ヘリングボーン溝付動圧気体軸受の不釣合振動に関する研究*

(第1報, 軸受角変位剛性を考慮した理論解析)

市 原 順 —*1

The Unbalanced Whirl of Herring-bone Grooved Gas Journal Bearings (1st Report, The Theoretical Analysis)

Junichi ICHIHARA

A method for estimating the unbalanced whirl characteristics of herring-bone grooved gas journal bearings by solving the appropriate dynamics equations is outlined. This method covers both cylindrical mode and conical mode whirl, and the interference of the two modes is considered. Here, also, the theoretical analysis for the bearing angular stiffness is presented.

Key Words: Gas Bearing, Grooved Bearing, Unbalanced Whirl, Rotor Dynamics

1. 緒 言

ヘリングボーン溝付動圧気体軸受は回転精度が高いということから使用されることが多い。特に情報機器の分野では円すいモードの回転精度が重視される場合がある。従来、円すいモードの回転精度向上のため、2個の軸受を軸受間隔を長くとして使用する回転系が採用されているが、小形化という要望から軸受間隔にも限度があり、さらに軸受を1個しか使用できないような系もある。このような系では軸受の並進変位に対する剛性のみならず、角変位に対する剛性を加味した解析が回転体不釣合振動特性を把握するうえで必要である。

本研究では、角変位に対する剛性も考慮して不釣合振動の理論解析を行った。

2. 主 な 記 号

R : 回転体半径
 L : 軸受幅
 L_b : 軸受間隔

ω : 回転角速度
 m_1 : 不釣合質量
 m : 回転体質量
 e : 回転体の並進変位
 γ : 回転体の角変位
 Λ : ペアリング数
 I_p : 回転体極慣性モーメント
 I_t : 重心断面直径回りの慣性モーメント
 Ω_a : 円すいモード振れ回り角速度
 $\bar{\Omega}_a$: 円すいモード振れ回り比 $= \Omega_a/\omega$
 Ω_c : 円筒モード振れ回り角速度
 $\bar{\Omega}_c$: 円筒モード振れ回り比 $= \Omega_c/\omega$
 δ : 回転体偏重心量
 ϕ_a : X 軸と回転体角変位の位相角
 ϕ_c : X 軸と回転体並進変位の位相角
 β_a : X 軸と不釣合偶力の位相角
 β_c : X 軸と不釣合並進力の位相角
 P_a : 周囲気体圧力
 μ : 粘性係数
 $P, \bar{P}$: 圧力 $\bar{P} = P/P_a$
 C_r : 軸受半径すきま
 $h_r, \bar{h}_r$: 丘部軸受半径すきま, $\bar{h}_r = h_r/C_r$
 $h_g, \bar{h}_g$: 溝部軸受半径すきま, $\bar{h}_g = h_g/C_r$

* 昭和62年8月21日 第65期全国大会講演会において講演、原稿受付 昭和62年1月26日。

*1 正員、(株)富士通研究所 (〒211 川崎市中原区上小田中1015)。

β : 吸入角

b_r : 丘部の幅

b_g, α : 溝幅, 溝幅比, $\alpha = b_g / (b_g + b_r)$

Δ, H_0 : 溝深さ, 溝深さ比, $H_0 = 1 + \Delta / C_r$

$L_s, \bar{L}_s$: 非溝加工部の長さ, $\bar{L}_s = L_s / L$

ω : 回転角速度 (溝加工部材回転の場合, 添字 1 を, 平滑部材回転の場合, 添字 2 をつける)

F_r, F_t : 並進モード半径方向, 接線方向反力

K_r, K_t : 並進モード半径方向, 接線方向剛性

K_r^*, K_t^* : 軸受 1 個当たりの並進モード半径方向剛性, 接線方向剛性

F_{ar}, F_{at} : 角変位モードによって生ずる半径方向並進力, 接線方向並進力

S : 軸受中心と回転体重心位置を示す係数

M_r, M_t : 角変位モード半径方向, 接線方向反偶力

N_r, N_t : 角変位モード半径方向, 接線方向剛性

N_r^*, N_t^* : 軸受 1 個当たりの角変位モード半径方向反偶力, 接線方向反偶力

3. 回転体の運動に関する理論解析

回転体の不釣合振動には円筒モードと円すいモードがあり, 単独で発生することも混在することもある。本研究では二つのモードに付いて解析を行い, 両者の干渉等についても考察する。なお, 個々の軸受の性能は等しく振動はすべて定常的であると仮定する。

3.1 円すいモード振動 図 1 に示すような回転系で, 表面に付加された 2 個の質点: m_1 によって不釣合を表す。これによって生ずる不釣合偶力: M_u は軸回転角速度を ω として次のように与えられる。

$$M_u = 2\rho_u R m_1 \omega^2 \quad (1)$$

また, 回転体重心を原点とする固定座標系 (X, Y) をとり, 原点を中心として角変位: γ を生じたとする。 γ の X 成分を γ_x , Y 成分を γ_y とする。軸受反偶力の半径方向成分を M_r , 接線方向成分を M_t とすると, 図 2 に示す関係により回転軸の運動方程式は次のようになる。

$$I_t \ddot{\gamma}_x + M_r \cos \phi_a + M_t \sin \phi_a - M_u \cos \beta_a + \{I_p + (I_p - I_t)(\Omega_a/\omega)\} \Omega_a \omega \gamma \cos \phi_a = 0 \quad (2)$$

$$I_t \ddot{\gamma}_y + M_r \sin \phi_a - M_t \cos \phi_a - M_u \sin \beta_a + \{I_p + (I_p - I_t)(\Omega_a/\omega)\} \Omega_a \omega \gamma \sin \phi_a = 0 \quad (3)$$

ここで両式の第 5 項は定常歳差運動によるジャイロモーメント: M_g を示し, Ω_a は振れ回り角速度である。

軸受反偶力が角変位: γ に比例すると仮定し次のようにおく。

$$M_r = N_r \cdot \gamma, \quad M_t = N_t \cdot \gamma$$

さらに,

$$\gamma_x \cos \phi_a + \gamma_y \sin \phi_a = \gamma \quad (4)$$

$$-\gamma_x \sin \phi_a + \gamma_y \cos \phi_a = 0 \quad (5)$$

$$\ddot{\gamma}_x \cos \phi_a + \ddot{\gamma}_y \sin \phi_a = \ddot{\gamma} - \dot{\phi}_a^2 \gamma \quad (6)$$

$$-\ddot{\gamma}_x \sin \phi_a + \ddot{\gamma}_y \cos \phi_a = \gamma \ddot{\phi}_a + 2 \dot{\gamma} \dot{\phi}_a \quad (7)$$

という関係を利用して,

$$(2) \times \cos \phi_a + (3) \times \sin \phi_a$$

$$-(2) \times \sin \phi_a + (3) \times \cos \phi_a$$

なる演算を行い, 回転体の回転速度, 振れ回り角速度: $\Omega_a = \dot{\phi}_a$ が一定と仮定すれば, 以下の関係を得る。

$$-I_t \Omega_a^2 \gamma + N_r \gamma + M_g - M_u \cos \alpha_a = 0 \quad (8)$$

$$N_t \gamma - M_u \sin \alpha_a = 0 \quad (9)$$

(α_a : 偏重心位相角 $= \beta_a - \phi_a$, 不釣合偶力と回転体角変位の位相角)。

さらにこの式より, 角変位: γ および偏重心位相角: α_a が次のように求まる。

$$\gamma = 2m_1 \rho_u R / I_p (B_r^2 + B_t^2)^{1/2} \quad (10)$$

$$\alpha_a = \tan^{-1} (-B_t / B_r) \quad (11)$$

ここで,

図 1 角変位を生じた回転系

図 2 不釣合偶力および軸受反偶力

$$B_r = N_r / I_p \omega^2 - (I_t / I_p) (\Omega_a / \omega)^2$$

$$+ \{1 + (1 - I_t / I_p) (\Omega_a / \omega)\} (\Omega_a / \omega)$$

$$B_t = N_t / I_p \omega^2$$

3.2 円筒モード振動 一般に円筒モード振動は回転体の静不釣合により発生するが、円すいモードの振動からも影響を受ける。図3に示すような回転体重心： G と軸受中心： C_b が一致していない回転系で、角変位を生じた場合、各軸受に発生する反偶力は等しいが発生する並進力が異なり、この差が回転体に並進力として働く。この時、回転体角変位の中心はあくまで回転体の重心であるものの、この並進力を打ち消すため並進変位が生じ、円すいモードの振動が円筒モードの振動を生起させる。回転系で、回転体重心が回転中心軸より半径方向に δ だけ偏心しているものとする。不釣合偶力と不釣合並進力の働く方向が位相差： ϕ_u をもっていると、円筒モードの振動から発生する軸受並進反力： (F_r, F_t) と円すいモード振動から発生する軸受並進反力： (F_{ar}, F_{at}) も位相差を持つ。これらの位置関係を図4に示す。

軸受中心を原点とする固定座標系において回転体重心： G の座標を (X_g, Y_g) とすると次の運動方程式を得る。

$$m\ddot{X}_g + F_r \cos \phi_c + F_t \sin \phi_c + F_{ar} \sin \Theta - F_{at} \cos \Theta = 0 \quad (12)$$

$$m\ddot{Y}_g + F_r \sin \phi_c - F_t \cos \phi_c - F_{ar} \cos \Theta - F_{at} \sin \Theta = 0 \quad (13)$$

$$(\Theta = \beta_c + \phi_u - \alpha_a)$$

回転中心軸： O' の座標を (X, Y) とすると

$$X = X_g - \delta \cos \beta_c \quad (14)$$

$$Y = Y_g - \delta \sin \beta_c \quad (15)$$

である。回転体の回転角速度 $(\omega = \dot{\beta}_c)$ が一定として式(14)、(15)に代入すると次の関係を得る。

$$m(\ddot{X} - \delta \omega^2 \cos \beta_c) + F_r \cos \phi_c + F_t \sin \phi_c + F_{ar} \sin \Theta - F_{at} \cos \Theta = 0 \quad (16)$$

$$m(\ddot{Y} - \delta \omega^2 \sin \beta_c) + F_r \sin \phi_c - F_t \cos \phi_c - F_{ar} \cos \Theta - F_{at} \sin \Theta = 0 \quad (17)$$

回転体の偏心量を e とし、式(6)～(9)と同様な関係を用い、さらに定常振動であるので、次の関係が得られる。

$$(-m\delta\omega^2 + F_{ar} \sin \Psi_a - F_{at} \cos \Psi_a) \cos \alpha_c + (F_{ar} \cos \Psi_a + F_{at} \sin \Psi_a) \sin \alpha_c + F_r - m\epsilon\Omega_c^2 = 0$$

$$\dots\dots\dots(18)$$

$$(-F_{ar} \cos \Psi_a - F_{at} \sin \Psi_a) \cos \alpha_c + (-m\delta\omega^2 + F_{ar} \sin \Psi_a - F_{at} \cos \Psi_a) \sin \alpha_c - F_t = 0$$

$$\dots\dots\dots(19)$$

$$(\Psi_a = \phi_u - \alpha_a, \Omega_c = \dot{\phi}_c)$$

これらの関係より $\sin \alpha_c, \cos \alpha_c$ を消去し、 F_r, F_t が偏心： e に比例するとして、

$$F_r = K_r \cdot e \quad (20)$$

$$F_t = K_t \cdot e \quad (21)$$

とすれば偏心率： (e/C_r) 、偏重心位相角： α_c が次のように求められる。

$$e/C_r = (A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21}) / (E_1^2 + E_2^2)^{1/2} \quad (22)$$

$$\alpha_c = \tan^{-1} (-E_1/E_2) \quad (23)$$

ここで、

$$E_1 = A_{11}K_t/m\omega^2 + A_{21}\{-K_r/m\omega^2 + (\Omega_c/\omega)^2\}$$

$$E_2 = A_{12}K_t/m\omega^2 + A_{22}\{-K_r/m\omega^2 + (\Omega_c/\omega)^2\}$$

また、 $A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22}$ は次のように与えられる。

$$A_{11} = -\delta/C_r + (F_{ar} \sin \Psi_a - F_{at} \cos \Psi_a) / mC_r\omega^2 \quad (24)$$

$$A_{12} = (F_{ar} \cos \Psi_a + F_{at} \sin \Psi_a) / mC_r\omega^2 \quad (25)$$

$$A_{21} = -(F_{ar} \cos \Psi_a + F_{at} \sin \Psi_a) / mC_r\omega^2 \quad (26)$$

$$A_{22} = -\delta/C_r + (F_{ar} \sin \Psi_a - F_{at} \cos \Psi_a) / mC_r\omega^2 \quad (27)$$

3.3 軸受反力および反偶力の関係 円すいモー

図3 回転体重心と軸受中心が一致していない回転系

図4 不釣合力と軸受反力

ドの振動が発生している回転系における軸受反力, 軸受反偶力の関係について調べてみる. 先に図3で示した系のように, 回転体の重心が特性の等しい二つの軸受の中心から, 各々, SL_b , $(1-S)L_b$ 離れている場合, 個々の軸受の並進変位に対する剛性を (K_r^*, K_t^*) 角変位に対する剛性を (N_r^*, N_t^*) とする.

回転体はその重心を中心として角変位: γ を生じている時, 例えば軸受: 2 からみると回転体は e_1 なる並進変位と γ なる角変位を生じており, 各モードの変位に対して軸受反力, 偶力を発生している. これらは結局, 軸受中心から見て次のような角変位に対する剛性として与えられる.

$$N_r = K_r^* L_b^2 (2S^2 - 2S + 1) + 2N_t^* \dots \dots \dots (28)$$

$$N_t = K_t^* L_b^2 (2S^2 - 2S + 1) + 2N_r^* \dots \dots \dots (29)$$

また, 前節で導入した軸の角変位によって生じる並進力は次のように与えられる.

$$F_{ar} = K_r^* L_b (2S - 1) \gamma \dots \dots \dots (30)$$

$$F_{at} = K_t^* L_b (2S - 1) \gamma \dots \dots \dots (31)$$

軸受の並進変位に対する剛性: (K_r^*, K_t^*) の計算法については, Vohr⁽¹⁾らの研究に詳しく, 角変位に対する剛性: (N_r^*, N_t^*) については本研究付録にその概要が示される.

4. 計算結果

計算結果を示し, これに対する考察を行う. 計算の対象とした軸受の諸元を表1に, 軸受の模式図を図5に示す. 回転系はすべて平滑部材が回転しているものとしている. 図6は円すいモードの振動のみが生じている回転系で, 個々の軸受の角変位に対する剛性: (N_r^*, N_t^*) を考慮した場合と無視した場合の比較を示している. ここで角変位は無次元量

$$\bar{\gamma} = \gamma / (2m_1 \rho_u R / I_p)$$

によって示している. 角変位に対する剛性を無視したほうが回転精度が悪く, 共振点も若干低くなる. この傾向は軸受幅に対して軸受間隔が短い場合, 大きく現れる. したがって軸受間隔の短い回転系では, 不釣合振動特性をより正確に把握するため, 角変位に対する剛性の効果は無視できないことがわかる. 図7は先と同様円すいモードの振動のみが発生している系で, 軸受幅: 19mm の2個の軸受を軸受間隔: 25mm で使用した回転系と, 軸受幅: 44mm の1個の軸受を使用した回転系の比較を示

す. 軸受幅以外の軸受諸元は同一である. 軸受1個の系では円すいモードの回転体運動に対して軸受反偶力のみが発生する. 図に見られるように, 軸受2個使用の系のほうが, 共振点が高く, 回転精度もよい.

これは, 軸受を2個使用して各軸受の並進変位に対する剛性を利用する効果が, 軸受1個でも軸受面積を大きくして角変位に対する剛性を増加させる効果より大きいことを示している. なお, 軸受1個のほうが軸受面積が大きいきだけ, 円筒モードに対しては有利である.

図8は回転体重心と軸受中心が一致していない系 ($S=0.75$) で, 円筒, および円すいモードの振動が発生している場合の, 円筒モード振動に対する計算結果で, 振動振幅: e は軸受半径すきま: C_r で無次元化してある. この系では, 円筒モードの振動が円すいモード振動の影響を受け, 円筒モード振動に円すいモード振動が重畳されたような特性が得られており, 2100 rps 程度に現れる共振は円すいモードのものである. なお, 不釣合偶力と不釣合並進力の位相差が表1に示す値と異なっても特性はあまり変化しない.

図9は回転体重心と軸受中心の位置関係を表すパラメータ: S を変化させて円すいモードの振動特性を求めたもので, $S=0.5$ のとき, 回転精度が最も悪く共

表1 軸受および回転体諸元

Rotor	Mass : m	0.26kg
	Polar Mass Moment of Inertia : I_p	$5.17 \times 10^{-5} \text{kgm}^2$
	Transversal Mass Moment of Inertia : I_t	$6.91 \times 10^{-5} \text{kgm}^2$
	Length	44mm
	Eccentricity of the Center of Gravity : δ	0.5 μm
	Dynamic Unbalance : M_u	$1.00 \times 10^{-9} \text{kgm}^2$
	Phase Angle between Unbalanced Force and Unbalance Couple : ϕ_u	0°
	Whirl Ratio : $\bar{\omega}_a, \bar{\omega}_c$	1
Bearing	Number of Bearings	2
	Width : L	19mm (44mm)
	Diameter : D	22mm
	Radial Clearance : C_r	8 μm
	Bearing Span : L_b	25mm
	Number of Grooves	∞
	Groove Width Ratio : α	0.40
	Groove Depth Ratio : H_0	2.20
	Pumping Angle : β	30°
	Length Ratio of Smooth Region : L_s/L	0.40

振点も低い。これは式(28), (29)に示したように $S=0.5$ の場合に角変位モードの剛性が最小と成るためである。したがって、円すいモード振動を低減させるためには回転体重心と軸受中心をはなすほうがよいことになるが、通常このような設計を行うと回転体重心断面回りの慣性モーメント: I_z が大きくなることが多いので注意する必要がある。

5. 結 論

ヘリングボーン溝付動圧気体軸受において、角変位モードの剛性を考慮した不釣合振動特性の解析を行った。この結果、次のことが明らかになった。

- (1) 軸受1個で構成された回転系、および軸受2個で構成された回転系でも軸受間隔の短い系においては、その振動特性を評価するにあたり、角変位に対する、軸受剛性を無視しえない。
- (2) 円すいモード振動によって、円筒モードの振動が誘起される場合があること。
- (3) 円すいモードの振動では、特性は軸受中心と回転体重心の位置関係に大きく影響される。

図5 ヘリングボーン溝付軸受

図6 円すいモード不釣合振動 (角変位剛性の効果)

〔付 録〕 軸受反偶力の計算

ここでは Vohr らの導入した無限溝数の仮定に従った角変位に対する軸受反偶力の算出式を示し、計算結果についても言及する。図4に示したような部分的にヘリングボーン溝が加工された軸受を考え、軸受中心: C_0 のまわりで軸が角変位: γ を生じているものとする。一方の軸受端を原点とし、振れ回り速度: Ω_a で回転する座標系 (Z, θ) をとる。Z は軸受中心軸と一致し $\theta=180^\circ$ の点で、 $Z=0$ での軸受すき間が最小となるように設定される。軸受すき間内の圧力分布を求めるプロセスは Vohr らの方式と同様であるが、溝部の軸受すき間: h_g 、および丘部の軸受すき間: h_r は次のようになる。

$$\bar{h}_r = h_r / C_r = 1 + \Gamma \bar{Z}^* \cos(\theta) \dots \dots \dots (32)$$

$$\bar{h}_g = h_g / C_r = H_0 + \Gamma \bar{Z}^* \cos(\theta) \dots \dots \dots (33)$$

$$\bar{Z} = Z / L \dots \dots \dots (34)$$

図7 円すいモード不釣合振動 (軸受構成の影響)

図8 円筒モード不釣合振動 (円すいモードの干渉)

$$\Gamma = L\gamma/C_r \dots\dots\dots (35)$$

$$\bar{Z}^* = 1/2 - \bar{Z} \dots\dots\dots (36)$$

対称性から計算は軸受の軸方向 (Z 方向) の半分の領域 ($0 < \bar{Z} < 1/2$) について行えばよい。この時、溝加工領域、非溝加工領域は次のようになる。

$$0 < \bar{Z} < (L - L_s)/2L \quad (\text{溝加工領域})$$

$$(L - L_s)/2L < \bar{Z} < 1/2 \quad (\text{非溝加工領域})$$

すき間内の平滑化された圧力分布: P を軸受周囲圧力: P_a で無次元化し、さらに Γ で摂動させ次のように定義する。

$$\bar{P} = \bar{P}_0(\bar{Z}) + \Gamma \operatorname{Re}[\bar{P}_1(\bar{Z}) \exp(j\theta)] \quad (j = \sqrt{-1}) \dots\dots\dots (37)$$

この圧力分布を軸受すき間内の質量連続の式に代入し、さらに、 Γ の 0 次、1 次…の係数をそれぞれ零と置くと、 $\bar{P}_0(\bar{Z})$ 、および、 $\bar{P}_1(\bar{Z})$ に関する方程式が次

図 9 円すいモード不釣合振動 (回転体重心位置の影響)

のように得られる。

$$\bar{P}_0(\bar{Z}) = \frac{\alpha(1-\alpha)(H_0-1)(H_0^3-1) \sin \beta \cdot \cos \beta}{\alpha(1-\alpha)(H_0^3-1)^2 \sin^2 \beta + H_0^3} \Lambda_s \left(\frac{1}{2} - \bar{Z}^* \right) + 1 \quad (\text{溝加工部}) \dots\dots\dots (38)$$

$$\bar{P}_0(\bar{Z}) = \frac{\alpha(1-\alpha)(H_0-1)(H_0^3-1) \sin \beta \cdot \cos \beta}{\alpha(1-\alpha)(H_0^3-1)^2 \sin^2 \beta + H_0^3} \Lambda_s \left(\frac{1}{2} - \frac{L_s}{2L} \right) + 1 \quad (\text{非溝加工部}) \dots\dots\dots (39)$$

$$C_1 \frac{\partial^2 \bar{P}_1(\bar{Z})}{\partial \bar{Z}^2} + (C_2 + jC_3) \frac{\partial \bar{P}_1(\bar{Z})}{\partial \bar{Z}} + (jC_4 - C_5) \bar{P}_1(\bar{Z}) - jC_6 + C_7 = 0 \quad (\text{溝加工部}) \dots\dots\dots (40)$$

$$\frac{\partial^2 \bar{P}_1(\bar{Z})}{\partial \bar{Z}^2} - \{1 + j\Lambda(1 - 2\bar{Q})/\bar{P}_0(\bar{Z})\} \left(\frac{L}{R} \right)^2 \bar{P}_1(\bar{Z}) = j\Lambda(1 - 2\bar{Q}) \left(\frac{L}{R} \right) \quad (\text{非溝加工部}) \dots\dots\dots (41)$$

なお、ここで、

$$C_1 = \{H_0^3 + \alpha(1-\alpha)(H_0^3-1)^2 \sin^2 \beta\} (R/L) \bar{P}_0(\bar{Z})/A_h \dots\dots\dots (42)$$

$$C_2 = \Lambda_s \alpha(1-\alpha)(H_0-1)(H_0^3-1) \cos \beta \cdot \sin \beta (R/L)/A_h \dots\dots\dots (43)$$

$$C_3 = 2\alpha(1-\alpha)(H_0^3-1)^2 \cos \beta \cdot \sin \beta \bar{P}_0(\bar{Z})/A_h \dots\dots\dots (44)$$

$$C_4 = C_3 \frac{\partial \bar{P}_0(\bar{Z})}{\partial \bar{Z}} / \bar{P}_0(\bar{Z}) - \Lambda_s \alpha(H_0-1) \{1 + (1-\alpha)(H_0^3-1) \cos^2 \beta\} / A_h \\ + \Lambda_s \alpha(H_0-1) - \Lambda(L/R) \{ \alpha H_0 + 1 - \alpha \} (1 - 2\bar{Q}) \dots\dots\dots (45)$$

$$C_5 = \{H_0^3 + \alpha(1-\alpha)(H_0^3-1)^2 \cos^2 \beta\} \bar{P}_0(\bar{Z}) / (R/L) A_h \dots\dots\dots (46)$$

$$C_6 = -3C_2^2(L/R) [\bar{P}_0(\bar{Z})]^2 \cdot \bar{Z}^* \{ (1-\alpha)(H_0^3+H_0-1)H_0^2 - \alpha(H_0^2-H_0-1) \} / \Lambda_s C_1 A_h \\ + \{ 3\Lambda_s \alpha(1-\alpha)(H_0-1)^2 H_0^2 \sin^2 \beta / A_h^2 + \Lambda(1-2\bar{Q})(L/R) \} \bar{P}_0(\bar{Z}) \cdot \bar{Z}^* \dots\dots\dots (47)$$

$$C_7 = 3(H_0^3-1)(H_0^3-1) \left(\frac{R}{L} \right) \left\{ \frac{\alpha(1-\alpha)(H_0-1) \Lambda_s \sin \beta \cdot \cos \beta}{H_0^3 + \alpha(1-\alpha)(H_0^3-1)^2 \sin^2 \beta} \right\}^2 \\ \times \{ H_0^2(H_0^2+1) + \alpha(1-\alpha)(H_0^3-1)^2 \sin^2 \beta \} \left(\bar{Z}^* - \bar{P}_0(\bar{Z}) / \frac{\partial \bar{P}_0(\bar{Z})}{\partial \bar{Z}} \right) / A_h \dots\dots\dots (48)$$

$$\Lambda_s = 6\mu(\omega_2 - \omega_1) \cdot RL / C_r^2 P_a \dots\dots\dots (49)$$

$$\Lambda = 6\mu(\omega_2 + \omega_1) \cdot R^2 / C_r^2 P_a \quad (\text{ベアリング数}) \dots\dots\dots (50)$$

$$A_h = \alpha + (1-\alpha)H_0^3 \dots\dots\dots (51)$$

$$\bar{Q} = \Omega_a / (\omega_2 + \omega_1) \quad (\text{ホワール比}) \dots\dots\dots (52)$$

ここで $\bar{P}_1(\bar{Z})$ に関する境界条件は

$$\bar{P}_1(\bar{Z}) = 0 \quad (\bar{Z} = 0) \quad (\text{軸受端部}) \dots\dots\dots (53)$$

$$\bar{P}_1(\bar{Z}) = 0 \quad (\bar{Z} = 1/2) \quad (\text{軸受中央}) \dots\dots\dots (54)$$

図 10 軸方向圧力分布

図 11 ベアリング数と軸受剛性

図 12 溝深さ比と軸受剛性

図 13 溝幅比と軸受剛性

図 14 吸入角と軸受剛性

図 15 非溝加工部長比と軸受剛性

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial \bar{P}_1(\bar{Z})}{\partial \bar{Z}} + \frac{\alpha(1-\alpha)(H_0^3-1)^2 \cos \beta \cdot \sin \beta}{H_0^3 + \alpha(1-\alpha)(H_0^3-1)^2 \sin^2 \beta} \left(\frac{L}{R} \right) \cdot j \bar{P}_1(\bar{Z}) \\
 & + 3 \left\{ \frac{H_0^2(H_0+1) + 2\alpha(1-\alpha)(H_0^3-1)(H_0^3-1) \sin^2 \beta}{H_0^3 + \alpha(1-\alpha)(H_0^3-1)^2 \sin^2 \beta} - \frac{\alpha + (1-\alpha)H_0^2}{A_h} \right\} \cdot \bar{Z}^* \cdot \frac{\partial \bar{P}_0(\bar{Z})}{\partial \bar{Z}} \\
 & + \frac{3\Lambda_s \alpha(1-\alpha)H_0^2(H_0-1)^2 \cos \beta \cdot \sin \beta \cdot \bar{Z}^*}{A_h \{H_0^3 + \alpha(1-\alpha)(H_0^3-1)^2 \sin^2 \beta\}} \Big|_{\text{Grooved Region}} \\
 & = \frac{A_h}{H_0^3 + \alpha(1-\alpha)(H_0^3-1)^2 \sin^2 \beta} \frac{\partial \bar{P}_1(\bar{Z})}{\partial \bar{Z}} \Big|_{\text{Smooth Region}} \quad (\text{溝加工部と非加工部の境界}) \dots\dots\dots (55)
 \end{aligned}$$

また、上式を数値的に解くと、角変位に対する軸受剛性 N_r^*, N_t^* が次のように求まる。

$$N_r^* = -\frac{2\pi P_a R L^3}{C_r} \int_0^{1/2} \text{Re}[\bar{P}_1(\bar{Z})] \bar{Z}^* d\bar{Z} \dots (56)$$

$$N_t^* = -\frac{2\pi P_a R L^3}{C_r} \int_0^{1/2} \text{Im}[\bar{P}_1(\bar{Z})] \cdot \bar{Z}^* d\bar{Z} \dots\dots\dots (57)$$

図 10 は $\Gamma=0.2$ に対応する角変位を生じた場合の、 $\theta=180^\circ$ における軸方向に沿った圧力分布を示す。軸受諸元は表 1 に示す値を用いている。また、図 11 はベアリング数： Λ に対する軸受角変位剛性の半径方向成分、および、接線方向成分の計算結果である。ここで

軸受剛性は次のように無次元化して示している。

$$\bar{N}_r^* = C_r N_r^* / P_a L^3 D, \quad \bar{N}_t^* = C_r N_t^* / P_a L^3 D$$

図 12～15 は溝深さ比： H_0 、溝幅比： α 、吸入角： β 、非溝加工部長比： $\bar{L}_s$ に対して、それぞれ無次元角変位軸受剛性の半径方向成分を計算した結果である。並進変位剛性との比較では、定性的に大きな差はない。

文 献

- (1) Vohr, J. H. and Chow, C. H., *Trans. ASME, Ser. D*, 87-3 (1965), 568.
- (2) 金子, 電々公社研究実用化報告, 21-9 (昭 47), 1715.