回転軸系の危険速度通過法に関する一考察*

野波健蔵^{*1}, 東 成昭^{*2}, 戸谷隆美^{*1}A Consideration of a Method of Passing through
Critical Speed of Rotating Shaft Systems

Kenzou NONAMI, Masaaki HIGASHI, and Takayoshi TOTANI

The object of this paper is to study a method for passing through the critical speeds of rotating shaft systems, and in particular, to search optimal turning points and returning points for minimizing the maximum flexural amplitude by changing the driving acceleration after initial start-up. This method is based on the following idea: A large acceleration is available during transition through critical speeds because the maximum amplitudes of flexural deflection are reduced; however it is unsuitable except for the region of critical speed because the torsional deflection increases. In order to realize the optimal operating curve, a linear optimal tracking system is applied. This control system consists of optimal state feedback and a compensation input. It has been proved that this control system reduces a transient torsional vibration due to a sudden torque change and a torsional resonance vibration when the shaft passes its resonance region.

Key Words: Vibration of Rotating Body, Critical Speed, Optimum Operating Curve, Optimal Tracking System, Unbalance Vibration, Torsional Vibration, Optimal Control, Active Vibration Control

1. 緒 言

回転軸の曲げ危険速度を通過する際の軸振動挙動についてはこれまでに多くの報告があり、通過時の振動特性はほぼ解明されている。これらの研究は、駆動源に十分ゆとりがあり一定角加速度が得られる場合と、駆動源にゆとりがないために振動系との間に相互作用が生じ一定角加速度が得られない場合との二つに大別される。これらの研究の多くは振動現象の解明に重点が置かれているため、安全な危険速度通過法という駆動方法の設計という立場からの視点はみられないようである。

危険速度通過法の立場からの研究として古くはQaziらの研究⁽¹⁾がある。これは蒸気タービンへの応用を考慮したもので、最大振幅を設定値以内に抑えるために軸振動をオンライン測定し、設定値を超えたときは自動的にスロットルバルブを開き上昇加速度を増加させようとするものでコンピュータ制御としては先駆的な研究である。また、最近、駆動源との相互作用を考慮した回転軸系の最適運転曲線に関する研究が山川

ら⁽²⁾によって発表されている。山川らは危険速度近傍まで一定加速度で上昇させ、危険速度近傍の回転速度で一定時間だけ停留させた後、再び一定加速度で危険速度を超える方法を提案している。とくに、停留時間とその回転速度をパラメータに最大振幅を最小とする最適設計問題として定式化し、系の減衰が小さい場合この手法は有効であるとの結論を得ている。

著者らも以上の2研究とは全く異なる観点から危険速度通過法の設計論的研究を行った。大きな加速度は危険速度付近で振幅が非常に大きいときにのみ有効で、一般にはねじり角変位を増加させるため望ましくない。そこで、危険速度近傍を除いて小さな加速度を使用し危険速度付近の狭い回転速度のみフルパワーの最大加速度を用いる二段階方式の速度パターンを考えた。特に、最大振幅が最も小さくかつ最大加速区間が最も短くなる加速切換時および再切換時をシミュレーションと実験から見いだした。本研究ではこの速度パターンを厳密に実現するために最適トラッキングシステム⁽³⁾を適用している。この制御系は状態フィードバックと補償入力によって構成されているが、この制御系はトルクの急激な変化によって生じる軸の過渡ねじり振動やねじり危険速度通過に対してきわめて有効であることが示された。

* 昭和62年8月20日 第65期全国大会講演会において講演、原稿受付 昭和62年2月3日。

*¹ 正員、千葉大学工学部 (〒260 千葉市弥生町1-33)。

*² 正員、川崎重工業(株) (〒673 明石市川崎町1-1)。

以上、本論文は危険速度通過法に関する安全性と効率性を高めるための一提案であり、このために基礎的な検討を行ったものである。

2. 実験装置と振動モデル

2.1 実験装置 実験装置は文献(3)と同様のものので図1に示す。速度制御を容易にするために駆動源は200 Wの直流サーボモータで、円板1はモータと軸を継ぐカップリング円板である。質量2 kgの円板1と円板2はねじり振動系を構成していると同時に、円板2の質量と軸受スパンにより低速領域に曲げ危険速度が存在するようになっている。軸の回転速度の検出はタコゼネレータから、軸のねじり角はスリップリングを介してひずみゲージから検出している。軸は縦弾性係数が 2.058×10^{11} Paのドリル鋼で、単純支持に近づけるためいずれも自動調心玉軸受で支持されている。

2.2 曲げとねじりの振動モデル 図1の実験装置について曲げ振動モデルは軸質量を無視すると図2のように近似できる。各質量は実測された等価質量であり、防振ゴムは市販のもので圧縮方向とせん断方向の特性が異なり実測によりばね定数と減衰定数の値を得た。この6質点系モデルを鉛直方向と水平方向に連成がないものと仮定してそれぞれ独立に影響係数法により運動方程式を導いた。

この運動方程式を用いて定常不つりあい応答のシミュレーションを行ったのが図3(a)である。また、実験値を図3(b)に示す。両者は鉛直方向について良く一致しているため、今後鉛直方向についてのみ、とくに、最大振幅の1888 rpm (計算値)、1861 rpm (実験値)の危険速度通過法についてシミュレーションと実験から考察する。

図1の実験装置は回転方向について図4のような最も単純な一自由度ねじり振動系としても近似できる。図4の運動方程式は式(1)となる。

$$\left. \begin{aligned} J_1 \ddot{\theta}_1(t) + K_t \theta(t) &= T(t) \\ J_1 \ddot{\theta}(t) + \left(1 + \frac{J_1}{J_2}\right) K_t \theta(t) &= T(t) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 $\theta(t) = \theta_1(t) - \theta_2(t)$ である。本装置では、ねじり固有振動数は $\omega_t = 294.4$ rad/sであった。

2.3 速度制御のための状態方程式および最適トラ

(a) 計算

(b) 実験

図3 円板2に関する不つりあい応答

図1 実験装置概略図

図2 曲げ振動モデルと諸元

-tracking制御システム まず、駆動モータの特性を実験的に求め、また、不感帯などを補正する。これに関しては文献(3)の討論に対する回答で述べている。軸系の回転速度制御を行うために、ねじり振動モデルとモータの特性を考慮して状態方程式を導く。状態ベクトル $x(t)$ と制御入力ベクトル $u(t)$ をそれぞれ次式とおけば、

$$\begin{aligned} x(t) &= \text{col} [\dot{\theta}_1(t), \theta(t), \dot{\theta}(t)] \\ u(t) &= V_s(t) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (2)$$

式(1)から、

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} -C_v/J_1 & -K_t/J_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -C_v/J_1 - (1+J_1/J_2)K_t/J_1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) \\ &+ \begin{bmatrix} K_v/J_1 \\ 0 \\ K_v/J_1 \end{bmatrix} V_s(t) \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

なる状態方程式を得る。ここで、 $V_s(t)$ は駆動モータへの供給電圧、 C_v 、 K_v は同様にモータの抵抗係数、トルク定数である。

次に、軸の実際の回転速度 $\dot{\theta}_1$ を指定した速度パターンの曲線に厳密に近づけるために本研究では、 $x(t)$ の状態フィードバックと補償入力から成る線形最適-tracking制御システムを用いる。この制御系は文献(3)に示されている。今の場合、出力ベクトルは $y(t)$

図4 一自由度ねじり振動モデル

図5 実験ブロック線図

$=x(t)$ で、希望関数ベクトル $z(t)$ は

$$z(t) = \text{col} [z_1(t), 0, 0] \dots\dots\dots (4)$$

である。ここで、 $z_1(t)$ は指定した速度パターンである。

2.4 実験方法

実験のブロック線図を図5に示す。回転軸はあらかじめ計算されている補償入力 $V(t)$ を逐次マイクロコンピュータからD-A変換器を介して制御系に与えることにより指定された速度パターンに従って駆動される。このとき回転速度、ねじり角、ねじり角速度の各状態はフィードバックされ希望関数 $z(t)$ との誤差を最小にするように駆動される。また、曲げ危険速度通過時の変位は渦電流式ギャップセンサで検出される。このようにしてシミュレーショ

(a) 計算

(b) 実験

図6 一定加速度による危険速度通過応答

ンと実験から、最大振幅を最小にし、かつ最大加速度の区間を最短にする最適な速度パターンを探索する。

3. 危険速度通過時の曲げ振動とねじり振動

本研究ではデータのサンプル数、駆動モータの特性を考慮して常用加速度は 200 rpm/s、最大加速度は 800 rpm/s とした。図 6 は最大加速度 800 rpm/s を始動時から用いて一定加速で危険速度を通過した場合の曲げ振動とねじり振動の計算値と実験値である。両者は良く対応しており大きなねじり角変位が発生している。なお、この場合重み行列 R_1 は $R_1 = \text{diag}(5, 0, 0)$ で速度制御に重点を置いているため、ねじり振動のフィードバックはなされていない。

(a) 計算

(b) 実験

図 7 加速度切換えによる危険速度通過応答

図 7 は危険速度近傍まで常用加速度を用い瞬間的に最大加速度に切換えて危険速度を通過し、再び常用加速度に戻した場合の応答を示す。図 6 と図 7 から最大振幅はほぼ一致していることがわかり、過渡ねじり振動を抑えれば図 6 より図 7 のほうがねじり角変位、駆動エネルギー効率の観点から有利ということになる。

4. 危険速度通過法の最適化への試み

最大加速度が大きければそれだけ曲げ最大振幅は小さくなるが、その効果は次第に薄らぎ逆にねじり角変位は加速度に比例して大きくなる。したがって、最大加速度を単純に大きくすればよいということではない。むしろ、最大加速度への切換えまたは常用加速度への再切換時のタイミングが最大振幅に大きく影響する。図 8 はこの影響を計算と実験から調べたものである。図 8 は上下の破線内で切換えることを意味し、斜線部左側曲線は切換時、右側曲線は再切換時の最適なタイミングを示している。たとえば図 8 (a) で定常回転時の最大振幅の 40 % に通過時の最大振幅を抑える場合は 1880 rpm で最大加速に切換えて 2050 rpm で常用加速に戻せばよい。また、1800 rpm 付近で最大加速に切換えて 2100 rpm 付近で常用加速に戻せば、始動から最大加速で通過した場合の最大振幅と等しくな

(a) 計算

(b) 実験

図 8 危険速度通過法の最適化

り、大きなねじり角変位を維持する時間は最短となり、モータのジュール熱の点で効率的に最適となる。

以上のような考察から無理、無駄のない安全な危険速度通過法として、危険速度の約 0.9 倍の速度で最大加速に切換え、1.05 倍付近で常用加速に戻すパターンが考えられる。ただ、切換え、再切換の厳密な意味での最適なタイミングは常用加速度、最大加速度の大きさや系の減衰に影響を受けられると思われるので、ねじり角変位をも考慮した曲げ変形とねじり変形のひずみエネルギーを統一的に評価する方法を開発する必要があると思われる。これについては現在検討中である。また、今回は二つの加速度を不連続的に組合せたが、これを図 9 のように連続関数とすることによって過渡ねじり振動の発生をかなり防止できると思われる、こうした観点からも最適化を検討できると考える。

5. ねじり危険速度通過時のアクティブ振動制御

図 7 で発生している加速度切換え時の過渡ねじり振動は、重み行列 R_1 を 3 章のパターンから $R_1 = \text{diag}(5, 0, 400)$ のように変えれば抑止できる。この例を図 10 に示す。これは回転数を零から 400 rpm まで 0.5 s で希望関数に沿って正確に起動するシミュレーションで、図 10(b) においては過渡ねじり固有振動の発生を抑止しながら、希望の回転速度に正しく追従しているのがわかる。

また、ねじり危険速度を通過する際は本制御系はきわめて有効な働きをすることがわかる。図 11 はこの場合の計算例である。図 11 から明らかなようにねじり共振現象は全く存在せず、駆動に必要な静的なねじり変形のみであることがわかる。この重み行列 R_1 のパターンは一自由度ねじり振動系に対して臨界減衰を産み出す系になることが根軌跡から判明している。このことは駆動モータが回転速度制御のアクチュエータのみならず、アクティブな振動制御のアクチュエータとしても有効に働いていることを意味する。速度特性が良いトラッキングをしているので本制御系は精密な速度・ねじり振動制御系に即応用可能と思われる。

(a) 本研究の場合 (b) より最適化した場合

図 9 速度パターン

(a) ねじり振動を無視したとき

(b) ねじり振動を考慮したとき

図 10 起動時における希望回転速度追従の最適トラッキング系

(a) ねじり振動を無視したときのねじり危険速度通過時の最適トラッキング系

(b) ねじり振動を考慮したときのねじり危険速度通過時の最適トラッキング系

図 11 希望の回転速度に追従する最適トラッキングシステム

6. 結 言

危険速度通過法に関して実験とシミュレーションの両面から最大振幅が最小かつ最大加速区間が最短となる最適化を試み、基礎的な検討を行った。得られた結果は以下のである。

(1) 危険速度付近はフルパワーの最大加速度を用い、他は小さな加速度を用いる二段階方式の危険速度通過法は、フルパワーの一定加速方式より曲げとねじり振動の点やエネルギー効率において優れている。

(2) こうした二段階方式の危険速度通過法においては最適な切換え、再切換えのタイミングがあり、それらはおよそ危険速度の 0.9, 1.05 倍である。

(3) 危険速度近傍において、できる限りの大きな加速度を得ることは曲げ最大振幅を小さくするが、ね

じり角変位を増加するため必ずしも得策とは言えない。

(4) 駆動モータと回転軸系がねじり振動系となっているとき、状態フィードバック系を構成することによりこの閉ループ系は過渡ねじり振動やねじり共振に対してきわめて有効に振動抑制する。

最後に、本研究は文部省科学研究費奨励研究 A の補助によって行われたことを付記し、関係各位に感謝する。

文 献

- (1) Qazi, A. S. and MacFarlane, A. G. J., *Int. J. Control*, 6-4 (1967), 301.
- (2) 山川・ほか 2 名, 機論, 52-484, C (昭 61), 3108.
- (3) 野波・ほか 2 名, 機論, 51-463, C (昭 60), 535.

討 論

〔質問〕 山 田 元〔北海道大学工学部〕

貴論文を興味深く拝見した。ご提案の危険速度通過法として、危険速度の約 0.9 倍の速度で最大加速に切換え、1.05 倍付近で常用加速に戻す方法を採用されておられるが、これらの値はどのようにして決められたのか。

〔回答〕 図 8 で説明する。図 8 は常用加速度から最大加速度への切換えおよび最大加速度から常用加速度への再切換えのタイミングが最大振幅にどう影響するかを示したもので、縦軸は定常回転時の最大振幅に対する加速時の最大振幅の割合を示し、横軸は切換え、再切換えのタイミングを示す。始動からフルパワーの最大加速度で危険速度を通過すると、図 8 (a), (b) の下側破線のように計算では最大振幅 31%, 実験では 57%となっている。一方、図 8 (a) のように常用加速度で危険速度付近まで速度上昇を行い、約 1 800 rpm

手前から最大加速度に切換えて危険速度を超え、2 100 rpm 手前で常用加速度へ再び戻すと最大振幅はやはり 31% ぐらいであることがわかる。図 8 (b) では約 1 650 rpm で切換えて約 2 080 rpm で再切換えを行うと最大振幅は 57% ぐらいになっている。

すなわち、図 8 の斜線内は最大加速度を維持する区間だが、最大振幅を最小にし、かつ最大加速度区間を最短にするという意味での最適な切換点、再切換点は斜線部と下側破線が接する領域となる。本実験においてはシミュレーションも含めてこの切換・再切換点が定常時の危険速度の約 0.9, 1.05 倍となった。これはまだケーススタディ的な側面を持っているので、本文にも述べたが系の減衰、常用および最大加速度をパラメータとして一般性のある結論を今後導きたいと考えている。