タンク内流動液のスロッシング振動特性に関する研究*

原 文 雄^{*1}

Sloshing Characteristics of a Flowing Liquid in a Tank

Fumio HARA

A small rectangular tank installed with two vertical pipes at both sides of the tank was filled with water flowing due to water ejection and suction through holes in the pipes. The tank system was excited at the natural sloshing frequency and the relationship between sloshing magnitude and flow velocity was experimentally investigated for four kinds of flow patterns. The experiment revealed that the sloshing vibration was almost completely suppressed when steady flow in the water surface reached a certain magnitude that reduced the first natural frequency of the sloshing by about 5% to that of still water sloshing. Taking the steady flow in the water surface into a potential analysis of the sloshing vibration, we obtained the natural frequency as $f = (1/2\pi)\sqrt{gk \tanh(kh) - (Uk)^2}$, $k = \pi/l$, l = tank width, which gave a fairly good explanation for the sloshing suppression of a flowing liquid system.

Key Words: Flowing Liquid, Sloshing Vibration, Suppression, Rectangular Tank, Experiment, Potential Analysis

1. は じ め に

1964年の新潟地震, 1978年の宮城県沖地震において大形の石油タンクの内容物が, 大きくスロッシング振動を起こし, タンクの火災, 破壊等を引き起こした. この地震によるスロッシングは, 貯槽タンク内液と地震動とがその一次モードで共振するために起こることが知られている. 従来, 静止水のスロッシング振動に関する研究が各方面で多く行われている. 最近では, スロッシング振動の制振方法に関する研究も進められている^{(1)~(3)}.

原子力発電における高速炉には大きな原子炉タンク(直径 20 m)の中に炉心, 熱交換器およびポンプを設置しているものがある. このタンク内では高温液体ナトリウムが流動している. このような流動のあるタンク内液のスロッシング振動の研究は, 従来ほとんどなされていなかった.

そこで本研究は, このような大形高速炉容器内の液体ナトリウムの地震による振動応答の知見を得るため, 小形模型タンクを使用し, そのスロッシング振動

の特性・機構を主に実験的に明らかにする. 高速炉容器を二次元的にモデル化した小形の直方体のタンクに水を入れ, 油圧式加振台によって水平方向一次元にその固有振動数で加振する. それと同時に外部に設けたループにより, タンク内の水を流動させる. 各種の流動パターンについて, 加振振幅と流動の流速をパラメータとして水面振動の特性を調べる. その結果, タンク内水の自由表面近傍に水平方向の定常流動があり, その大きさがある値以上になると, スロッシング振動が完全に治まることを実験的に明らかにする. また, この流動のあるタンク内液のスロッシング振動の近似解析より, 上記の流動は, スロッシング振動の固有周期を伸ばし, そのため, 加振振動数がスロッシング振動の共振振動数とずれることにより, スロッシング振動が抑制されると理解される.

2. 実 験 装 置

図1に実験装置のシステム図を示す. 本実験装置は, タンク内の水を流動させるループ部(A-H), スロッシング振動を行わせる貯槽タンク部(I-J), 水面の上下動・加振振幅を測定する測定部(K-S), タンクを加振させる加振部(T-Y)の四つの部分より構成されている. ただし, 図中の記号のうち主なものは以下のとお

* 昭和62年4月2日 第64期通常総会講演会において講演, 原稿受付 昭和61年10月30日.

*1 正員, 東京理科大学 (〒162 東京都新宿区神楽坂1-3) .

りである。A：ポンプ、J：給排水パイプ、K：白金線液変位計、M：圧力センサ、N：動ひずみ測定器、O：デジタルボルトメータ、P：データレコーダ、Q：差動トランス形変位計、R：パイプレーションメータ、S：オシロスコープ、T：加振台、U：加振ヘッド、V：加振機コントローラ、W：ウェーブジェネレータ、X：周波数カウンタ、Y：油圧ポンプ。貯槽タンクの寸法は、水深とタンク幅との比を1とし、幅 $l=600$ mm、高さ $=800$ mm、奥行 $=100$ mm、水深 $h=600$ mm となっている。給排水パイプ（直径 65 mm）の水面下 65 mm と 535 mm の位置に一辺 30 mm 正方形の給排水口が開いている。スロッシング振動の固有振動数は、

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2\pi m}{l} \tanh\left(\frac{2\pi m}{l} h\right)} \quad \dots\dots\dots (1)$$

と表される。本実験において、 $l=0.6$ m、 $h=0.6$ m、 $m=0.5$ 、 $g=9.8$ m/s² として、 $f=1.139$ Hz となる。しかし、実際には側面の給排水パイプや、液変位計の影響により $f=1.168$ Hz となっている。

タンクは、厚さ 20 mm のアクリル板を、所定の寸法に加工し、接着剤と M6 のネジを用いて組み立てる。タンク側面には、給排水パイプが取付けられている。

白金線液変位計は、2本の白金線を水中に沈める深さによって、白金線間の抵抗値が変化することを利用して、水面の上下振動を測定するものである。本実験で使用した白金線液変位計は、液位が +5～-5 cm の間で直線性を示す。この液変位計は水温により、その感度が異なり、水温が 20.5°C と 36.0°C の時に較正して使用した。

振動台は、油圧加振機ヘッドから出ている接続棒に

図1 実験装置のシステム図

よって駆動され、油圧源からの高振動数ノイズを除くため、接続棒と加振台との間に板ゴムが挟まれている。加振台には8個のローラがあり、それによって振動台が一方向のみに円滑に振動するようになっている。貯槽タンクは振動台の上面にのせ、4本のボルトで固定される。

3. 実験方法

(1) 出口流速の測定

給排水パイプのタンク流出口における出口流速を以下のように定義する。

$$\text{出口流速 } V = \frac{\text{流量 [m}^3/\text{s]}}{\text{出口面積 [m}^2\text{]} \times \text{出口数 (1 or 2)}} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで流量は、オリフィスで測定され、マノメータに指示する。出口数1の場合、最高出口流速は 4.5 m/s である。出口数2の場合は 3.14 m/s である。

(2) 流動形式の設定

本実験においては、図2に示すとおり流動形式を採用する。

(3) 出口流速とスロッシング振動変位の実験

水深 600 mm のタンクをスロッシングの一次固有振動数で加振してスロッシングを起こさせ、スロッシング振動に強制流動がどのような影響を与えるかを調べる。出口流速を段階的に変化させ、各流速ごとにタンクを流動のないときのスロッシングの一次固有振動数で加振し、スロッシングによる水面の上下振動を十分に成長させてから白金線液変位計で測定し、その出力をデータレコーダに記録する。流速を変える時は、水面変動が次の水面変動に影響を与えないように一度加振をやめ、水面が完全に静止してから次の加振実験を行う。加振両振幅 2.0 mm の実験を A-D の4流動形式について行い、その後 B と D 形式については、加振振幅の影響を知るため、1.5 mm と 2.5 mm の加振両振幅について実験を行う。スロッシングの水面振動の RMS 値と無流動時のそれとの比 (RMS 比) でスロッシング応答を示す。

(4) 出口流速と共振振動数の実験

タンク内水の流動がスロッシング振動の固有振動数

図2 タンク内液の流動形式

にどのような影響を与えるかを調べるため、出口流速を一定に保ち、加振振動数を段階的に変化させて加振を行う。スロッシングによる水面振動を、白金線液変位計で測定し、その出力をデータレコーダに記録する。その際、スロッシング振動が十分に成長してから記録を行う。加振に際して、加振加速度の大きさが一定となるように、加振振動数と振幅とを変化させる。

B の流動形式に対し、出口流速 $V=0$ m/s, 2.81 m/s および 3.45 m/s の三種について、上記の実験を行い、スロッシング振動の周波数特性と流動との関係を求める。

(5) 流動の制振作用の実験

スロッシング振動がすでに十分に成長している状態に流動を与え、スロッシング振動がどのように制振されるかを調べる。B の流動形式において、出口流速を約 4.5 m/s になるように流量調節弁を設定し、タンク内水が静かになったら無流動時のスロッシングの一次固有振動数 1.168 Hz で加振を行い、スロッシング振動が十分成長したら、バルブをあげ、上記の出口流速で、急に流動を与え、スロッシング振動の変化を記録する。

(6) 流れの可視化の実験

直径 2 mm, 長さ 50 mm のアルミ棒の先端に長さ 30 mm の糸をビニルチューブを用いて固定し、それらを 450×600 mm, 厚さ 5 mm のアクリル板に、一辺が 50 mm の正方格子状に 99 本立てる、この板をタンクの内壁に密着させ、タンク内水の流れによって糸がなびいている状態を写真撮影し、タンク内水の流動パターンを記録する。

A と B の流動形式では出口流速 3.4 m/s で、C と D の形式では流速 2.0 m/s で、無加振時に計測する。

4. 実験結果

図 3 に、加振両振幅 2.0 mm, 加振振動数 1.168 Hz の場合の出口流速 V とスロッシング振動の振幅

図 3 出口流速 V とスロッシング振動振幅の RMS 比

(RMS 比) との関係を示す。図中の○印は流動形式が A であり、出口流速が増加するにつれて、スロッシング振動の振幅は次第に減少する。●印は B の流動形式の結果で、出口流速が 3 m/s 以上になると、スロッシング振動はほぼ完全に抑制される。■印と△印では実験装置に使用したポンプ容量の制限と出口数が A または B の場合の 2 倍になっていることとより出口流速が十分に大きな値にまで達せなかった。これらの図はタンク内水の自由表面近傍に吹き出しの流れができ、その流速の値が大きくなると、スロッシング振動が抑制される傾向を示す。

B の流動形式において、出口流速 V を 0, 2.81, 3.45 m/s と設定し、加振振動数を、加振加速度が一定 (約 5.4 Gal) にして段階的に変化させ、スロッシングによる水面振動振幅の RMS 値を測定した結果は、図 4 のようになった。タンク内水の自由表面近傍に一定方向の流動があり、その流速が大きくなると、スロッシングの共振振動数が、 $V=0$ m/s のときの 1.168 Hz から、 $V=3.45$ m/s のとき、1.108 Hz と如実に低下することが、この図からわかる。

流動のないタンク内水を加振し、その一次スロッシング振動を十分に発達させた時点で、B の流動形式で出口流速 V を 4.5 m/s に設定し、タンク内水に急激に流動を与えた時の水面振動の過渡変化を図 5 に示す。スロッシング振動はほぼ抑制されることがわかる。

タンク内水の流動形式 A, B, C と D における流動パターンを、 $V=3.4$ m/s (A, B), 2.0 m/s (C, D) について、図 6 の (a) から (d) に示す。A パターンは時計回りに旋回し、自由表面近傍では水平な流れ成分が弱い。B パターンは反時計回りの旋回であるが、自由表面近傍に水平方向の流れが明りょうに存在する。C と

図 4 B の流動形式でのスロッシング共振振動数と出口流速との関係

Dのパターンでは流出口近辺で二つの旋回流れがあり、それらから吸入口へと向かう流れがみられ、自由表面近傍の水平流れ成分は弱い。

図3や図5でのスロッシングの抑制効果は、図6の流動パターンから判断して、自由表面近傍の水平方向の流れの存在に起因すると考えられる。このことは、Bの流動形式をさらに強調して、流出口と吸入口を自由表面下65 mmの位置に相対して設け、上記の水平方向流れを有効に発生した場合の実験でも同様な制振効果が明りょうに発現したことから支持される。

BとDの流動形式で加振振幅を変化させた時の実験結果は、図3と全く同様であったことのみを記しておく。

5. 考 察

本実験において、スロッシングの応答特性への流動の影響を調べるために出口流速 V -スロッシングの振動変位の関係を求めた。その結果によると、応答特性はBパターンに代表される流速の増加とともに、RMS比がZ字形に小さくなるものと、Aパターンに代表される流速の増加とともにRMS比がほとんど変化しないものの二つのグループに分けることができる。

スロッシング応答が小さくなる現象に着目し、流動によってタンク内水のスロッシング振動の固有振動数が変化するためではないかと推測し、出口流速-共振

点の関係を調べた。その結果は図4に示したように、流速2.81 m/sでは1.140 Hz、3.45 m/sでは1.108 Hzと流速の増加とともにスロッシングの固有振動数が小さくなることがわかった。

図3に示すように固有振動数1.168 Hzで加振を行った場合の応答は、出口流速の増加と共に減少しているが、これは流速の増加によってスロッシングの固有振動数が小さくなるためと考えられる。

さて、自由表面近傍での流動によるスロッシングの固有振動数の変化について、近似解析を考える。基礎方程式、境界条件はよく知られた理論解析より次のようになる⁽⁴⁾。図7を参照し、 ϕ を速度ポテンシャルとして、

基礎方程式：

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

境界条件：

$$\begin{aligned} w &= \frac{\partial \phi}{\partial z} \Big|_{z=-h} = 0 \\ u &= \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_{x=0,t} = \begin{cases} U : (z \approx 0) \\ 0 : (z \neq 0) \end{cases} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (4)$$

自由表面 $z = \eta(x, t)$ における力学的条件

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right\} \\ + \frac{p}{\rho} + gz = 0, (z = \eta) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (5)$$

運動学的条件

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial x} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial x} = w; (z = \eta) \quad \dots\dots\dots (6)$$

タンク水面付近に右向き流速 U の流動があるとす。 U はスロッシングによって発生する x 方向の流速より十分大きいと仮定する。すると、式(5)において $(\partial \phi / \partial x)^2$ と $(\partial \phi / \partial z)^2$ を比較すると $(\partial \phi / \partial z)^2$ は微小量として無視することができる。また、波高が十分小

図5 Bの流動形式でのスロッシング振動に対する流動の制振効果 ($V=4.5$ m/s)

図6 タンク内水の流動パターン

図7 スロッシング振動解析のための座標系

さいと仮定すれば、自由表面 ($z=\eta$) での境界条件を静止水面 ($z=0$) での条件に置き換えることができる。自由表面での圧力は大気圧で一定であるからこれを零とおく。式(5)は次のようになる。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + gz = 0; (z=\eta) \quad \dots\dots\dots (7)$$

式(7)を t で偏微分し、式(6)に代入する。これと式(7)を x で偏微分したものより、流動のある自由表面の境界条件は次のようになる。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + 2 \frac{\partial \phi}{\partial x} \cdot \frac{\partial^2 \phi}{\partial t \partial x} + \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + g \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0; (z=0) \quad \dots\dots\dots (8)$$

自由表面近傍での速度ポテンシャル ϕ を流動のない場合の速度ポテンシャルを参考にして、周期関数 $f(t)$ を用いて次のように仮定する。

$$\phi \approx Ux + f(t) \frac{\cosh \pi(z+h)/l}{\cosh(\pi h/l)} \cos \frac{\pi x}{l} \quad \dots\dots\dots (9)$$

$f(t)$ についての運動方程式を求めるため、式(9)を式(8)に代入し、整理すると

$$\left(\cos \frac{\pi x}{l} \right) \ddot{f} - \left(\frac{2\pi U}{l} \sin \frac{\pi x}{l} \right) \dot{f} + \cos \frac{\pi x}{l} \left\{ g \tanh \frac{\pi h}{l} - U^2 \left(\frac{\pi}{l} \right)^2 \right\} f = 0 \quad \dots\dots\dots (10)$$

となる。式(10)の両辺に、 $\cos(\pi x/l)$ をかけ $0 \sim l$ まで x で積分を行い、整理すると、

$$\ddot{f} + \left\{ g \frac{\pi}{l} \tanh \frac{\pi h}{l} - \left(U \frac{\pi}{l} \right)^2 \right\} f = 0 \quad \dots\dots\dots (11)$$

これより、固有振動数 f を求めると

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{gk \tanh(kh) - (Uk)^2}; k = \frac{\pi}{l} \quad \dots\dots\dots (12)$$

となる。

式(12)において $U=0$ とおくと、通常のスロッシングの固有振動数を求める式(1)と同一となる。

図8 タンク内水の自由表面近傍の水平方向流速の大きさ U と出口流速 V の関係 (d : 計測点の水深, t : 計測点の流出口からの距離)

流動形式が B パターンの場合に、タンク内水面の中央点で水深 30 mm の位置での表面流速 U と出口流速 V との関係を実験的に求めると図8のようになる。ちなみに $U=0.5$ m/s ($V=3.45$ m/s の3点の平均値), $h=0.60$ m, $l=0.57$ m を式(12)に代入すると、 $f=1.084$ Hz となり、実験値にほぼ等しい。またこの値に対する応答値は図4の周波数応答図より、約 8 mm (RMS) となり、図3の B パターンでの $V=3.45$ m/s に対応する値に近いといえよう。

6. ま と め

本実験と近似解析によって、タンク内に流動がある系のスロッシング振動の応答特性に関して以下のことが明らかとなった。

- (1) 自由表面近傍に水平流速が生じるような流動系のスロッシング振動は、その流速がある値に達すると、制振される。
- (2) 上記の流動系のスロッシング振動の固有振動数は、流速が大きくなるに従い小さくなる。
- (3) したがって流動系のスロッシング振動が制振される理由は、自由表面近傍の水平流速の存在により、その固有振動数が低下し、加振振動数からずれ共振しなくなるためであるといえる。

文 献

- (1) 松平・小林, 特願, (昭55), 39899.
- (2) 葉山・岩淵, 機論, 51-470, C(昭60), 2505.
- (3) 原・柴田, 機論, 52-481, C(昭61), 2392.
- (4) 日野, 流体力学, (昭52), 第1章5節, 朝倉書店.