球面入射波による多角柱周囲の音場*

西田 公至*¹, 吉田 有宏*²Sound Field around a Rectangular Cylinder
Produced by Spherical Incident Wave

Kohshi NISHIDA and Yuhiro YOSHIDA

This paper deals with, theoretically and experimentally, the sound field around a rectangular cylinder produced by a spherical sound wave incident on its side surface. In the computation of sound pressure level in this sound field, the effect of diffraction and reflection is taken into consideration. In regard to diffraction, an approximate expression for multiple-edge diffraction is used, which is derived based on the theory of single-edge diffraction. In the experiment, a sound visualization method using three color-light-emitting diodes is used to measure the distribution of sound pressure level in detail. The visualized results show properties of a sound field due to diffraction and reflection clearly. Furthermore, the computed results agree fairly well with the visualized ones.

Key Words: Sound, Measurement, Sound Field, Rectangular Cylinder, Spherical Sound Wave, Diffraction, Reflection, Computation, Sound Visualization, Light Emitting Diode

1. 緒 言

実際に行われている騒音予測の計算では、主として、音の波動性を無視したエネルギー拡散の式を基礎としている⁽¹⁾。しかし、障害物による音の反射や回折の影響を波動性を考慮して計算することができれば、精度のよい騒音予測が可能となる。近年では、計算機能力の飛躍的な向上により、有限要素法や境界要素法を用いて、物体周囲の音場の予測計算が行われるようになった⁽²⁾⁽³⁾。しかし、対象が広領域の音場となると、要素分割数の増大に伴って大容量の計算機を必要とする事となり、困難な面が多い。

本研究では、球面波が多角柱の側面に入射したときに、その周囲に生ずる音場を、音源からの直接波、多角柱による反射波および回折波の影響をすべて考慮して求める計算方法を示す。回折波については、音波が多角柱のあるエッジでさらに右回りと左回りに回折するときの表式を統一し、一般的に多重回折波を表す近似式を誘導する。また、この計算方法を、一例として四角柱の場合に適用し、計算結果と音場の可視化方法⁽⁴⁾

による測定結果との比較検討を行い、用いた計算方法の有効性について検討する。

2. 観測点における音圧

多角柱が音場内に存在するとき、任意の観測点における音圧は、直接波による音圧と多角柱からの反射波および回折波によるそれぞれの音圧の和として与えられる。以下に、それらの音波による観測点での音圧について述べる。

2.1 直接波と反射波 図1に示すように、壁面より h_s だけ離れた位置に点音源が存在するとする。点音源から r_s の距離にある観測点 P での直接波による音圧 p は次式で表される。

$$p = \hat{S} \frac{e^{ikr_s}}{r_s} \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 $\hat{S}$ は点音源の振幅、 k は波長定数を表し、 $k = 2\pi/\lambda$ と定義される。 λ は波長を表す。また、観測点での反射波 p^R は、壁面を剛体と仮定すると鏡像原理により、次式のように表される。

$$p^R = \hat{S} \frac{e^{ikr_{s'}}}{r_{s'}} \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 $r_{s'}$ は鏡像と観測点との距離を表し、

$$r_{s'} = h_s \sec \theta + h_p \operatorname{cosec} \theta \dots\dots\dots (3)$$

* 昭和62年3月7日 北海道支部第28期総会講演会において講演、原稿受付 昭和61年10月6日。

*¹ 正員、室蘭工業大学 (〒050 室蘭市水元町27-1)。

*² 学生員、室蘭工業大学大学院。

と表される。 θ は音波の壁面への入射角を表し、 h_p は観測点と壁面との距離を表す。

2.2 多重回折波の近似式 多角柱の各側面に沿って伝搬する音波は、各稜(エッジ)に到達するごとに回折する。ここでは、このように何回もの回折過程を経た多重回折波を表す近似式を導く。

2.2.1 一重回折波 はじめに、図2に示すような、単一のエッジEを持つ半無限障壁に点音源から球面波が入射した場合の、一重回折波 p^d について説明する。図2においてエッジのくさび部での外角を $\beta(\pi < \beta < 2\pi)$ とする。また座標系としては、エッジを z 軸とする円管座標系を考え、音源と観測点の位置をエッジEについて、 (r_s, θ_s, Z_s) および (r_p, θ, Z) のように表す。

Pierceの近似式では、

$$kr_s \gg 1, kr_p \gg 1 \dots\dots\dots (4)$$

なる条件を満足する場合、観測点での一重回折波による音圧 p^d は、次のように表される⁽⁵⁾。

$$p^d = \hat{S} \frac{e^{i\pi/4}}{L} e^{i\pi/4} \frac{1}{\sqrt{2}} \times \sum_{\pm} \left[\frac{\sin \nu \pi A_D \{ \Gamma M_\nu(\theta \pm \theta_s) \}}{(1 - \cos \nu \pi \cos \nu(\theta \pm \theta_s))^{1/2}} \right] \dots\dots\dots (5)$$

ここで $A_D(x)$ 、 $M_\nu(\theta)$ は、それぞれ次のような関数により定義される。

図1 直接波および反射波

図2 一重回折波

$$A_D(x) = \frac{\sqrt{2}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-u^2}}{(\pi/2)^{1/2} x - e^{-i\pi/4} u} du \\ = \text{sgn}(x) \{ f(|x|) - i g(|x|) \} \dots\dots\dots (6)$$

ここで $\text{sgn}(x)$ は、 $x \geq 0$ に対して $+1$ 、 $x < 0$ に対して -1 の値をとる。また $f(x)$ 、 $g(x)$ は補助フレネル関数であり、本研究では数値計算に適した表式として、 $0 \leq x \leq \infty$ の範囲で成り立つ、次のような近似式を用いた⁽⁶⁾。

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= \frac{1 + 0.926x}{2 + 1.792x + 3.104x^2} \\ g(x) &= \frac{1}{2 + 4.142x + 3.492x^2 + 6.670x^3} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

式(7)の $f(x)$ 、 $g(x)$ は $0 \leq x \leq \infty$ の範囲で、その誤差 $\varepsilon(x)$ が $|\varepsilon(x)| \leq 2 \times 10^{-3}$ となる近似式である。

$$M_\nu(\theta) = \frac{\cos \nu \pi - \cos \nu \theta}{\nu(1 - \cos \nu \pi \cos \nu \theta)^{1/2}} \dots\dots\dots (8)$$

ここに L 、 Γ 、 ν は、それぞれ次式により与えられる。

$$\left. \begin{aligned} L &= \sqrt{(r_s + r_p)^2 + (Z - Z_s)^2} \\ \Gamma &= \sqrt{\frac{kr_s r_p}{\pi L}}, \nu = \frac{\pi}{\beta} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

2.2.2 多重回折波 ここでは二重回折波の場合を例にとり、多重回折波の近似式の誘導過程を説明する。図3に示すような2個のエッジ E_1 、 E_2 を持つ半無限障壁による二重回折波を考える。音源Sから放射された球面波が、

音源 $S \rightarrow E_1 \rightarrow E_2 \rightarrow$ 観測点P

なる経路で伝搬した場合、Pで観測される二重回折波 p^d は、次のような考え方により求めることができる。

まず E_2 上での一重回折波による音圧を、式(5)に $\theta = \beta_1$ 、 $r_p = w_{12}$ を代入することにより求める。この音圧は、Sからの球面波が E_1 上で回折し E_2 へ伝わったものであるが、これを E_1 上の仮想の点音源 S_1 からの直接波によるものであると考える。その結果 S_1 の振幅 $\hat{S}_1$ は、 $\hat{S}$ を用いて表される。得られた $\hat{S}_1$ を、再度式(5)に代入することにより、 p^d は $\hat{S}$ を用いて表すことができる。この場合は、 $\theta_s = 0$ 、 $\theta = \theta_2$ 、 $\beta = \beta_2$ 、 $r_s = w_{12}$ 、 $r_p = r_{2P}$ となる。また、 r_{s1} 、 w_{12} 、 r_{2P} はそれぞれ

$$kr_{s1} \gg 1, kw_{12} \gg 1, kr_{2P} \gg 1 \dots\dots\dots (10)$$

を満足するものとする。

このように二重回折波の近似式は、エッジのくさび上に仮想の点音源を考え、一重回折波の近似式を二度用いることにより得られる。一般的に多重回折波の近似式は、以上の場合と同様に、仮想点音源の考えと一重回折波の近似式を繰返し用いることにより求めることができる。図4に示すような、任意の数のエッジ $E_j(j \geq 1, \pi < \beta_j < 2\pi)$ を持つ半無限障壁での n 重回折波 $p^d(n \geq 2)$ は、条件式(11)を満足するとき、式

(12)のように表すことができる。

$$kr_{s1} \gg 1, kw_{jj+1} \gg 1, kr_{nP} \gg 1 \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$p_n^d = \bar{S} \frac{e^{ikL_n}}{L_n} e^{i\pi n/4} \frac{w_{12}R}{(r_{s1} + w_{12})(w_{n-1n} + r_{nP})} \prod_{j=1}^{n-2} \frac{w_{j+1j+2}}{(w_{jj+1} + w_{j+1j+2})} \\ \times \frac{\sqrt{2} \sin \nu_1 \pi A_D(\Gamma_{s12} M_{\nu_1})}{(1 + \cos \nu_1 \pi \cos \nu_1 \theta_{s1})^{1/2}} \frac{\sqrt{2} \sin \nu_n \pi A_D(\Gamma_{n-1nP} M_{\nu_n})}{(1 - \cos \nu_n \pi \cos \nu_n \theta_n)^{1/2}} \prod_{j=1}^{n-2} \frac{\sqrt{2} \sin \nu_{j+1} \pi A_D(\Gamma_{jj+1j+2} M_{\nu_{j+1}})}{(1 + F_{j+1} \cos \nu_{j+1} \pi)^{1/2}} \quad \dots\dots\dots (12)$$

式中の $M_{\nu_{j+1}}$ は次のように表される。

$$M_{\nu_1} = M_{\nu_1}(\theta_{s1}), M_{\nu_{j+1}} = M_{\nu_{j+1}}(\theta_{j+1}) \quad (2 \leq j+1 \leq n) \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$M_{\nu_{j+1}}(\theta) = \frac{\cos \nu_{j+1} \pi \pm F_{j+1} \cos \nu_{j+1} \theta}{\nu_{j+1} (1 \pm F_{j+1} \cos \nu_{j+1} \pi \cos \nu_{j+1} \theta)^{1/2}} \quad \dots\dots\dots (14)$$

式(14)において、 $j+1=1$ の場合に正の符号を用い、 $j+1 \geq 2$ の場合に負の符号を用いる。また $\nu_{j+1} = \pi/\beta_{j+1}$ である。さらに式(14)で用いられている他の諸量は、次のように表される。

$$\left. \begin{aligned} R &= r_{s1} + r_{nP} + \sum_{j=1}^{n-1} w_{jj+1}, \quad L_n = \sqrt{R^2 + (Z - Z_s)^2} \\ L_{s12} &= L_n(r_{s1} + w_{12})/R, \quad L_{jj+1j+2} = L_n(w_{jj+1} + w_{j+1j+2})/R, \quad L_{n-1nP} = L_n(w_{n-1n} + r_{nP})/R \\ \Gamma_{s12} &= \sqrt{\frac{kr_{s1}w_{12}}{\pi L_{s12}}}, \quad \Gamma_{jj+1j+2} = \sqrt{\frac{kw_{jj+1}w_{j+1j+2}}{\pi L_{jj+1j+2}}}, \quad \Gamma_{n-1nP} = \sqrt{\frac{kr_{nP}}{\pi L_{n-1nP}}} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (15)$$

ただし、 $1 \leq j \leq n-2$

式(12)の最終項、式(14)における係数 F_{j+1} は、回折波の伝搬方向の変化を考慮する係数であり、詳しくは2・2・3項でのべる。

また式(12)は、回折の影響を表す係数を E_n^d とおくと、次のように表すこともできる。

$$p_n^d = \bar{S} \frac{e^{ikL_n}}{L_n} E_n^d \quad \dots\dots\dots (16)$$

ここで L_n は、音源から観測点まで n 重回折した音波の伝搬距離である。式(16)よりも明らかなように、多重回折波の近似式は、点音源から L_n だけ離れた観測点での直接波による音圧の式に係数 E_n^d を乗じたかたちで表されている。係数 E_n^d は直接波に対する回折の影響を表すもので、障害物の形状寸法、障害物に対する音源および観測点の位置、音源の周波数などに依存し、常に $E_n^d < 1$ となる。

2・2・3 伝搬方向の変化する回折波 回折波の表式では、回折波の伝搬方向の相異によって2とおりに分けて考える必要がある。一つは、音波が音源から観測点に向かって各エッジで回折する、伝搬方向の変化しない回折波であり、もう一つは、あるエッジでの回折波が一つ手前のエッジに逆入射して回折する、伝搬方向の変化する回折波である。ここでは、図5に示す

ような二つのエッジ $E_1(=E_3)$ 、 E_2 を持つ半無限障壁による、伝搬方向の変化する回折波を含む、三重回折波を例にとり係数 F_{j+1} について説明する。

音源 S から放射された球面波が、

音源 $S \rightarrow E_1 \rightarrow E_2 \rightarrow E_3(=E_1) \rightarrow$ 観測点 P

なる経路で伝搬した場合、観測点 P では三重回折波による音圧 p_n^d が観測されることになる。前節でも説明したように、 p_n^d は E_2 上の仮定の点音源 S_2 からの直接波が E_3 で回折したものとして与えられる。すなわち p_n^d は、 S_2 の振幅 $\bar{S}_2$ と式(5)を用いて表される。この場合、式(12)の最終項に対応する項は $\bar{S}_2$ の中に含まれ、 F_2 は式(5)において $\theta_s=0$ 、 $\theta=\theta_2=0$ とすることにより与えられ、 $F_2=-1$ となる。

すなわち、 E_2 から E_3 へ伝搬する二重回折波のように、伝搬方向の変化している回折波の場合には $F_{j+1}=$

図3 二重回折波

図4 多重回折波

-1 となる。一方、伝搬方向の変化しない多重回折波の場合には、式(5)において $\theta_s=0$, $\theta=\theta_{j+1}=\beta_{j+1}$ とすることにより与えられ $F_{j+1}=1$ となる。

3. 実験方法

3.1 四角柱モデルおよび音源 図6に音場の可視化実験に用いる四角柱モデルと、その周囲の可視化平面を示す。四角柱モデルは、300 mm×400 mm、高さ 920 mm の大きさを持ち、板厚 30 mm の合板構造となっている。四角柱モデルの正面 500 mm、床面高さ 710 mm の位置に設置された音源からの放射音により、モデル周囲に形成される音場を測定対象とする。今回の実験には、音源として圧電スピーカを用い、スピーカ入力力は 1 W の純音、および 1/3 オクターブバンドノイズを用いている。実験に際して、モデルは高さ 500 mm の支持台に防振ゴムを介して設置され、また音源は防振ゴムを介してスタンド上に固定されている。

3.2 音圧レベル分布の測定 計算結果と比較するために、モデル外部に設置された音源の中心を通る水平面内での音圧レベル (SPL) 分布の測定を行う。本研究では測定に、試作による音場の自動可視化装置を用いた。この装置は LED 式音圧レベル表示装置、マイクロホン自動走査装置および写真撮影装置により構成されている。測定は、3 色 (赤、緑、黄) の発光ダイオード (LED) を取付けた走査マイクロホンを用いて、音圧レベル分布を自動的に連続測定し、5 dB 間隔ごとに 3 色の発光ダイオードを順次反復点滅させ、音圧レベル分布を光の軌跡としてカラーフィルム上に記録することにより行う。なお直方体周囲の音圧レベル分布の可視化測定では、可視化平面を四つに分割し、それぞれの領域ごとに測定を行う。また、これらの実験はすべて簡易無響室において行う。

4. 実験結果および考察

図7は 2000 Hz の純音の場合における、四角柱正面での音圧レベル分布の計算結果と可視化測定結果である。また、図8は中心周波数 2000 Hz の 1/3 オクターブバンドノイズの場合の四角柱周囲での計算結果と可視化測定結果である。これらの計算では、音場に対する直接波、反射波および回折波の影響が考慮されている。1/3 オクターブバンドノイズの場合の計算では、中心周波数を音源の周波数として用いた。直接波、反射波および回折波の計算は、それぞれ式(1)、(2)および式(12)によって行われる。回折波の計算では、伝搬方向の変化する回折波および三重以上の高次の回折波

は、計算結果への影響が小さいため省略した。また、計算では音源の中心軸上、四角柱正面 100 mm の点での音圧レベルの測定値を参照値として用いた。

図7, 8より明らかなように、純音、1/3 オクターブバンドノイズ、いずれの場合にも計算結果と測定結果はよく一致している。しかし図8において、背面とその近傍の領域では、測定結果の等音圧レベルの境界が、正面の領域のものとは比べ明瞭ではなく、3 色の発光ダイオードの点滅が頻繁に起こっていることがわかる。このことは、音圧レベルの変化が激しいことを示しており、計算結果からもこの領域での音圧レベル分布が複雑になっていることがわかる。背面近傍での音圧レベルが、音源近傍での値に比べて約 40 dB 低下していることもわかる。ここで、多重回折波の近似式を適用する場合の条件について検討を加える。今回、計算に使用した周波数、2000 Hz の場合には、 $kr_{s1}=19.4$, $kw_{j+1}=12.8$, 14.7 となり、いずれの場合も $kr_{s1} \gg 1$, $kw_{j+1} \gg 1$ なる条件を満足している。なお、周波数など種々の条件を変えた場合の検討結果より、これらの条件はいずれも 2 より大きければ十分であることが確認されている。一方、観測点とエッジとの距離 r_{np} に関する条件 $kr_{np} \gg 1$ が成り立つためには、この場合では $r_{np} \gg 2.7$ cm と計算される。したがって各エッジ近傍では、この条件が成立しないことになる。しかし、図7および図8の結果より考えて、計算を行う場合に

図5 伝搬方向の変化する回折波

図6 四角柱モデルおよび可視化平面

この条件による影響はほとんどないものと考えられる。回折波の計算ではくさび状の半無限障壁による回折の近似式を基礎としているため、提示した n 重回折波の式を多角柱に適用する場合、多角柱は無限の長さを持つことが仮定されている。しかし実際には、測定結果との比較から明らかなように、用いた計算方法は多角柱が有限長の場合でも十分に適用しうることがわかる。

図9は、音源が四角柱前面の中心軸線上から離れた位置にあるときの計算結果である。ただし計算にあたって、四角柱の大きさは図7で用いたものと同じであ

るとし、音源としては、直方体正面より 400 mm、側面より 200 mm の位置（図中⊙印）に 2000 Hz の点音源を仮定した。また計算では、三重回折波までを考慮し、四角柱の中心軸線上、正面より 100 mm の点での参照値を 70 dB とした。この結果からも、用いた計算方法により、球面入射波による直方体周囲の複雑な音場を求めることができることがわかる。

5. 結 言

球面波が多角柱側面に入射する場合に、その周囲に形成される音場を、直接波、反射波および回折波の影

図 7 四角柱正面の音圧レベル分布の計算結果と可視化測定結果

図 8 四角柱周囲の音圧レベル分布の計算結果と可視化測定結果

周波数 2 000 Hz

図 9 四角柱周囲の音圧レベル分布の計算結果

響を考慮して求めるための計算方法を示した。特に回折波については、回折波が多角柱側面に沿って伝搬す

るときの方向の相異を考慮した一般的な n 重回折波の近似式を提示した。さらに、実際の音場との対応をみるために、一例として四角柱周囲の音場について計算結果と音場の可視化方法による可視化結果との比較検討を行った。その結果、入射波が純音および $1/3$ オクターブバンドノイズのいずれの場合にも、計算結果は詳細な可視化結果と一致した。計算では、無限長の多角柱を仮定しているが、結果からも明らかなように用いた計算方法によれば、実際の有限長の多角柱周囲の音場をかなり精度よく予測することが可能であることがわかった。

文 献

- (1) 井川, 機誌, 80-708 (昭 52), 1161.
- (2) 田口・ほか 2 名, 日本音響学会誌, 40-12 (昭 59), 784.
- (3) 藤塚・西田, 機論, 52-479, C, (昭 61), 1973.
- (4) 西田・丸山, 機論, 51-461, C, (昭 60), 223.
- (5) Pierce, A. D., *Acoustics*, (1981), 491, McGraw-Hill.
- (6) Abramowitz, M. and Stegun, I. A., *Hand Book of Mathematical Functions*, (1972), 302, Dover.