電力用分路リアクトルの振動応答*

(第1報, 異方性を有するシールド鉄心の振動特性)

小 泉 孝 之^{*1}, 岸 本 福太郎^{*1}

The Vibrational Characteristics of a Shunt Reactor (1st Report, Vibrational Analysis for Anisotropic Sealed Core)

Takayuki KOIZUMI and Fukutaro KISHIMOTO

A method is proposed for estimating the vibrational characteristics of resonant frequencies and resonant modes of a sealed core structure which is used for a large scale shunt reactor. Yettram's framework theory has been extended to treat an anisotropic plate and has been verified through experimental work on a model sealed core. After this verification this method is tried by applying a conceptional design for a sealed core of actual shunt reactor. Throughout this conceptional design work, sufficient capability for investigating the interference between structural design and electro-magnetic exciting force has been recognized.

Key Words: Vibration Analysis, Anisotropic Structure, Framework, Shunt Reactor, Sealed Core

1. 緒 言

電力系統が大容量, 大規模化するにつれて, ネットワークの安定性向上と力率改善の要求から分路リアクトルの重要性が増大している。一方分路リアクトルに対する機械特性上の要求も厳しさを増しており, 動特性に限定しても地震災害時の構造および機能の健全性維持, 公害面での振動・騒音の低減などに対し設計面での配慮が払われる。特に大電力用の場合, 各ネットワーク構成に対応して個別の設計が行われるため各構成要素の構造設計は非常に多岐にわたる。このため比較的簡便な構造設計手法が不可欠であり, 特に電気設計とのリンクが要求されるシールド鉄心部はその傾向が強い。

シールド鉄心に対する動的設計は, 経験則をベースとしたもの⁽¹⁾, 有限要素法による方法⁽²⁾などの例があるが, 前者は簡便とは言え新規の構造様式に適用できないこと, 後者は異方性を許容する二ないし三次元の板または立体要素を有した大形のプログラムが必要であることなどの理由で実用上難点があった。

本研究はこのような背景のもとに行われたものであり, 強い異方性を有した板構造物とみなし得るシールド鉄心に対し, はり置換を用いて比較的簡便に固有振動数, 振動モードを求める方法を提示する。以下, Yettram らによって与えられたはり置換モデル⁽³⁾⁽⁴⁾を異方性のある場合に拡張する定式化を示す。次に実際の分路リアクトルでの使用条件を考慮した積層鉄心材による材料定数の測定法とその結果について述べ, 得られた結果を用いてモデル鉄心の実験値と計算値の比較を行う。最後に実機シールド鉄心の概念設計へ適用した例を示す。

2. 解 析 理 論

2-1 はり置換の定式化 板構造材をはり置換する場合, 面内・面外両変形への置換があるが, ここでは耐震設計や振動低減に関与する面外変形についてのみ考察する。

図1(a)に示すごとく厚さ h , 辺々の長さ a, ka の長方形を考え, 各方向の曲げおよびねじりモーメント M_x, M_y, H_{xy} が同図(b), (c), (d)のごとく作用したとすると, 外力と変形の間には周知のごとく⁽⁵⁾

* 昭和62年3月13日 関西支部第62期定時総会講演会において講演, 原稿受付 昭和61年2月21日。

^{*1} 正員, 三菱電機(株)中央研究所(〒666 尼崎市塚口本町8-1-1)。

図1 板要素の面外変形モード

$$\left. \begin{aligned} M_x &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x Z dZ \\ &= -\left(D_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_1 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) \\ M_y &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y Z dZ \\ &= -\left(D_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + D_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ここで σ_x, σ_y は応力, w はたわみ, D_x, D_y, D_1 は各々 x 方向, y 方向, ねじれ方向の剛性である. x 軸, y 軸方向の曲率を θ_x, θ_y とすると, $\theta_x/ka = \partial^2 w / \partial x^2$, $\theta_y/a = \partial^2 w / \partial y^2$ であるので式(1)は,

$$\left. \begin{aligned} \theta_x &= -\frac{12ka}{E_x h^3} M_x + \frac{12ka\nu_{yx}}{E_x h^3} M_y \\ \theta_y &= \frac{12a\nu_{yx}}{E_x h^3} M_x - \frac{12a}{E_y h^3} M_y \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

ここで E_x, E_y は弾性率, ν_{yx} はポアソン比である.

次にねじりモーメント H_{xy} による変形は, 図2に示す長方形板 ABCD に M_x, M_y が作用する場合の点 PQRS で囲まれた部分の変形によって考察できる. M_x, M_y と H_{xy} 間には,

$$H_{xy} = \frac{1}{2} \sin 2\beta \cdot (M_x - M_y) \dots\dots\dots (3)$$

が成り立つ. ここで β は M_x と H_{xy} が成す角度. 一方 M_x と M_y が同時に作用した場合のたわみ w は式(1)において,

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} &= -\frac{D_y M_x - D_1 M_y}{D_x D_y - D_1^2} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} &= -\frac{D_x M_y - D_1 M_x}{D_x D_y - D_1^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

表1 はりの諸元

Beam length	Cross sectional area	Moment of inertia	Polar moment of inertia
a	A_s	I_{ss}	J_c
ka	A_c	I_{cc}	J_c
ra	A_d	I_{dd}	not exist

図2 ねじれ方向の板の面外変形

となり, $\partial^2 w / \partial x \partial y = 0$ であるので結局 w は,

$$w = -\frac{H_{xy} \{(D_y + D_1)x^2 - (D_x + D_1)y^2\}}{2(D_x D_y - D_1^2)} \dots\dots\dots (5)$$

となる. ここで $\beta = \pi/4$ とした. 図2中の点 S, P の座標値

$$S; (-a/\sqrt{2} - a(k-1)/2\sqrt{2}, a(k-1)/2\sqrt{2})$$

$$P; (-a(k-1)/2\sqrt{2}, a/\sqrt{2} + a(k-1)/2\sqrt{2})$$

を代入し, $\overline{SP}$ の Z 軸方向の距離, すなわちたわみを求めると, α を異方率 ($\alpha = E_x/E_y$) として,

$$w_{\overline{SP}} = \frac{H_{xy} a^2 k (\alpha + 2\nu_{yx} + 1)}{4D_x (1 - \nu_{xy}\nu_{yx})} \dots\dots\dots (6)$$

となり, 図1の θ_5 の定義より,

$$\theta_5 = \frac{6H_{xy} a k (\alpha + 2\nu_{yx} + 1)}{E_x h^3} \dots\dots\dots (7)$$

を得る. 以下 $\theta_1, \dots, \theta_4$ も同様に,

$$\left. \begin{aligned} \theta_1 &= \frac{12ka}{E_x h^3} M_x \\ \theta_2 &= \frac{12a\nu_{yx}}{E_x h^3} M_x \\ \theta_3 &= \frac{12a}{E_y h^3} M_y \\ \theta_4 &= \frac{12ka\nu_{yx}}{E_x h^3} M_y \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

次に図3に示すはり要素 (Yettram モデル) の面外変形を考える. 各々のはりの諸元は表1で与える. 図3(b) ~ (d)に示すごとく, 板要素の場合と同様な外力が作用した時の傾き角は以下のごとくなる.

$$\left. \begin{aligned}
 \theta'_1 &= \frac{a^2 k^2 M_x}{2E} \frac{r^3 I_{ss} + k^3 I_{dd}}{r^3 I_{cc} I_{ss} + I_{cc} I_{dd} + k^3 I_{dd} I_{ss}} \\
 \theta'_2 &= \frac{a^2 k^2 M_x}{2E} \frac{I_{dd}}{r^3 I_{cc} I_{ss} + I_{cc} I_{dd} + k^3 I_{dd} I_{ss}} \\
 \theta'_3 &= \frac{a^2 k^2 M_y}{2E} \frac{r^3 I_{cc} + k^3 I_{dd}}{r^3 I_{cc} I_{ss} + I_{cc} I_{dd} + k^3 I_{dd} I_{ss}} \\
 \theta'_4 &= \frac{a^2 k^2 M_y}{2E} \frac{I_{dd}}{r^3 I_{cc} I_{ss} + I_{cc} I_{dd} + k^3 I_{dd} I_{ss}} \\
 \theta'_5 &= \frac{r^3 k^2 a^2 H_{xy}}{2(r^3 G J_c + 2k^2 E I_{dd})} = \frac{r^3 k^2 a^2 H_{xy}}{2(r^3 G J_s + 2k^2 E I_{dd})}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

ここで E, G は各々はりのたておよびねじり弾性率である。板要素からはり要素への置換は、外力に対する両者の変形が同一であるとみなすことから、 $\theta_i = \theta'_i (i=1, \dots, 5)$ となる。式(7)~(9)から置換後のはりの断面二次モーメントと極慣性モーメントを求めると以下のごとくなる。

$$\left. \begin{aligned}
 I_{dd} &= \frac{\nu_{yx} r^3 h^3 a}{24k(\alpha - \nu_{yx}^2)} \\
 I_{ss} &= \frac{h^3 a (k^2 - \sigma_{yx})}{24k(\alpha - \nu_{yx}^2)} \\
 I_{cc} &= \frac{h^3 a (\alpha - \nu_{yx} k^2)}{24k(\alpha - \nu_{yx}^2)} \\
 J_s &= \frac{k a h^3 (\alpha - \nu_{yx} - \nu_{yx} \alpha - 3\nu_{yx}^2)(1 + \nu)}{6(\alpha - \nu_{yx}^2)(\alpha + 2\nu_{yx} + 1)} \\
 J_c &= \frac{a h^3 (\alpha - \nu_{yx} - \nu_{yx} \alpha - 3\nu_{yx}^2)(1 + \nu)}{6(\alpha - \nu_{yx}^2)(\alpha + 2\nu_{yx} + 1)}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

ここで ν ははりのポアソン比である。等方性の場合は式(10)の α に $\alpha=1$ を代入することで求まる。

2.2 はり置換によるシールド鉄心の振動解析

一般に三次元均質異方性材料の場合、各方向成分をもった応力 σ, τ とひずみ ε, γ の関係を与える弾性係数マトリックス $\mathbf{E}$ は、

$$\begin{aligned}
 &\{\sigma_x \ \sigma_y \ \sigma_z \ \tau_{yz} \ \tau_{zx} \ \tau_{xy}\}^T \\
 &= \mathbf{E} \{\varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_z \ \gamma_{yz} \ \gamma_{zx} \ \gamma_{xy}\} \dots\dots\dots (11)
 \end{aligned}$$

シールド鉄心では図1の座標系を用いると、 X 軸と Z 軸について2価、 Y 軸について4価の対称であるので、式(11)は次式で表記できる。

$$\left. \begin{aligned}
 \sigma_x &= E_{xx} \varepsilon_x + E_{xy} \varepsilon_y \\
 \sigma_y &= E_{xy} \varepsilon_x + E_{yy} \varepsilon_y \\
 \sigma_z &= E_{ss} \gamma_{xy}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

さらに X, Y 軸に関するたて弾性率とせん断弾性率、ポアソン比を用いて式(12)を書き換えると、

$$\left. \begin{aligned}
 \varepsilon_x &= \sigma_x / E_x - \nu_y \sigma_y / E_y \\
 \varepsilon_y &= \sigma_y / E_y - \nu_x \sigma_x / E_x \\
 \gamma_{xy} &= \tau_{xy} / G_{xy}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

ここで $E_{xx} = E_x / (1 - \nu_x \nu_y)$, $E_{xy} = E_x \nu_y / (1 - \nu_x \nu_y) = E_y \nu_x / (1 - \nu_x \nu_y)$, $E_{yy} = E_y / (1 - \nu_x \nu_y)$, $E_{ss} = G_{xy}$ の関係を用いた。

次にシールド鉄心の材料定数を実験によって求める。定数測定に用いた試料の一例を図4に示す。これらの試料は素材として3種のけい素鋼板を用い、また実機での積層状態を模擬するため図4および図7に示すごとく3本の通しボルトによって $1.6 \times 10^5 \sim 11.6 \times 10^5$ Pa の面圧を与え、特性の変化をみた。ここで面圧は、通しボルトに貼付したひずみゲージによる応力値から換算しモニタした。材料定数の算定は試料の動特性から行う。すなわち各試料に対して動電形加振器を用いて加振し、各面圧時の伝達関数を求める。さらに

図3 Yettramのはりモデルによる面外変形モード

カーブフィットを用いて系の同定を行い、固有振動数を得る。この実験値を、せん断を考慮したはりの曲げ固有振動数を求める理論式に当てはめ各定数を算定した。加振によって得られた伝達関数(メカニカルインピダンス表示)の一例を図5に示す。図中各プロット別に示した特性は面圧の変化に対応したものである。カーブフィットの結果得られるモード減衰比は全てのケースについてほぼ一定であり、0.03程度となった。

実測結果から得られた各弾性率を面圧に応じて示し

図4 材料定数測定用試料の外観と加振器

図5 材料定数測定のための加振結果の一例

たのが図6(a)~(c)である。図から明らかなように、たて弾性率 E_x はけい素鋼板の材質と板厚に関して約50%の変動を示すが、面圧変化に対してはほぼ一定値を保つ。 E_y は面圧変化に対して線形に増加し、その増加率は面圧の上限値まで一定に保たれる。一方入力レベルの影響については静荷重試験で求めた。その結果全すべりが発生する荷重は曲げモーメントとして $2.9 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}$ となり、一方本実験での加振入力範囲内では、曲げモーメントはたかだか $5.15 \text{ N}\cdot\text{m}$ であり非線形性は存在し得ないといえる。

3. 実験検証と実機への適用

3.1 モデル供試体による実証 シールド鉄心の代表形状として長方形構造物を考え、モデル供試体を図7のごとき形状とした。ここで用いたけい素鋼板は先の定数測定に用いたものの一種であり、面圧は $11.6 \times 10^5 \text{ Pa}$ とした。数値計算上の仮定を以下のごとくおく。

(i) 面圧はけい素鋼板間すべてにわたって均一であり、したがって物性値は均一となる。

(ii) 実機での電磁加振力によって発生する曲げモ

表2 計算に用いた材料定数の値

Structural property	Coefficient
E_x	195 GPa
E_y	4.8 GPa
G_{xy}	1.3 GPa
$\alpha (= E_x/E_y)$	40.6
ν_{yx}	0.3
$\nu_{xy} (= \nu_{yx}/\alpha)$	0.0074

図6 シールド鉄心の弾性率

表 3 モデル供試体の固有振動数に対する計算値と実測結果との比較

n	Calculated		Experimental f_E	Percent error		Mode
	Frame work f_B	Plate element f_P		f_B vs. f_E	f_P vs. f_E	
1	83.8	89.4	88.9	- 5.7	0.6	1st twisting
2	129.8	130.0	130.6	- 0.6	0.0	1st bending
3	198.8	212.1	212.6	- 6.5	0.0	2nd twisting
4	325.0	308.3	300.5	8.2	2.5	2nd bending

図 7 モデル供試体の形状

図 8 モデル供試体のはり置換計算モデル

ーメントを考慮すると、変形は線形域である。したがって弾性定数の変化はない。

(iii) 拘束条件は周辺完全自由端とする。

(iv) 質量は節点に分布しているとみなす。

計算に用いた材料定数は表2のとおりである。数値計算は汎用の有限要素法による構造解析プログラムを用いた。はり要素へ置換した後の要素分割を図8に示す。数値計算に関しては、使用要素の相異による影響をみるため板要素による計算を上記のプログラムで行った。一方実測は2章の弾性定数を求めた方式とほぼ同一であり、供試体の一端をワイヤでつり下げ、動電形加振器で約30Nの力を与えて動特性を得た。

計算と実験両者の結果を表3に示す。実験値に対する計算値のパーセント誤差を同時に示したが、はり置換による計算値は共振次数 $n=1\sim4$ において数%の誤差内で適合していることがわかる。これは板要素を用いた場合の計算誤差と比較しても同等程度とみなし得る。また実設計への適用を考えた場合、許容される

図 9 幅厚変化による固有振動数変化

誤差範囲は耐震設計で10%以下程度、電磁振動や電磁騒音が問題になる場合は電源高調波周波数と構造系の固有振動数の一致を避ける必要があることから計算誤差の絶対値として25 Hz ないし30 Hz が要求され、この点からみても実用に供し得る。

3・2 実機シールド鉄心概念設計への適用 実機

として50 MVA 外鉄形の大容量単相分路リアクトルを想定し、そのシールド鉄心設計にここで示したはり置換法による簡易計算手法を適用してみた。材料定数および鉄心部の面圧は前節のモデル供試体の場合と同一である。設計上の構造パラメータに関しては、主として電気設計から決定される全体高さ、全体幅、奥行きを固定し、磁気飽和の発生に対する配慮以外比較的自由の余地がある鉄心部の幅を変化させ、低次の曲げ、ねじりモードを有する固有振動数を求めた。図9にその結果を示す。図10は固有モードの一例であり、幅210 mm の場合の一次連成曲げモードを示している。ここでの問題として電磁振動・騒音の加振成分と固有振動数との一致を避けることを考えると、図9から明らかに、例えば60 Hz 電源使用に対しては、その高調波列との一致すなわち図中の破線との交点に相当する幅厚を避けることが必要になる。実際の設計では上記の考察に加え、電磁加振力モードと構造系の振動モードとの関連性をチェックし、シールド鉄心の幅

図 10 シールド鉄心の振動特性計算結果

厚に対する概念設計が行われる。

4. 結 言

本研究では、電力用分路リアクトルで用いられるシールド鉄心など強い異方性を有する部材の振動特性を求める簡易計算法について論じた。得られた結果を要約すると以下のごとくなる。

(1) Yettram のはり置換モデルを拡張し、異方性

を有する板構造物の固有振動数、固有モードの解析に用い得ることを示した。

(2) 積層構造を持つモデルシールド鉄心に本理論を適用したところ、低次のモードに対し実用上十分な精度で振動特性が算出できることがわかった。またこれらの解析に必要な材料定数については、鉄心を励振して伝達関数を求めるモード解析法を用いて抽出した。この方法は静荷重試験による方法で発生の可能性のある非線形の影響を除くことができる。

(3) 実機シールド鉄心の概念設計への適用を試みた。その結果、例えば電磁加振周波数とその高調波列による励振に対し、構造系の振動特性との関係が容易に検討し得ることが知れた。

文 献

- (1) 田村・ほか 4 名, 三菱電機技報, 51-3 (昭 52), 220.
- (2) 菅・ほか 3 名, 三菱電機技報, 56-7 (昭 57), 531.
- (3) Yettram, A. L. and Husain, H. M., *Proc. of ASCE*, No. EM3 (1965), 53.
- (4) Yettram, A. L. and Husain, H. M., *Proc. of ASCE*, No. EM1 (1966), 157.
- (5) McCormik, C. W., *Proc. of ASCE*, 89-ST4 (1963), 37.

討 論

〔質問〕 堀 康 郎

〔(株)日立製作所日立研究所〕

(1) 等価なはりの断面積 (表 1 の A_s, A_c, A_d) はどのように決定したか。 A_s, A_c, A_d を要素の面内の変形が等価になるように定められないか。

(2) 図 10 のように三次元の構造になると要素によつては面内変形が出てくるのではないか。たとえば、

付図 1

付図 2 面内変形モードの一例

付図 3 二次のねじりモード形状

地震時には付図1の振動モードが考えられる。

(3) 表3で f_B の値が二つのねじりモードとも、実験値より低くなっている。質量の分布は板モデルとはりモデルで差がないと考えられるのでねじり剛性が低めになっていると推定されるが、この理由は何か。

〔回答〕 (1) A_s , A_c , A_d は要素の面内変形から以下のごとく決定した。

$$A_s = \frac{k^2 - \nu_{yx}}{2k(\alpha - \nu_{yx}^2)} ah \dots\dots\dots (i)$$

$$A_c = \frac{\alpha - \nu_{yx} k^2}{2(\alpha - \nu_{yx}^2)} ah \dots\dots\dots (ii)$$

$$A_d = \frac{\nu_{yx} r^3}{2k(\alpha - \nu_{yx}^2)} ah \dots\dots\dots (iii)$$

なおここでの記号は本文中と同一である。

(2) 本論文では主として電磁加振力による変形モードに着目したので面内変形にはふれなかった。ご指摘どおり面内変形モードは比較的低次に存在し、たとえば付図2のごときモードを示す。

(3) 構造体としてねじりモードを示すものであり、要素各々については曲げとねじりが達成したものとなる(付図3、一次のねじりモード形状参照)。したがって計算結果から一概にねじり剛性が低めであったとは断定できないが、事実そのような傾向が見られるので本項目に関しては今後さらに検討したい。