両端に差圧のあるジャーナル軸受で ささえられた弾性軸の安定限界*

(第1報, 理論解析-その1)

金 子 寛^{*1}

The Stability Limits of a Flexible Rotor Supported by Journal Bearings with Pressure Difference between Both Ends (1st Report, Theoretical Analysis-Part 1)

Satoru KANEKO

The stability limits for a linearized model of a symmetric horizontal flexible rotor rotating in cylindrical journal bearings with axial flow in the clearance induced by a pressure difference between both ends are studied theoretically. In this report, the effect of pressure difference between both ends of journal bearings on the stability threshold speed (onset speed of half speed whirl) is investigated. In the present analysis, the dynamic Reynolds equation is applied to the system, and numerically solved with the pressure drop mainly due to the axial acceleration of the oil at the inlet end of the journal bearing being taken into account. The stability threshold speed is obtained by linearizing the equation of motion about the equilibrium and applying the Bairstow-Hitchcock method to solve the characteristic equation. It is found that pressure difference influences the stability threshold speed, which increases with pressure difference except in the range of low pressure difference.

Key Words: Vibration of Rotating Body, Lubrication Theory, Pressure Difference, Stability Threshold Speed, Jeffcott-Rotor, Cylindrical Journal Bearing

1. は じ め に

著者は、すでに、ポンプなどに用いられているライナリングやバランスピストンなどの非接触シール部に存在する液膜の動特性(ばね特性および減衰特性)を理論的、実験的に解析した⁽¹⁾⁽²⁾。その結果、シール部両端の差圧による軸方向流れによって軸の偏心方向と逆方向に作用する液膜反力が生じる、いわゆる静圧軸受作用が生じ、その静圧軸受作用が主な原因となって液膜のばね係数の主対角成分が差圧とともに大きくなることなどを明らかにした。

本研究では、ポンプの非接触シール部の動特性ですでに明らかにされた差圧による静圧軸受作用を通常のすべり軸受にも適用して、両端に差圧を有する円筒ジャーナル軸受で水平にささえられた対称な弾性ロータ(ジェフコットロータ)の安定限界速度(オイルホワール発生軸回転速度)を理論的に解析し、これにおよぼす軸受両端の差圧の影響を明らかにすることを目的とする。

まず、ジャーナル軸受の油膜の力を線形化するため

にレイノルズ方程式を適用して油膜のばね係数および減衰係数を算出する。なお、油膜の圧力分布を計算する際の軸方向の圧力境界条件は、既報⁽¹⁾と同様に、軸受の高圧側の流入端においては油の軸方向加速などによって生じる圧力降下を考慮に入れ、また低圧側の流出端においては圧力は大気圧とした。

次に、軸受油膜でささえられた弾性ロータの運動方程式を、ばね係数および減衰係数で線形化された油膜の力を用いて表す。そして、これらの運動方程式よりつくられる特性方程式を、Bairstow-Hitchcock法を用いて解いて複素固有値を算出し、得られる複素固有値の実部が零になるときの軸回転速度、すなわち安定限界速度を求める。さらに、それらの結果より、軸受両端の差圧が安定限界速度におよぼす影響を明らかにする。

2. 本論文で用いる主要な記号

$C_{mn}(m, n=X, Y)$: 油膜の減衰係数 $N \cdot s/m$

D : 軸受直径 $= 2R$ mm

$K_{mn}(m, n=X, Y)$: 油膜のばね係数 N/m

L : 軸受幅 mm

N : 軸回転速度 rpm

N_s : 両端単純支持でのロータの曲げ固有振動数

* 昭和62年3月14日 関西支部第62期定時総会講演会において講演, 原稿受付 昭和61年4月11日。

^{*1} 正員, 長岡技術科学大学 (〒940-21 長岡市上富岡町1603-1)。

$$=60/(2\pi) \cdot \sqrt{k_s/m} \quad 1/\text{min}$$

N_{th} : 安定限界速度 rpm

P : ゲージ圧力 MPa

P_d : 差圧 MPa $=P_h - P_l$

P_h : 軸受の高圧側の油の流入端直前 ($z=-0$) における圧力 MPa

P_h' : 軸受の高圧側の油の流入端直後 ($z=+0$) における圧力 MPa

P_l : 軸受の低圧側の流出端 ($z=L$) における圧力, 大気圧 MPa

P_m : 軸受平均面圧 $=f_0/(LD)=mg/(4LD)$ MPa

O_b : 軸受中心

O_j : ジャーナル中心

O_r : ロータ中心

Q : 軸方向流量 m^3/s

R : 軸受半径 mm

R_a : 軸方向レイノルズ数 $=w_m c \rho / \mu$

R_w : 周方向レイノルズ数 $=R \omega c \rho / \mu$

X, Y : 水平および鉛直方向座標

X_j, Y_j : O_b を原点としたジャーナル中心の X, Y 方向座標

X_r, Y_r : O_b を原点としたロータ中心の X, Y 方向座標

c : 軸受平均半径すきま mm

e : ジャーナルの偏心率 mm

f : 油膜反力 $=\sqrt{f_x^2 + f_y^2}$ N

f_x, f_y : 油膜反力の偏心率方向およびそれと直角方向の成分 N

f_x, f_y : 油膜反力の X, Y 方向成分 N

g : 重力の加速度 m/s^2

h : 油膜厚さ $=c(1+\kappa \cos \theta)$ mm

k_s : 軸の曲げこわさ N/m

m : ロータの質量 (ロータの中央に質量が集中すると仮定する) kg

s : 複素固有値 $1/\text{s}$

t : 時間 s

w_0 : 軸受の高圧側の流入端直後 ($z=+0$) における油膜厚さ方向に平均した油の軸方向流速 m/s

w_m : 軸方向平均流速 $=Q/(2\pi R c)$ m/s

y : 油膜厚さ方向座標

z : 軸方向座標

ζ : 入口損失係数

θ : 最大膜厚位置からの角座標 rad

κ : ジャーナルの偏心率 $=e/c$

μ : 油の粘性係数 $\text{mPa}\cdot\text{s}$

ρ : 油の密度 kg/m^3

ψ : 偏心率角 rad

ω : 軸の回転角速度 rad/s

$\cdot$: 時間の1階微分 $\equiv d/dt$

添字 0: 静的平衡状態における諸量であることを示す。

Δ : 変数の微小変動量を示す。

3. 数 値 解 析

3・1 油膜係数 図1に示すごとく, 自転の角速度が ω のとき, ジャーナル中心 O_j が偏心率方向に $\dot{e}$, それと直角方向に $e\dot{\psi}$ の速度で運動しているとすると, 軸受すきま内の油膜の圧力 P は次の動的レイノルズ方程式によって決定される (図1参照)。

図1 すべり軸受の座標系

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(h^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \frac{\partial P}{\partial z} \right) = 6\mu c (-\omega \sin \theta + 2\kappa \dot{\phi} \sin \theta + 2\dot{\kappa} \cos \theta) \quad \dots\dots\dots (1)$$

軸方向の圧力境界条件は、軸受の高圧側の流入端での圧力降下 δP を考慮に入れて次のように考える。

$$\left. \begin{aligned} z=+0 \text{ (流入端直後)} & \text{ で } P=P_h (=P_h - \delta P) \\ z=L \text{ (流出端)} & \text{ で } P=P_l \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 P_l は大気圧とし、また P_h は以下のようにして求める。

高圧側の流入端での圧力降下 δP は次式で与えられる。

$$\delta P = (1 + \zeta) \rho w_0^2 / 2 \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで ζ は高圧側の流入端での入口損失係数 ($=0.5$) である。また、 w_0 は高圧側の流入端直後 ($z=+0$) における油膜厚さ方向に平均した軸方向流速であり、次式のように求められる。

$$w_0 = - \frac{h^2}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial z} \Big|_{z=+0} \quad \dots\dots\dots (4)$$

これを式(3)に代入すれば、 P_h は次式で表される。

$$P_h = P_l - \frac{(1 + \zeta)}{288} \rho \frac{h^4}{\mu^2} \left(\frac{\partial P}{\partial z} \Big|_{z=+0} \right)^2 \quad \dots\dots\dots (5)$$

なお、 P_h は式(5)をレイノルズ方程式(1)と連立させて解くことにより決定される。

次に差分法を用いて式(1)を離散値化し、流入端直後 ($z=+0$) の格子点圧力は逐次減速緩和法を用いて、それ以外の格子点圧力は逐次加速緩和法を用いて、繰返し計算により求める。計算の過程で、ある格子点圧力が負圧になった場合は直ちに大気圧に置き換え、次の格子点の圧力の計算に進む。なお、圧力 P の収束判定基準値は、静的平衡状態の計算の場合は 10^{-8} 、非平衡時の計算の場合は 10^{-10} とした。また、式(1)を離散値化するに際して、軸受面を周方向に 80 等分、軸方向には 18 等分することにより、差分格子を構成した。

圧力 P が求まれば、油膜反力 f の偏心方向成分 f_κ およびそれに直角成分 f_θ は次式のように求まる (図1参照)。

$$\left. \begin{aligned} f_\kappa &= - \int_0^L \int_0^{2\pi} PR \cos \theta d\theta dz \\ f_\theta &= \int_0^L \int_0^{2\pi} PR \sin \theta d\theta dz \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (6)$$

さらに、 X 、 Y 方向座標を、図1に示すごとく、それぞれ水平、鉛直方向にとると、 f の X 方向成分 f_x および Y 方向成分 f_y は、 f_κ 、 f_θ を用いて次のごとく与えられる。

$$\left. \begin{aligned} f_x &= f_\kappa \sin \phi - f_\theta \cos \phi, \quad f_y = f_\kappa \cos \phi + f_\theta \sin \phi \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 f_x 、 f_y の正の向きは、それぞれ $-X$ 、 $-Y$ 方向とする。また、 ϕ は偏心角であり、静的平衡状態の場合には $\phi = \tan^{-1}(f_\theta/f_\kappa)$ である。

次に、軸受中心 O_b を原点としたジャーナル中心 O_j の座標を X_j 、 Y_j とし、その静的平衡点近傍での微小運動を考えると、油膜反力 f_x 、 f_y の微小変動量 Δf_x 、 Δf_y は、ばね係数 K_{mn} 、減衰係数 C_{mn} ($m, n = X, Y$) を用いて次式のごとく線形化される。

$$\left. \begin{aligned} \Delta f_x &= K_{xx} \Delta X_j + K_{xy} \Delta Y_j + C_{xx} \dot{\Delta X}_j + C_{xy} \dot{\Delta Y}_j \\ \Delta f_y &= K_{yx} \Delta X_j + K_{yy} \Delta Y_j + C_{yx} \dot{\Delta X}_j + C_{yy} \dot{\Delta Y}_j \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (8)$$

式(8)の8個の油膜係数は一般に次式のごとく定義される。

ばね係数：

$$\left. \begin{aligned} K_{xx} &\equiv \frac{\partial f_x}{\partial X_j} \Big|_0, \quad K_{xy} \equiv \frac{\partial f_x}{\partial Y_j} \Big|_0 \\ K_{yx} &\equiv \frac{\partial f_y}{\partial X_j} \Big|_0, \quad K_{yy} \equiv \frac{\partial f_y}{\partial Y_j} \Big|_0 \end{aligned} \right\}$$

減衰係数：

$$\left. \begin{aligned} C_{xx} &\equiv \frac{\partial f_x}{\partial \dot{X}_j} \Big|_0, \quad C_{xy} \equiv \frac{\partial f_x}{\partial \dot{Y}_j} \Big|_0 \\ C_{yx} &\equiv \frac{\partial f_y}{\partial \dot{X}_j} \Big|_0, \quad C_{yy} \equiv \frac{\partial f_y}{\partial \dot{Y}_j} \Big|_0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで、添字 0 はジャーナル中心が静的平衡位置にあることを示している。

本研究では、式(9)を次のように書き直し、数値解法によって上記の8個の油膜係数を求めた。

$$\left. \begin{aligned} K_{xx} &= \frac{f_x - f_{x0}}{\Delta X_j}, \quad K_{xy} = \frac{f_x - f_{x0}}{\Delta Y_j} \\ K_{yx} &= \frac{f_y - f_{y0}}{\Delta X_j}, \quad K_{yy} = \frac{f_y - f_{y0}}{\Delta Y_j} \\ C_{xx} &= \frac{f_x - f_{x0}}{\Delta \dot{X}_j}, \quad C_{xy} = \frac{f_x - f_{x0}}{\Delta \dot{Y}_j} \\ C_{yx} &= \frac{f_y - f_{y0}}{\Delta \dot{X}_j}, \quad C_{yy} = \frac{f_y - f_{y0}}{\Delta \dot{Y}_j} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここで、例えば K_{xx} の式において、 f_{x0} はある静的平衡状態での f_x の値であり、 f_x はその平衡状態にある中心に ΔX_j の微小変位を与えたときの反力を意味する。厳密には、 ΔX_j や $\Delta \dot{X}_j$ などが限りなく零に近づいた極限において式(10)と式(9)の対応する値どうしが等しくなるが、実用的には、 ΔX_j 、 $\Delta \dot{X}_j$ などを十分小さくすれば両者は等しいとしてよい。本報では、 $|\Delta X_j|$ 、 $|\Delta Y_j|$ 、 $|\Delta \dot{X}_j|$ 、 $|\Delta \dot{Y}_j|$ を次式のように与えた。

$$\left. \begin{aligned} |\Delta X_j| &= |\Delta Y_j| = 5 \times 10^{-3} \times c, \\ |\Delta \dot{X}_j| &= |\Delta \dot{Y}_j| = 5 \times 10^{-3} \times c\omega \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (11)$$

そして、平衡点において、絶対値の等しい微小変動量を座標軸の正の方向に与えた場合と負の方向に与えた

場合の油膜係数をそれぞれ求め、それらを算術平均したものを、その平衡点における油膜係数の値とした。

3・2 安定限界速度 本研究の解析の対象となるモデルは、全く同じ軸受ブロックで両端をささえられた水平弾性ロータ (ジェフコットロータ) である [図2(a)参照]。

ロータは、質量のない曲げこわさ k_s の軸と、その中央に集中した質量 m からなり、不つりあいがないものとする。

軸受ブロックは、その幅の中央に高圧の油を供給するための全円周溝が設けられており、それを隔てて二つの全く同じ円筒ジャーナル軸受が左右対称に結合されているものとする。このようにモデル化したのは、軸受すきま内の流れが全円周溝の左右で対称となり、軸方向の力のバランスがとれるためである。

軸受中心 O_b を原点としたロータ中心の座標を X_r , Y_r とし、ロータの運動方程式を立てると次式のごとくなる [図2(a), (b)参照]。

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{X}_r + k_s(X_r - X_j) &= 0 \\ m\ddot{Y}_r + k_s(Y_r - Y_j) &= mg \\ k_s(X_r - X_j) &= 4f_x \\ k_s(Y_r - Y_j) &= 4f_y \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

ここで g は重力の加速度である。

次にロータおよびジャーナルがそれぞれの静的平衡点近傍で微小運動する場合を考えると次式のごとくなる。

$$\left. \begin{aligned} m\Delta\ddot{X}_r + k_s(\Delta X_r - \Delta X_j) &= 0 \\ m\Delta\ddot{Y}_r + k_s(\Delta Y_r - \Delta Y_j) &= 0 \\ k_s(\Delta X_r - \Delta X_j) &= 4\Delta f_x \\ k_s(\Delta Y_r - \Delta Y_j) &= 4\Delta f_y \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

ここで、上式の Δf_x , Δf_y に式(8)を代入し、さらに $\Delta X_r = \Delta \bar{X}_r e^{st}$, $\Delta Y_r = \Delta \bar{Y}_r e^{st}$, $\Delta X_j = \Delta \bar{X}_j e^{st}$, $\Delta Y_j = \Delta \bar{Y}_j e^{st}$ (ただし、 $\bar{}$ は各変位の振幅を、また s は複素固有値を表すものとする) とおくと、次の特性方程式が得られる。

$$\begin{aligned} C_0 s^6 + C_1 s^5 + C_2 s^4 + C_3 s^3 \\ + C_4 s^2 + C_5 s + C_6 = 0 \end{aligned} \dots\dots\dots (14)$$

ここで、

$$\begin{aligned} C_0 &= 4m^2(C_{xx}C_{yy} - C_{xy}C_{yx}) \\ C_1 &= 4m^2(K_{xx}C_{yy} + K_{yy}C_{xx} - K_{xy}C_{yx} - K_{yx}C_{xy}) \\ &\quad + m^2k_s(C_{xx} + C_{yy}) \\ C_2 &= 4m^2(K_{xx}K_{yy} - K_{xy}K_{yx}) + 8mk_s(C_{xx}C_{yy} \\ &\quad - C_{xy}C_{yx}) + m^2k_s(K_{xx} + K_{yy}) + m^2k_s^2/4 \\ C_3 &= 8mk_s(K_{xx}C_{yy} + K_{yy}C_{xx} - K_{xy}C_{yx} \\ &\quad - K_{yx}C_{xy}) + mk_s^2(C_{xx} + C_{yy}) \\ C_4 &= 8mk_s(K_{xx}K_{yy} - K_{xy}K_{yx}) + mk_s^2(K_{xx} + K_{yy}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ 4k_s^2(C_{xx}C_{yy} - C_{xy}C_{yx}) \\ C_5 &= 4k_s^2(K_{xx}C_{yy} + K_{yy}C_{xx} - K_{xy}C_{yx} - K_{yx}C_{xy}) \\ C_6 &= 4k_s^2(K_{xx}K_{yy} - K_{xy}K_{yx}) \end{aligned} \dots\dots\dots (15)$$

本研究では安定限界速度を次のようにして求めた。Bairstow-Hitchcock 法を用いて、式(14)をさまざまな軸回転速度のもとで解き複素固有値を算出する。そして得られた複素固有値の実部が、少なくとも一つが零で他は負になる場合の軸回転速度を安定限界速度 (オイルホワール発生軸回転速度) とした。

4. 数値解析結果と考察

本章では、3章で述べた方法により算出した安定限界速度について検討し、軸受両端の差圧が安定限界速度におよぼす影響を調べる。

本報の解析モデルの諸元を表1に記す。

4・1 差圧と安定限界速度の関係 図3は、軸受平均面圧 $P_m (=0.0177 \text{ MPa})$ [ロータ質量 $m (=4.88 \text{ kg})$] および軸受平均半径すきま $c [=0.075 \text{ mm} (2c/D = 5/1000)]$ 一定のもとで、軸受両端の差圧 P_d と安定限界速度 N_{th} の関係 (実線) を示している。なお、図3中の破線は、両端単純支持でのロータ曲げの固有振動数 $N_s (=60/2\pi \cdot \sqrt{k_s/m})$ と、その2倍の振動数 $2N_s$ を示している。これより安定限界速度 N_{th} は、差圧 P_d が 0 MPa より増加するにしたがっていったん減少し、 $P_d = 0.1 \text{ MPa}$ 付近で極小値をとった後増加している。

(a) ロータ系のモデル化

(b) 回転面内の座標系

図2 解析モデルと座標系

そして、 P_d が 0.4 MPa 付近より大きくなると $P_d=0$ MPa の場合 ($N_{th}=6075$ rpm) より N_{th} は高くなり、さらに P_d が増加するにしたがって N_{th} は $2N_s$ に近づいていく。これらの結果より、幅の中央に全円周溝をもつ円筒ジャーナル軸受に対して冷却効果を高めるなどの目的で給油圧力を 0 MPa より若干上げた場合には、 N_{th} が低下してオイルホールが低回転速度で発生し得ることが予測されるが、そのような場合には、給油圧力を下げるか、あるいはさらに上げることによ

って N_{th} を上げることができると考えられる。

4.2 差圧とジャーナルの静的平衡点の偏心率との関係 図4は、図3と同じ条件下で、 P_d をパラメータにして、ジャーナルの静的平衡点の偏心率 ϵ_0 と軸回転速度 N の関係を示している。なお、図4中の○印は、その点で安定限界速度に達していることを示している。これより、同一の N のもとでは、 P_d の大きいほうが ϵ_0 が小さい。また、安定限界速度 N_{th} に対応する ϵ_0 は、 P_d の小さい範囲を除いて、 P_d の大きいほうが小さい。

同一の N のもとで P_d の大きいほうが ϵ_0 が小さい点は、次のように考えられる。既報⁽³⁾で述べたように、軸受両端の差圧によって油が軸受の高圧側から流入する際に、軸方向加速などによって圧力降下 δP が生ずるが、この δP は軸受すきまの大きい部分ほど大きい。ため円周方向の圧力分布に不均一を生じ、その結果、ジャーナルの偏心方向と逆方向に作用する油膜反力が生ずる、いわゆる静圧軸受作用が生ずる。したがって、差圧が大きくなると静圧軸受作用によって負荷容量が増加するため、同一の P_m のもとでは、差圧の大きいほうが ϵ_0 が小さくなると考えられる。

4.3 差圧と安定限界速度の関係についての考察

図5(a)~(d)は、図4と同じ条件下で差圧 P_d をパラメータにして、8個の油膜係数と軸回転速度 N の関係を示している。なお、図5中の○印は、図4の場

表1 解析モデルの諸元

Rigidity of shaft k_s N/m	9.82×10^5
Unit load of bearing surface P_m MPa	0.0177
(Rotor mass m kg)	(4.88)
Natural frequency on simple supports $N_s=60/(2\pi) \cdot \sqrt{k_s/m}$ 1/min	4284
Bearing diameter D mm	30.150
Mean radial clearance c mm	0.075
(Clearance ratio $2c/D$)	(5/1000)
Bearing length L mm	22.5
(L/D)	(0.75)
Lubricant viscosity μ mPa·s	1.89
Lubricant density ρ kg/m ³	0.80×10^3
Axial Reynolds number R_a	$4 < R_a < 618$
Circumferential Reynolds number R_w	$49 < R_w < 413$

図3 N_{th} と P_d の関係

図4 ϵ_0 と N の関係

合と同じく、その点で安定限界速度に達していることを示している。これらの結果より、差圧 P_d 一定のもとでは、 $P_d=0, 0.1$ MPa のような差圧の小さい場合を除いて、連成ばね係数 K_{XY}, K_{YX} の絶対値は軸回転速度 N とともに増加しているが、主対角ばね係数 K_{XX}, K_{YY} ならびに四つの減衰係数は N によってはあまり変化していない。

一方、軸回転速度 N 一定のもとでは、 P_d の小さい場合を除いて、主対角ばね係数 K_{XX}, K_{YY} は P_d の大きいほうが大きい、連成ばね係数 K_{XY}, K_{YX} ならびに四つの減衰係数は P_d によってはあまり変化しない。

 (a) 主対角ばね係数と N の関係

 (b) 連成ばね係数と N の関係

 (c) 主対角減衰係数と N の関係

 (d) 連成減衰係数と N の関係

 図 5 油膜係数と N の関係

い。これより、差圧とともに安定限界速度が高くなる主な原因は、主対角ばね係数が大きくなる点にあると考えられる。すなわち、主対角ばね係数 K_{xx} , K_{yy} が大きくなることは、静的平衡状態にあるジャーナル中心に微小変位が与えられた場合に、その微小変位と反対方向に作用する油膜反力が大きくなることを意味しており〔式(9), (10)参照〕, この油膜反力が大きくなる主な原因は、既報⁽³⁾で述べたごとく、差圧による静圧軸受作用によって生じるジャーナルの偏心方向と逆方向に作用する油膜反力が大きくなるためであると考えられる。

次に、 $P_d=0.1$ MPa 付近で安定限界速度 N_{th} が極小値をとっている原因について考える。図5(a)~(d)より、 $P_d=0.1$ MPa の場合の油膜係数を、その安定限界速度 ($N_{th}=2457$ rpm) 付近で他の P_d の場合と比較すると、ばね係数は、 K_{xy} , K_{yx} があまり変わらないが、 K_{xx} , K_{yy} は非常に小さい。また、減衰係数は、 C_{xx} は大きい、他の三つの係数はあまり変わらない。 $P_d=0.1$ MPa 付近の場合には、差圧による静圧軸受作用が小さいため軸の回転による動圧軸受作用が支配的になるが、本報の解析の範囲では、高压側の圧力のために軸受すきま内の油膜の破断領域が少なくなりゾンマーフェルトの境界条件のもとで得られる圧力分布に近くなると考えられる。その結果、油膜反力は、主にジャーナルの偏心方向に対して直角方向の成分からなり、偏心方向の成分は小さくなる。これより、 $P_d=0.1$ MPa 付近の場合には、他の P_d の場合と比較して、静的平衡状態にあるジャーナル中心に微小変位を与えられた場

合にその微小変位と逆方向に作用する油膜反力が小さくなるため、 K_{xx} , K_{yy} が小さくなると考えられる。したがって、 $P_d=0.1$ MPa 付近の場合は、他の P_d の場合より C_{xx} は大きいものの K_{xx} , K_{yy} が小さいために不安定になりやすく安定限界速度が低下するものと考えられる。

5. 結 論

本報では、両端に差圧を有する円筒ジャーナル軸受でささえられた対称な弾性ロータの安定限界速度（オイルホワール発生軸回転速度）を、軸受の高压側流入端での圧力降下を考慮に入れた流体潤滑理論を適用して、理論的に解析した。その結果、次の点が明らかになった。

安定限界速度は、軸受両端の差圧が零から増加するにしたがっていったん減少し、極小値をとる。その後差圧とともに増加し、差圧がある値より大きくなると差圧が零の場合より安定限界速度は高くなる。

おわりに、本研究に対し、貴重なご助言を賜った東京大学工学部 堀幸夫教授、田中正人教授、ならびに長岡技術科学大学機械系 矢鍋重夫助教授に謝意を表します。

文 献

- (1) 金子・堀・田中, 潤滑, 31-3 (昭61), 193.
- (2) 金子・堀・田中, 潤滑, 31-4 (昭61), 268.
- (3) 金子・堀・田中, 潤滑, 30-9 (昭60), 684.

討 論

〔質問〕 三井 純一

〔三井造船(株)技術開発本部〕

軸受両端の差圧の大きさが軸系の安定限界速度に及ぼす影響について定量的な知見を示されたことに対して敬意を表する。

以下の2点についてご教示願えれば幸いである。

(1) $P_d=0\sim0.5$ MPa の範囲において油膜圧力分布および油膜破断形状はどのように変化しているのか。

(2) 貴研究のモデル軸受のすきま比は $5/1000$ と一般のものに比べて若干大きい。比較的よく用いられる $1.5/1000\sim2/1000$ のすきま比の場合でも安定限界速度は $P_d=0.1$ MPa 付近で極小値をとるのか。

〔回答〕 (1) 付図1(a)~(d)は、図3と同じ

条件下で軸回転速度 $N=2500$ rpm 一定の場合の軸受すきま内の圧力分布を等圧線を用いて示したものであり、それぞれ軸受両端の差圧 P_d が 0, 0.05, 0.1, 0.5 MPa の場合に対応している。なお、付図1中の斜線部は油膜破断領域を示している。これらより、油膜破断領域は、 P_d が 0 MPa より増加するにしたがって減少し、0.1 MPa 付近ではほぼ消滅することがわかる。

(2) 軸受平均半径すきま $c=0.0225$ mm (すきま比 $2c/D=1.5/1000$) ~ 0.03 mm ($2/1000$) の場合にも、安定限界速度は $P_d=0.1$ MPa 付近で極小値をとった。なお、他の $c(2c/D)$ の場合については第2報の図2を参照していただきたい。

〔質問〕 古池 治孝

〔川崎重工業(株)技術研究所〕

 付図1 圧力分布 ($N=2500$ rpm)

実際の軸受では、幅方向中央に円周油溝を設け、給油圧力を適度に与えて使用することが多い。したがって、軸方向両端に差圧のある軸受が二つあることになり、図3から、安定性に対しては、場合によっては最悪に近い状態で使用されていることになる。著者の見解をもう少し詳しくおききたい。また、図3を求めたときの複素固有値の虚部（振動数）は差圧に対してどのようなになっているのかお教えいただきたい。

〔回答〕 (1) 本研究の解析モデルでは低粘度 ($\mu=1.89\text{mPa}\cdot\text{s}$) の油を対象にしているため、軸受両端の差圧 P_d による軸方向流速が大きくなり〔式(4)参照〕、したがって静圧軸受作用が期待される。その結果、 P_d が零から増加するにつれて、油膜破断領域の減少が主な原因となって安定限界速度 N_{th} がいったん低下するものの、さらに P_d が増加すると静圧軸受作用が大きくなるため、 N_{th} が再び上昇すると考えられる。一方、比較的高粘度(例えば $\mu=10\sim100\text{mPa}\cdot\text{s}$ 程

 付図2 複素固有値の虚部と P_d の関係

度)の油を用いた場合には, 同じ P_d に対して軸方向流速が減少するため〔式(4)参照〕, P_d による静圧軸受作用は小さくなる. したがって, この場合, 静圧軸受作用によって N_{th} を上昇させる作用はあまり期待できず, P_d は主に油膜破断領域を減少して N_{th} を低下させる作用をすると考えられる. そのため, 比較的高粘度の油を用いた場合には, 特にジャーナルの静的平衡点の偏心率が小さい条件下 (例えば軸受平均面圧が小さい場合) では, 給油圧力を大きくすることは回転軸系の安定性の点からは好ましくないと考えられる.

(2) 付図2に安定限界速度 N_{th} における複素固

有値の虚部と軸受両端の差圧 P_d の関係を示す. 複素固有値の虚部は3組の値, $\pm\omega_1, \pm\omega_2, \pm\omega_3$ ($\omega_1 > 0, \omega_2 > 0, \omega_3 > 0$) であり, ω_3 は実部が零の場合に対応している. なお, 付図2中には, N_{th} ならびに両端単純支持でのロータの曲げの固有振動数 N_s 〔単位はいずれも (rad/s)〕を破線で示してある. これより, ω_1, ω_2 は値がほぼ一致しており, いずれも N_s よりわずかに小さく, また P_d によってはあまり変化していない. 一方, ω_3 は, P_d に対して N_{th} と同様に变化しており, 値は N_{th} の約 1/2 である.