電磁力による金属円板の高速成形に関する研究*

(第2報, 渦巻形へん平コイルにより生じる電磁力の解析)

高 津 宣 夫^{*1}, 加 藤 正 名^{*1}
佐 藤 啓 仁^{*2}, 戸 部 俊 美^{*3}

High Speed Forming of Metal Sheets by Electromagnetic Force

(2nd Report, Analysis of the Electromagnetic Impulsive Force Generated by a Spiral Flat Coil)

Nobuo TAKATSU, Masana KATO,
Keijin SATO, and Toshimi TOBE

An analytical method to predict the electromagnetic force in an electromagnetic forming system is presented. A spiral flat coil is approximated by coaxial circular rings carrying the discharge current from a high voltage capacitor bank. The penetration of the magnetic field of the coil into a conductive circular disk is analyzed based on the boundary-value problem for the diffusion equation. The thickness of the disk is assumed to be large compared with the skin depth. Magnetic field, eddy currents and electromagnetic force density in the disk are calculated numerically. Coil current and the magnetic field distribution in the gap between the coil and the disk agree well with the experiment, showing the validity of the analysis.

Key Words: Forming, Electromagnetic Forming Electromagnetic Force, Eddy Current, Analytical Study

1. は じ め に

第1報ではへん平コイルを用いる電磁成形装置を試作し、コイルと成形試験片との電磁氣的結合状態および発生する電磁力の測定結果を報告した⁽¹⁾。本成形法における成形過程と成形量を解析的に求める手法を開発することは本成形法を実用化するにあたり重要である。このためには電磁力の解析法を明確にしこの力の負荷により成形される過程を動塑性的に解析することが必要である。電磁力の解析は、ソレノイドコイルを用いる円管加工については従来より多くの解析が行われており、軸対称かつ軸方向に一樣な磁界を仮定して加工物の成形過程をも含めて実用上ほぼ十分な結果が得られている⁽²⁾。しかし、本成形法の原理はコイル磁界の加工物内部への過渡的浸透現象であり、より厳密には板厚方向の磁界分布を考慮する必要がある。一方へん平コイルを用いる平板加工については磁界分布が一樣でなく、取扱いがより複雑になるのでまだ十分ではない。へん平コイルにより生じる電磁力を解析的

に扱ったものとして、応力波の発生を目的とした Moon の研究⁽³⁾、高速回路遮断器への応用を目的とした Rajotte の研究⁽⁴⁾があるが、前者は一次元近似による解、後者は正弦波電流源のもとでの定常解を得たにとどまっている。

本報では解析的方法により渦巻形へん平コイルの発生する電磁力を求めることを目的とする。対象とする電磁成形装置は成形コイルと円板状導体加工物とからなる成形部と、コイルに衝撃大電流を流すコンデンサ放電回路とで構成され、その概略を図1に示した。コ

図1 渦巻形へん平コイルを用いた電磁成形装置の概要

* 昭和62年8月21日 第65期全国大会講演会において講演、原稿受付 昭和61年10月7日。

^{*1} 正員、東北大学工学部 (〒980 仙台市荒巻青葉)。

^{*2} 正員、宇都宮大学工学部 (〒321 宇都宮市石井町2753)。

^{*3} 正員、東北工業大学 (〒982 仙台市八木山 香澄町35-1)。

イル電流によりコイル周辺に急変磁界が生じ、これが導体円板に浸透していく過程で電磁力を誘起するものとする。本成形法では電磁力を受けて円板に変形が生じると、コイルと円板間の相互インダクタンスが変化するため、電磁力は変形の生じない場合とは異なったものとなる。本報では電磁力を明確に規定するため、円板が電磁力を受けてもつねに初期の位置に変位も変形もせずに静止している場合を対象とした電磁力の発生過程の解析を扱い、対応する実験結果と比較検討する。

2. 解析における諸仮定と解析モデル

円板内の電磁力の分布とその時間的変化を求めるために、マクスウェルの方程式を基礎とする。一方コイル電流およびそれが生じる磁界も同時に求めるためコンデンサ、コイルを一次側とし、円板を二次側とする相互誘導系に対する集中定数等価回路を導入する。解析にあたり以下の仮定をおく。

(i) 渦巻形へん平コイルを同一平面内にある同軸円輪の集合体とみなす。

(ii) コイルの作る磁界の計算では、導体の太さを無視する。

(iii) 円板は電磁氣的に線形かつ等方均質で磁化しない導体とする。

(iv) 円板の厚さは円板の材質、電流周波数で定まる表皮深さに比べ十分大きく、かつ円板の直径はコイル外径より十分大きいので、コイルの作る磁界は円板により完全に遮蔽されるものとする。

以上の仮定をもとに成形形に対する解析のモデルを図2に示すように定める。 N_t 個の同軸円輪導体群が同一平面上に固定されており、各円輪の半径を渦巻の一巻の平均半径に等しく定め内側より i 番めの内輪の半径を a_i とする。円輪群の導体を作る平面から、距離 d_0 だけ隔ててこの面に平行に半径 r_t 、厚さ h_0 の導体円板が固定されている。円輪群の中心 O_1 を原点とする円筒座標系を定める。

3. 電磁力の発生に関する基礎方程式および境界条件

3.1 基礎方程式 導体円板内部において準定常マクスウェル方程式(1)~(4)が成立するものとする。また他の基礎的關係式をも示す。

$$\nabla \cdot \mathbf{J}_f = 0 \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_f \quad (2)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (4)$$

媒質の電磁氣的性質に関する構成方程式

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (5)$$

$$\mathbf{J}_f = \sigma_w (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (6)$$

電磁力

$$\mathbf{F} = \mathbf{J}_f \times \mathbf{B} \quad (7)$$

ここに $\mathbf{J}_f$: 電流密度 [A/m²], $\mathbf{H}$: 磁界強度 [A/m], $\mathbf{E}$: 電界強度 [V/m], $\mathbf{B}$: 磁束密度 [T], $\mathbf{F}$: 力密度 [N/m³], $\mathbf{v}$: 媒質の速度 [m/s], μ : 透磁率 [H/m], σ_w : 導電率 [1/Ω·m]。ただし2章の仮定(iii)により、透磁率 μ は μ_0 である。これらを解いて円板内部の $\mathbf{B}$, $\mathbf{J}_f$ および $\mathbf{F}$ を求めたい。式(4)~(6)を用いて式(2)~(3)から $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$ を消去すると⁽⁵⁾

$$-\frac{1}{\mu_0 \sigma_w} \nabla^2 \mathbf{B} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (8)$$

ただし仮定により本解析では $\mathbf{v} = 0$ とする。2章で導入した円筒座標系においてコイル磁界は

$$B_\theta = 0, \frac{\partial B_r}{\partial \theta} = 0, \frac{\partial B_z}{\partial \theta} = 0 \quad (9)$$

であるので、円板内部の磁界も r 成分および z 成分を持ち、 θ 成分は存在しないものと考えられる。したがって式(2)および(7)より電流密度は θ 成分のみを持ち、力密度は r 方向および z 方向成分を持つことになる。以上のことから式(8)は次のように表される。

$$-\frac{1}{\mu_0 \sigma_w} \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{r^2} \right) B_r + \frac{\partial B_r}{\partial t} = 0 \quad (10)$$

$$-\frac{1}{\mu_0 \sigma_w} \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) B_z + \frac{\partial B_z}{\partial t} = 0 \quad (11)$$

3.2 境界条件 基礎方程式から導かれる境界条件は i) 磁束密度の法線成分の連続および、ii) 磁界強度の接線成分の連続であり、さらに2章の仮定(iii)を課することによって磁束密度は境界で連続という条件が得られる。これを次のように与える。図3に示したように考察の対象とする領域を(I): コイルと円板との

図2 解析モデル

空けき, (II): 円板の内部領域, (III): 円板上面上方の空間の三つの部分に分ける。

(i) 領域 I, II の境界, すなわちコイル導体と対向している円板下面の境界で磁束密度が連続: ここでは $\mathbf{B}$ はコイルにより生じる磁束密度 $\mathbf{B}_0$ と円板内の誘導電流による磁束密度 $\mathbf{B}_1$ との和と考えられる。すなわち

$$z=d_g \text{ で } \mathbf{B}=\mathbf{B}_0+\mathbf{B}_1 \quad \cdots \cdots (12)$$

$\mathbf{B}_0$ は 4・3 節で述べる方法により定める。また $\mathbf{B}_1$ は 4・4 節で述べるように円板内部の電流分布が得られたのちに定められる。

(ii) 領域 II, III の境界, すなわち円板上面の境界および側面で磁束密度が連続: ここでは 2 章の仮定(iv)より磁束密度が零であり

$$z=d_g+h_0 \text{ で } \mathbf{B}=0 \quad \cdots \cdots (13)$$

である。

3・3 円板内部の電流密度および電磁力の力密度
円板内部に誘起される電流密度は式(2)より

$$J_{\theta}=\frac{1}{\mu_0}\left(\frac{\partial B_r}{\partial z}-\frac{\partial B_z}{\partial r}\right) \quad \cdots \cdots (14)$$

また力密度は式(7)から次のように求められる。

$$F_r=J_{\theta} \cdot B_z \quad \cdots \cdots (15)$$

$$F_z=-J_{\theta} \cdot B_r \quad \cdots \cdots (16)$$

このうち F_z が円板の張出しに主として寄与すると考えられる。電磁圧力 p_z を次式で定義する。

$$p_z=\int_0^{h_0} F_z \cdot d\varepsilon \quad \cdots \cdots (17)$$

ただし ε は図 3 に示すように円板下面からの板厚方向深さである。

4. コイルにより生じる磁界

4・1 回路方程式 円板下面でのコイル磁界 $\mathbf{B}_0$ を定めるためにコイル電流がまず求められなければならない。回路方程式を次式で与える。

$$(L_1+L_c)\frac{di_1}{dt}+\frac{d}{dt}(Mi_2)+(R_1+R_c)i_1+\frac{1}{C_0}\int i_1 dt=0 \quad \cdots \cdots (18)$$

$$\frac{d}{dt}(L_2i_2)+\frac{d}{dt}(Mi_1)+R_2i_2=0 \quad \cdots \cdots (19)$$

ここに i_1, i_2 : コイルおよび円板内誘導電流の総量, L_1, L_2 : コイルおよび円板の自己インダクタンス, M : 相互インダクタンス, R_1, R_2 : コイルおよび円板の抵抗, L_c, R_c : 回路インダクタンスおよび抵抗, C_0 : コンデンサ容量である。ただし i_2 を次式で定義する。

$$i_2=\int_0^{h_0}\int_0^{r_i} J_{\theta} \rho d\rho d\varepsilon \quad \cdots \cdots (20)$$

式(18), (19)の初期条件を次のように与える。

$$t=0 \text{ で}$$

$$i_1=0, (L_1+L_c)\frac{di_1}{dt}=V_0$$

$$i_2=0$$

..... (21)

ただし V_0 はコンデンサの初期充電電圧。ところで M および L_2 をあらかじめ定めることは困難である。そこで本解析では円板内部の電磁現象については分布定数系として扱うので、円板に対応する式(19)を考えないこととし、式(18)を直接積分することによりコイル電流 i_1 のみを求めることとする。同式中の Mi_2 の項は後述するように磁気エネルギーに基づいて求める。

4・2 回路定数の決定 本解析で用いる回路定数を次のように定める。

(i) コイルの自己インダクタンス L_1 : 2 章で仮定した同軸円輪群の自己インダクタンス L_1 は, i 番めの円輪の自己インダクタンスを L_{ii} , i 番めの円輪と j 番めのそれとの間の相互インダクタンスを L_{ij} として

$$L_1=\sum_{i=1}^{N_t} L_{ii}+\sum_{i,j=1}^{N_t} L_{ij} \quad (i \neq j) \quad \cdots \cdots (22)$$

により与える。 L_{ij} は半径がそれぞれ r_1, r_2 で間隔が z の平行同軸 2 円輪の相互インダクタンスに対する次式を用いる⁽⁶⁾。

$$L_{12}=\mu_0 k \sqrt{r_1 r_2} \int_0^{\pi/2} \frac{2 \sin^2 \phi - 1}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \phi}} d\phi \quad \cdots \cdots (23)$$

ただし

$$k^2=\frac{4 r_1 r_2}{(r_1+r_2)^2+z^2}$$

であり, ϕ は積分変数である。上式において $r_1=a_i, r_2=a_j, z=0$ として L_{ij} が求められる。次に L_{ii} は半径 a_i , 導体直径 d_c の円輪に対する次式を適用する⁽⁷⁾。

$$L_{ii}=\mu_0 a_i \left(\ln \frac{16 a_i}{d_c} - \frac{7}{4} \right) \quad \cdots \cdots (24)$$

図 3 対象とする領域および円板内部の誘導電流による磁界

実験に使用したコイルの L_1 の計算値を表1に示した。

(ii) 放電回路, コンデンサのインダクタンス L_c : 実測値を用いる。

(iii) 放電回路, コイルの抵抗 R_c, R_1 : それぞれ周波数に依存するので両者の和をあらためて R_c とおき, 放電電流波形より測定した抵抗値に等しくとる。

(iv) コンデンサの静電容量 C_0 : 実測値を使用する。

(v) コイルと導体円板との間の相互インダクタンス M : 円板内の電流分布 J_{θ} とコイル電流 i_1 との相互誘導による磁気エネルギー W を考え, 以下のようにして求める。図3に示したように電流 i_1 の流れている半径 a_i の円輪と円板内の半径 ρ , 断面積 $d\rho d\epsilon$ の微小円輪との間の相互インダクタンス M_{ip} は式(23)を用いて与えられるので, この二つの円輪による磁気エネルギー密度 dW_{ip} は

$$\begin{aligned} dW_{ip} &= M_{ip} i_1 J_{\theta}(\rho, \epsilon) d\rho d\epsilon \\ &= \mu_0 i_1 \int_0^{\pi/2} \frac{J_{\theta} k_i \sqrt{a_i \rho} (2 \sin^2 \phi - 1)}{\sqrt{1 - k_i^2 \sin^2 \phi}} d\phi d\rho d\epsilon \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (25)$$

よって, N_t 個の円輪と円板とによる相互磁気エネルギー W が次式で与えられる。

$$\begin{aligned} W &= \mu_0 i_1 \int_0^{\pi/2} \int_0^{r_t} \int_0^{h_0} J_{\theta} \sum_{i=1}^{N_t} \frac{k_i \sqrt{a_i}}{\sqrt{1 - k_i^2 \sin^2 \phi}} \\ &\quad \times \sqrt{\rho} (2 \sin^2 \phi - 1) d\phi d\rho d\epsilon \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (26)$$

一方 W は次のように表される。

$$W = M_{i1} i_2 \quad \dots\dots\dots (27)$$

式(26), (27)を用いて M_{i2} が定められるので, これを用いて式(18)を数値的に解くことができる。また相互インダクタンス M も求めることができる。

4・3 コイル電流により生じる磁界 電流 i_1 が流れている半径 a_i の1個の円輪に対してベクトルポテンシャル法を適用し, 円板下面での B_0 の r 方向および z 方向成分がそれぞれ次のように表される。

$$B_{r0,i}(r, z) = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi} \int_0^\pi \frac{a_i z \cos \theta d\theta}{d^3} \quad \dots\dots\dots (28)$$

$$\begin{aligned} B_{z0,i}(r, z) &= \frac{\mu_0 i_1}{2\pi} \left\{ \frac{1}{r} \int_0^\pi \frac{a_i \cos \theta d\theta}{d} \right. \\ &\quad \left. - \int_0^\pi \frac{a_i (r - a_i \cos \theta) \cos \theta d\theta}{d^3} \right\} (r \neq 0) \dots\dots (29) \end{aligned}$$

ただし, $d = \sqrt{a_i^2 + r^2 + z^2 - 2a_i r \cos \theta}$ である。仮定された N_t 個の円輪群によって生じる磁束密度は

$$\begin{aligned} B_{r0}(r, z) &= \sum_{i=1}^{N_t} B_{r0,i}, \quad B_{z0}(r, z) = \sum_{i=1}^{N_t} B_{z0,i} \\ &\quad \dots\dots\dots (30) \end{aligned}$$

である。

4・4 誘導電流による外部磁界 図3に示した円板断面内の微小円輪電流のベクトルポテンシャルより点 $P(r, z)$ での磁束密度は

$$\begin{aligned} B_{r1}(r, z) &= -\frac{\mu_0}{2\pi} \iiint \frac{\rho z' J_{\theta} \cos \theta d\theta d\rho d\epsilon}{\sqrt{\rho^2 + r^2 + z'^2 - 2\rho r \cos \theta}} \\ &\quad \dots\dots\dots (31) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_{z1}(r, z) &= \frac{\mu_0}{2\pi} \left\{ \iiint \frac{\rho J_{\theta} \cos \theta d\theta d\rho d\epsilon}{r \sqrt{\rho^2 + r^2 + z'^2 - 2\rho r \cos \theta}} \right. \\ &\quad \left. - \iiint \frac{(r - \rho \cos \theta) \rho J_{\theta} \cos \theta d\theta d\rho d\epsilon}{(\rho^2 + r^2 + z'^2 - 2\rho r \cos \theta)^{3/2}} \right\} \\ &\quad \dots\dots\dots (32) \end{aligned}$$

で与えられる。ここに $z' = d_g + \epsilon - z$ は微小円輪と点 P との垂直距離である。上式で $z = d_g$ として, 誘導電

表1 計算条件

Coil	No. of windings N_t	5
	Radius of min. ring a_1	10 mm
	Pitch p_c	5.5 mm
	Self inductance L_1	0.86 μ H
Specimen	Material	Aluminum
	Diameter $2r_t$	ϕ 110 mm
	Conductivity σ_w	36 MS/m
	Permiability μ_0	$4\pi \times 10^{-7}$ H/m
Circuit conditions	Gap distance d_g	2.9 mm
	Capacity of condenser bank C_0	40 μ F
	Charge voltage V_0	2.0 kV
	Circuit inductance L_c	2.7 μ H
	Circuit resistance R_c	37 m Ω
	Ringing frequency f	13.9 kHz
	Skin depth δ_s	0.711 mm

図4 電磁力の計算のフローチャート

図5 コイル電流(a), 磁束密度および電磁圧力(b)の時間的変化

図6 磁束密度の半径方向分布

流による円板下面側境界での磁束密度 B_l が求められる。

5. 数値計算および実験との比較

5.1 計算の具体的方法 前章までに導いた基礎方程式を数値的に解く際の手順をフローチャートの形で図4に示す。主要な計算である円板内部の磁界の計算では、円板の断面を半径方向および板厚方向にそれ

ぞれ55等分, 20等分して式(10), (11)を差分表示し, クランク・ニコルソンの陰解法を適用した。式(13)に示した条件が成立するように, 板厚方向の磁束密度計算範囲を $3\delta_s$ とした。ここに δ_s は表皮深さである。コイル磁界は式(28), (29)の積分をガウス法により行うことで求めたが, 単一円輪に対する考察に基づき分点数を20とした。

表1に示すように総巻数 N_t が5回のコイルを用いた実験の条件に対応した数値計算を行った。この実験では円板の板厚は 3.0 mm で, 変形が生じないようにベークライト板で固定されている。

5.2 コイル電流, 空けき磁界 図5(a), (b)にコイル電流 i_l , 空けき磁束密度および電磁圧力の時間的変化を示す。同図(a)には円板のない場合の電流も合わせて示した。円板の存在により i_l の周波数および振幅が増加しており, コイルと円板との間の相互インダクタンスがコイルの自己インダクタンスを見かけ上減少させていることが明らかである。得られた電流波形の振幅および周期は2%以内の差で測定結果(振幅 6.55 kA , 半周期 $33 \mu s$)と一致した。

放電開始後コイル電流が最大となる時刻における, 円板境界面に相当する z 方向位置での磁束密度分布を, 円板のない場合およびアルミニウム円板を固定した場合につきそれぞれ図6(a), (b)に実線で示した。円板の存在により半径方向磁束密度 B_r が増大し, 逆に板厚方向磁束密度 B_z は大幅に減少する傾向がみられ, これは同図中に Δ および $\square$ で示したサーチコイルによる測定結果と一致する。なお $r = 0 \text{ mm}$ 付近で測定値との差が大きいのは, 実際のコイルでは外部への引出し線がコイル中央にあるためである。

図7は円板内部の力密度 F_z の板厚方向分布の時間的変化を示したものである。力密度は磁束密度と電流

図7 円板内部の力密度分布
〔図中の数字は放電開始後の時刻(μs)を示す〕

密度との積で与えられるため、板厚方向の減衰の傾向は磁束密度に比べて著しく顕著となり、電磁力の作用は、円板下面表層部のみに限られる。円板内部の場の量を実験的に確認することは困難であるが、コイル電流および空げき磁界に対する計算結果の比較より、ここで述べた解析法により電磁力の解析が可能になったものと考ええる。

6. 結 論

渦巻形へん平コイルを用いる電磁成形法で、円板状

加工物に作用する電磁力の時間的変化と分布を解析的に求めることを目的として、コンデンサ放電によりコイルに流れる電流の作る磁界が円板に浸透していくものとの観点から数値解析を行った。電磁力を明確に規定するために、円板の変形を拘束した場合を対象とした。また板厚が表皮深さに比べて十分大きいとした。得られた計算結果はコイル電流および磁束密度分布について、対応する条件での実験とほぼ一致し、本解析の妥当性が示された。

最後にあたり有益な助言をいただいた本学電気工学科 村上孝一、安達三郎両教授、同精密工学科伊藤耿一助教授に謝意を表する。

文 献

- (1) 高津・ほか2名, 第1報 渦巻形へん平コイルにより生じる電磁力の測定, 東海支部三重地方 No. 86-1344 B.
- (2) 根岸・ほか3名, 拡張自由成形における成形プロセスの解析, 塑性と加工, 21-234 (昭55), 642.
- (3) Moon, F. C. and Chattopadhyay, S., Magnetically Induced Stress Waves in a Conducting Solid: Theory and Experiment, *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, 41-3 (1974), 641.
- (4) Rajotte, R. J. and Michel Drouet, G., Experimental Analysis of a Fast Acting Circuit Breaker Mechanism: Electrical Aspects, *IEEE Trans.*, PAS-94-89, (1975), 89.
- (5) ウッドソン, R. H. and メルヒヤー, J. R. (大越孝敬, 二宮敬虔訳), 電気力学II, 産業図書, (昭45), 7.
- (6) 高橋, 電磁気学, (昭42), 245, 裳華房.
- (7) 文献(6)の250ページ.

討 論

〔質問〕 鈴木 秀 雄〔電気通信大学〕

解析が難解であると思われる渦巻形へん平コイルにより生じる電磁力を算出されたことに敬意を表す。以下の2点についてご教示いただければ幸いです。

(1) コイルと円板とのGap d_0 が非常に狭いところで、サーチコイルによって磁束密度を正確に測定するのは難しいと思われるが、どのような工夫をしたか。また、測定精度はいくらであるか。(図6に関連して)

(2) 式(20)においては、図3の表示からみて、 dr よりは dp のほうが適切ではないか。

〔回答〕 (1) 図6の測定に用いたサーチコイルは、 B_r 用が有効寸法4.25mm×1.25mmの長方形断面をもつ8回巻のものであり、 B_z 用は有効直径2.6mm

の円形断面をもつ6回巻のものである。素線径はいずれも0.25mmであり、FRP製巻枠に巻かれている。コイルの有効断面積が小さいのでS/N比を上げるためコイルからのリード線は100mmにわたり密により合わせ、1対の同軸ケーブルを経て差動入力積分器に接続した。この構成で、コイル以降のリード線部分ピックアップする雑音は無視できた。

以上述べた磁束密度測定系の総合感度は、直径75.4mmのヘルムホルツコイルを用いて校正した。したがって、測定精度は±3%程度と推定している。

(2) ご指摘のとおり、著者の不注意による誤記であり、式(20)における dr を dp と訂正させていただきたい。