J. (Waterhouse, R. B., ed.) *Fretting Fatigue*, (1981), 23, Applied Science Pub., London.
- (8) Sato, J., ほか2名, *Wear*, 65-1 (1980), 55.
- (9) 後藤・平野, 潤滑, 20-7 (昭50), 489.
- (10) 後藤・ほか3名, 潤滑, 22-11 (昭52), 718.
- (11) 加藤・ほか3名, 機論, 52-482, C (昭61), 2732.
- (12) Timoshenko, S. P., and Goodier, J. N., *Theory of Elasticity* (3rd ed.), (1970), 419, McGraw-Hill.
- (13) Bowden, F. P., and Tabor, D. (曾田訳), 固体の摩擦と潤滑, (昭45), 23, 丸善.
- (14) Kornhauser, M., *J. Appl. Mech.*, 18-3 (1951), 251.
- (15) Mindlin, R. D., *J. Appl. Mech.*, 16-3 (1949), 259.
- (16) 山下・ほか3名, 機論, 38-310 (昭47), 1549.
- (17) Hamilton, G. M., and Goodman, L. E., *Trans. ASME, Ser. E*, 33-2 (1966), 371.
- (18) Waterhouse, R. B., 文献(7)の1ページ.
- (19) 佐藤・ほか2名, 機論, 51-466, A (昭60), 1534.
- (20) 萱場・岩渕, 機論, 44-378 (昭53), 692.

討 論

〔質問〕 滝 晨彦

〔石川島播磨重工業(株)技術研究所〕

摩擦力が極めて重要なことが理解できる。そこで、摩擦力を考える場合に接触点での応力と摩擦係数の関係を知る必要が生じる。では、図1のしま模様で示されるような真実接触部内での微視的な応力分布をどのように扱うべきでか。また、図4との関連をどうすべきか。

〔回答〕 しま模様の損傷部を近似的に真実接触部とみなすことは、妥当と考える。またこの損傷部の面積を求めると、それは塑性接触 A_p よりも大きく、荷重の0.13乗に比例する。このことは損傷部の応力が弾性接触と塑性接触の共存した状態にあることを意味す

る。たとえば、流動圧力を最大とするだ円分布のような応力分布を考えることができる。損傷部ごとにこのような微視的な応力分布を与え、かつそこでの摩擦状態を測定された巨視的な摩擦係数から決めることができれば、き裂発生に及ぼす応力を厳密に求めることができると考えられる。しかし、はじめには巨視的な立場からの考察が必要であると考ええる。

また表面粗さをもち、局部的に塑性接触をしている接触に対し、表面粗さのない、弾性接触を仮定した図4のモデルを適用することは、結果として本報式(8)が実際の応力の下限值を与えることになると考えられる。