有限幅希薄気体潤滑理論解析によるテーパフラット スライダの静特性解析* (形状精度が浮上特性に与える影響)

久保 雅 裕*¹, 大坪 康 郎*²
川島 教 嗣*¹, 丸 茂 齊*¹

Static Characteristics of Finite Width Tapered Flat Slider Bearings According to Rarefied Gas Lubrication Theory (Influence of Dimension Error)

Masahiro KUBO, Yasuo OHTSUBO,
Noritsugu KAWASHIMA, and Hitoshi MARUMO

The static characteristics of finite width tapered flat slider bearings in a rarefied gas region were investigated. The linearized Boltzmann equation was solved by the numerical method of iteration and a pressure equation was obtained, coupled with a continuous equation. The finite element method was developed for solving the pressure equation. It was found that the two-moments approximation showed a 10 % larger load than the present solution, for inverse Knudsen number $\alpha=1.7$. This means that the present solution is superior to the two-moments approximation when $\alpha=1.7$. The dimensional error influence on super-low-spacing-slider flying performance was also discussed.

Key Words: Lubrication Theory, Rarefied Gas Dynamics, Tapered Flat Slider Bearing, Finite Element Method, Dimension Error

1. 緒 言

磁気ディスク装置の記録密度を増大するために、浮動ヘッドスライダの浮上量はより低くなり、近い将来には、最小浮上量 h_2 が $0.1 \mu\text{m}$ 内外に達すると思われる。このようにスライダ浮上量が低くなると気体の希薄性の影響がより顕著に現れるものと考えられる。現在実用化されているスライダ ($h_2 > 0.2 \mu\text{m}$) の設計には Burgdorfer⁽¹⁾ が導いた修正レイノルズ方程式 (壁面でのすべりを考慮) が広く用いられているが、クヌッセン数 K_n が $0.5 \sim 1$ にまで大きくなると修正レイノルズ方程式が適用範囲外になる恐れがある。本報では、 $K_n = 0.5 \sim 1$ の場合のテーパフラットスライダの浮上挙動について、ボルツマン方程式をもとに気体の希薄性を従来よりもより精密に考慮し、解析を行った。

ボルツマン方程式から潤滑方程式を導いたものとして、Gans⁽²⁾ の 2 モーメント法によるものがあげられ、2 モーメント法による解は、従来の修正レイノルズ方程式に相当することが示された。福井ら⁽³⁾ は、ボルツ

マン方程式の比較的精度のよい近似解を用いることを提案し、無限幅テーパスライダについて圧縮性定数の影響について論じている。著者らは、先に、無限幅テーパスライダについて、逆クヌッセン数 α が、 $\alpha < 1.6$ の範囲にまで流出端浮上量が低下すると 2 モーメント法による解析では不十分であることを示した⁽⁴⁾。一方、実際の有限幅のスライダの浮上挙動はどのようなものであるかということは、非常に興味のある問題である。ここでは、線形ボルツマン方程式を差分法で解き、速度分布を求め、流量の連続性から得られる圧力方程式に対して有限要素法を適用し、有限幅テーパフラットスライダについてその浮上挙動を調べた。浮上量が低くなるとスライダの形状誤差が浮上挙動に及ぼす影響が大きくなるので、特に、テーパ角、フラット部の研磨時に生じる微小高さのクラウン、スライダ幅精度が浮上量挙動に及ぼす影響について論じた。

2. 基礎方程式

2.1 圧力方程式 三次元希薄気体潤滑理論式は、二次元の場合の結果⁽³⁾⁽⁴⁾ から容易に導かれる。2 方向の圧力こう配の項は互いに独立だからである。文献⁽⁴⁾ で得られた結果から、希薄領域の圧力方程式は次式で与えられる。

* 昭和 61 年 10 月 7 日 第 64 期全国大会講演会において講演、原稿受付 昭和 61 年 10 月 28 日。

*¹ 正員、(株)東芝総合研究所 (〒210 川崎市幸区小向東芝町 1 番地)。

*² (株)東芝総合研究所。

$$\nabla \{PG_2 \nabla P - \Lambda(PG_1)\} = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$\Lambda^* = (\Lambda_x^*, \Lambda_y^*) = \frac{\mu_0 L}{P_0 H_m^2} (U_x, U_y) \dots\dots\dots (2)$$

ここで、座標軸は x 軸を膜厚方向、 y 軸を幅方向、 z 軸を長手方向にとり、 P は周囲圧力 P_0 で無次元化した無次元圧力、 μ_0 は粘度、 U_x, U_y はディスク速度の z , y 成分、 L は軸受長、 H_m は基準すきまであり、 G_1, G_2 は、線形ボルツマン方程式を解いて得られる流量係数である。なお、無次元量 Λ_x, Λ_y は連続流れの場合のレイノルズ方程式で用いられるベアリングナンバとは異なる量で前者は後者の $1/6$ の量となっている。 G_1, G_2 は以下のようにして求められる量である。二次元の場合、マクスウェル速度分布関数の座標と分子速度の摂動量 ϕ を考えると、線形ボルツマン方程式

$$\frac{v_x}{\alpha} \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{v_z}{\alpha} \frac{\partial \phi}{\partial z} = -\phi + \nu + 2\nu_z u \dots\dots\dots (3)$$

を得る⁽²⁾。ここで、 x は膜厚方向無次元座標、 z は流れ方向無次元座標、 v_x, v_z は分子速度を分子熱速度で無次元化した無次元分子速度ベクトルの x, z 成分、 α は逆クヌッセン数 $\alpha = P_0 \delta' / (c\mu_0)$ (δ' は規格膜厚)、 ν は分子数密度の摂動量で $\nu = \nu(z)$ とする。 u は z 方向無次元流速である。式(3)で次式の形の解を求める。

$$\phi = \nu + v_z U_B \Psi \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 $\Psi = \Psi(x, v_x)$ 、 U_B は分子熱速度で無次元化した無次元境界速度である。 δ を無次元膜厚とすると式(3)、(4)から速度方程式

$$\begin{aligned} u = & \frac{\alpha}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \left[u(s) - \frac{1}{2\alpha} \frac{\partial \nu}{\partial z} \right] J_{-1}[\alpha(x-s)] ds \\ & + \frac{\alpha}{\sqrt{\pi}} \int_x^\delta \left[u(s) - \frac{1}{2\alpha} \frac{\partial \nu}{\partial z} \right] J_{-1}[\alpha(s-x)] ds \\ & + \frac{U_B}{\sqrt{\pi}} J_0[\alpha(\delta-x)] \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

が得られる。ここで、

$$J_n(x) = \int_0^\infty t^n e^{-(t^2 + \frac{x^2}{2})} dt \dots\dots\dots (6)$$

である。式(5)を差分法で解く⁽⁵⁾。節点間の速度を線形内挿すると節点 k の $(n+1)$ 回めの計算値は、

$$\begin{aligned} u_k^{(n+1)} = & \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left\{ \left[2u^{(n)}(x_k) - \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \nu}{\partial z} \right] J_0(0) \right. \\ & - \left[u^{(n)}(0) - \frac{1}{2\alpha} \frac{\partial \nu}{\partial z} \right] J_0(\alpha x_k) \\ & - \left[u^{(n)}(\delta) - \frac{1}{2\alpha} \frac{\partial \nu}{\partial z} \right] J_0[\alpha(\delta-x_k)] \\ & - \sum_{i=1}^{k-1} \frac{u_{i+1}^{(n)} - u_i^{(n)}}{x_{i+1} - x_i} [J_1[\alpha(x_k - x_{i+1})] \\ & - J_1[\alpha(x_k - x_i)]] \\ & + \sum_{i=1}^{N-k} \frac{u_{i+k-1}^{(n)} - u_{i+k-2}^{(n)}}{x_{i+k-1} - x_{i+k-2}} [J_1[\alpha(x_{i+k-1} - x_k)] \\ & - J_1[\alpha(x_{i+k-2} - x_k)]] \\ & \left. + U_B J_0[\alpha(\delta - x_k)] \right\} \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

で与えられる。ここで N は膜厚方向分割節点数である。式(7)から次式の F_1, F_2 を求める⁽³⁾。

$$u = U_B F_1 + \alpha \frac{\partial \nu}{\partial z} F_2 \dots\dots\dots (8)$$

流量係数 G_1, G_2 は、 F_1, F_2 を膜厚方向に積分することによって得られる。

$$\left. \begin{aligned} G_1 &= \int_0^\delta F_1 dx \\ G_2 &= - \int_0^\delta F_2 dx \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

結局、式(7)、(9)から G_1, G_2 を求め、これらを用いて式(1)により圧力を求めることになる。なお、解析の流れ図を図1に示す。

ところで、逆クヌッセン数 α が大きくなると、式(7)によって速度分布解を求める際、繰返し数が増加し計算時間の著しい増加を招く。このため、本報では、逆クヌッセン数 α が、 $\alpha > 8$ の範囲 (例えばテーパ部)

図1 解析の手順

では2モーメント法による式(5)の近似解をもって式(7)にかえた。 α が大きい場合には2モーメント法近似解と数値厳密解との差は小さいので、このような取り扱いでも十分であると考えられる。例えば、無限幅テーパスライドの場合、 $A=2.8$ 、流入端において、 $\alpha=8$ 、流出端において、 $\alpha=4$ のとき、浮上すきまの両者の差は3%程度以内となっている⁽⁴⁾。ここで、2モーメント法による速度分布近似解は、

$$u = \frac{1}{2} \alpha \frac{\partial v}{\partial z} x^2 + \left(\frac{\alpha U_z}{\alpha \delta + \sqrt{\pi}} - \frac{1}{2} \alpha \frac{\partial v}{\partial z} \delta \right) x + U_z - \frac{\sqrt{\pi}}{4} \delta \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{(2\alpha\delta + \sqrt{\pi}) U_z}{2(\alpha\delta + \sqrt{\pi})} \dots (10)$$

である。

2.2 有限要素法の適用 式(1)に有限要素法を適用する。式(1)のはん関数 $\phi(p)$ の変分は、次式で与えられる。

$$\delta \phi(P) = \int_{\Omega} (G_2 P \nabla P - A G_1 P) \nabla \delta P \cdot d\Omega = 0 \quad (11)$$

ここで、 Ω は全領域を表す。領域を要素に分割し、要素内での圧力 $p_{(m)}$ を節点での値 $P_{(m)}$ で内挿する。

$$p_{(m)} = f_{(m)}^T P_{(m)} \quad (12)$$

ここで、 $f_{(m)}$ は、内挿マトリックスである。次に、以下に示すマトリックスを導入する。

$$\nabla p_{(m)} = B_{(m)} P_{(m)} \quad (13)$$

$$C_{1(m)} = \begin{pmatrix} G_1 & 0 \\ 0 & G_1 \end{pmatrix} \quad (14)$$

$$C_{2(m)} = \begin{pmatrix} G_2 & 0 \\ 0 & G_2 \end{pmatrix} \quad (15)$$

$$K_{(m)} = B_{(m)}^T C_{2(m)} B_{(m)} \quad (16)$$

$$U_{(m)} = B_{(m)}^T C_{1(m)} A^* T \quad (17)$$

δP が任意であることを用いると式(11)は次のようになる (M は総要素数)。

$$\sum_{m=1}^M \int_{\Omega(m)} [K_{(m)} P_{(m)} - U_{(m)}] f_{(m)}^T P_{(m)} d\Omega = 0 \quad (18)$$

式(21)にニュートンラプソン法を用い、次式を得る [$P^{(n)}$ は n 回目の収束解を表す]。

$$M P^{(n+1)} = M P^{(n)} - D \quad (19)$$

$$M = \sum_{m=1}^M \int_{\Omega(m)} (K_{(m)} f_{(m)} P^{(n)} + K_{(m)} P^{(n)} f_{(m)}^T - U_{(m)} f_{(m)}) d\Omega \quad (20)$$

$$D = \sum_{m=1}^M \int_{\Omega(m)} (K_{(m)} P^{(n)} - U_{(m)}) f_{(m)}^T P^{(n)} d\Omega \quad (21)$$

式(19)を繰返し計算することで、圧力分布を得る。本報での速度の繰返し解を得る際の収束条件は、速度解の増分の最大値 $\Delta u_{\max}$ が速度解の最大値 $u_{\max}$ の0.3%以内に収まるという条件とした。すなわち、

$$\frac{\Delta u_{\max}}{u_{\max}} < 0.003 \quad (22)$$

である。このような収束条件とした場合の解の精度については文献(4)を参照されたい。

3. 解析結果

3.1 スライド形状 図2に計算の対象としたテーパフラットスライドの形状を示す。主な数値は、軸受幅 $B=0.3$ mm、全長 $L=4.1$ mm、テーパ長 $l_t=0.4$ mm、ピボット位置 $\xi=0.53$ である。このスライドの軸受面を幅方向に10、流れ方向に43に分割し、総節点数484に離散値化した。なお、流れ方向については、圧力の変化が急になることの多いテーパ部とフラット部の境界付近と流出端付近での要素分割を細かくした。

実際のスライドでは、製作誤差に起因する高さ百分の数ミクロン程度のクラウンが存在する。以下に示す解析結果では、このクラウン高さ、テーパ角度、軸受面幅精度がスライド浮上性能にどのように影響するかを論じる。なお、ディスク速度は、小径ディスクの代表速度、12 m/s、温度は30°C、大気圧のもとで解析した。また、分子平均自由行程は周囲圧力のもとでの値 λ_0 を用いた。

3.2 流出端浮上量と荷重の関係 図3は、ディスク速度 $U=12$ m/s、ピボット位置 $\xi=0.53$ 、テーパ角 $\theta_t=50'$ の場合の流出端浮上量と荷重の関係を示す。横軸の浮上量の範囲は、逆クヌッセン数 α が0.8~1.9に対応している。比較のため2モーメント法による解も示してある。

浮上量 $h_2=0.105$ μ m に対する数値厳密解が示す荷重は62 mNであり、この荷重に対して2モーメント法が与える浮上量は数値厳密解に比べて10%強大きな値となっている。このときの浮上量 $h_2=0.105$ μ m は、逆クヌッセン数 $\alpha \approx 1.7$ に相当する。また、浮上量 $h_2=0.057$ μ m の場合には、同様に2モーメント法の解は数値厳密解に比べて20%ほど大きな解を与えており、壁面でのすべりを考慮するだけでは浮上量が小さくなると、解の精度はさらに悪くなることがわかる。

なお、本報では、周囲圧力のもとでの分子平均自由行程 λ_0 を用いた。つまり、すきま内での分子平均自由行程は、局所圧力に依存しないものとして解いた。一方、分子平均自由行程の局所圧力依存を考慮し発生する圧力のもとでの λ_p を用いる近似も考えられる。後者の場合には、節点での各流量係数を求める際、例えば初期値として λ_0 を用いて圧力解を求め、全節点について得られた圧力のもとでの λ_p を計算して新たに流量係数を求め、圧力解が収束するまでこれら一連の計算を繰返すという操作が必要となる。ここでは、繰返し計算での圧力解の増分の最大値 $\Delta P_{\max}$ が周囲圧力

に対して1%以内に収まるという収束発件,

$$\frac{\Delta P_{\max}}{P_0} < 0.01 \quad (23)$$

を用いて計算してみた。2モーメント法では $h_2 = 0.076 \mu\text{m}$, $U = 12 \text{ m/s}$, $\zeta = 0.53$, $\theta_t = 50'$ の条件のもとでの局所圧力依存性を考慮した場合の荷重 $W_{\lambda k}$ と考慮しない場合の荷重 $W_{\lambda 0}$ の比は, $W_{\lambda p}/W_{\lambda 0} = 1.24$ であり, 数値厳密解では, $W_{\lambda p}/W_{\lambda 0} = 1.22$ となり二つの解法の差は2%である。このように分子平均自由行程 λ の局所圧力依存性を考慮すると, 発生圧力によって λ が小さくなるので ($\lambda \propto 1/P$), 約20%程荷重が大きくなっているが, $W_{\lambda p}/W_{\lambda 0}$ の値は, 数値厳密解と2モーメント解とで大きな違いはないので, $W_{\lambda 0}$ を用いて両者の解を比較して議論してもよいと考えられる。

図4は, 図3と同じ条件での流出端浮上量 h_2 とピッチ角 θ_p の関係を示す。数値厳密解の与えるピッチ角は, 2モーメント法による解に比べて大きな値を示すが, これは, 前者では気体の希薄性の影響がより強く出て, 流出端近傍でのくさび膜作用による昇圧作用が小さくなるため, ピボット支持点一定の条件を満たすようにピッチ角が大きくなることによる。逆に言えば, 2モーメント法では, 気体の希薄性を過少に評価していることによるといえる。

3.3 テーパー角と荷重の関係 図5は, ディスク速度 $U = 12 \text{ m/s}$, ピボット位置 $\zeta = 0.53$, 流出端浮上量 $0.076 \mu\text{m}$ ($0.3 \mu\text{inch}$) の場合のテーパ角と荷重の関係を示す。2モーメント法, 数値厳密解によるもの双方とも, テーパー角による荷重の変化は小さく, テーパ

図2 テーパーフラットスライダ

角 $0.003 \text{ rad} < \theta_t < 0.019 \text{ rad}$ の範囲でただか3%の違いとなっている。これによる流出端浮上量の違いは, 4%程度にとどまる。同じ浮上姿勢でテーパ角が変わると, 特に, テーパー部とフラット部の境界付近での圧力分布が大きく変わるが, ピボット支持のために図6に示すように浮上姿勢が変化し, 結果として荷重, 流出端浮上量にはあまり変化がない。流入端での浮上量の変動を許容すれば, 流出端浮上量 $0.076 \mu\text{m}$ という極めて小さな浮上量の場合でもテーパ角の製作精度にはあまり注意を払わなくてもよいことがわかる。

3.4 フラット部の微小高さクラウンと荷重の関係 テーパーフラットスライダのフラット部は, 本来フラットなものであるが, 実際には, 製作上の都合で微小高さのクラウンが存在することが多い。浮上量が本報で対象としているほど小さくなると, この影響が無視できなくなる。ここでは, フラット部のクラウンを放物線で近似し, クラウン高さ h_c と荷重の関係を調べた。

図7は, ディスク速度 $U = 12 \text{ m/s}$, テーパー角 $\theta_t = 50'$, 流出端浮上量 $0.076 \mu\text{m}$ の場合のクラウン高さ h_c と荷重の関係を示す。クラウン高さ h_c が大きくなるとともに荷重は大きくなるが, その割合が2モーメント法のほうが数値厳密解に比べて大きくなっている。クラウン高さの公差値を決める際に2モーメント法による解で判断するとより厳しいものになることがわかる。したがって, 2モーメント法によれば安全側に評価できるが, 便宜上, $h_2 = 0.076 \mu\text{m}$ 近傍での浮上量と荷重の関係をクラウンが存在する場合にも図3で近似すれば, 製作公差が不必要なほど厳しくなると考えられ, スライダの製造歩留りが悪くなりコストの増大を招くことになるので, 数値厳密解を用いた解析が望ましいことがわかる。図7で $h_c = 0$ のときの解の傾きは,

図3 流出端浮上量と荷重

数値厳密解のものは2モーメント近似解のものよりも1/2程度小さくなっており、クラウンの存在による浮上量変化をある一定の値以下に収めるクラウン高さの公差値は、数値厳密解が与えるものは、2モーメント法によるものに比べれば緩いものとなると考えられる。

3.5 軸受幅精度の影響 本報で対象としたスライド(図2)のように軸受幅を小さくすることで従来よりも浮上量を低くした場合には、軸受幅精度の許容量が従来浮上量のスライドのものよりも厳しくなることが予想される。

図8は、ディスク速度12 m/s、ピボット位置 $\xi=0.53$ 、流出端浮上量 $0.076\mu\text{m}$ の場合の軸受面幅 $0.285\sim 0.315$ の範囲について、荷重との関係を示す。上記範囲は公差 $\pm 15\mu\text{m}$ に対応している。クラウン高さについて議論した場合と同様に、便宜上 $h_2=0.076\mu\text{m}$ 近傍での浮上量と荷重の関係を図3に示す $B=0.3$ のときの曲線で近似して考える。図8で、 $B=0.3$

のときの傾きを比較すると2モーメント近似解が与える傾きは、数値厳密解が与える傾きに比べて20%程度大きなものを与えるので、2モーメント近似解に従うと、軸受幅の精度は数値厳密解に従う場合に比べてより厳しい許容値を与えるものと考えられる。

4. 結 言

流出端での浮上量が極めて小さい範囲(クヌッセン数 $K_n=0.5\sim 1.0$)について、テーパフラットスライドの浮上挙動を線形ボルツマン方程式を数値的に解くことにより気体の希薄性を従来よりも精密に考慮して解析を行った。特に、超低浮上スライドの実用化に際して問題になると考えられているスライドの形状精度が浮上特性に及ぼす影響について重点をおいて論じた結果以下の点が明らかとなった。

- (1) 流出端の浮上量 h_2 が $0.11\mu\text{m}$ 程度のとき、

図4 流出端浮上量とピッチ角

図5 テーパー角と荷重

図6 テーパー角とピッチ角

図7 クラウン高さと荷重

図 8 軸受幅と荷重

2 モーメント法近似解では線形ボルツマン方程式の数値厳密解に比べて浮上量を 10 % 高く見積もることになる。

(2) ピッチ角が変動することを許容すれば、テーパ角の加工精度は高くなる必要はない。

(3) フラット部に存在する微小高さクラウンは、浮上挙動に対し、大きな影響を及ぼすが、2 モーメント法による解にしたがうと h_c の許容値は、数値厳密解に比べてより厳しいものとなる。

(4) 軸受幅精度も 2 モーメント法によれば若干厳しい許容値を与える。

文 献

- (1) Burgdorfer, A., *Trans. ASME, Ser. D*, 81 (1959), 94.
- (2) Gans, R. F., *Trans. ASME, J. Lubr. Technol.* 107 (1985), 431.
- (3) 福井・金子, 53-487, C (昭 62), 829.
- (4) 久保・川島・丸茂, 機論, 53-488, C (昭 62), 962.
- (5) 例えば, Cercignani, C and Daneri, A. J., *J. Appl. Phys.* 34-12 (1963), 3509.