粗さのある二面にはさまれた潤滑油のスクイーズ現象について*

(第1報, 円形接触面の場合)

丸井悦男^{*1}, 加藤 仁^{*2}, 松林恒雄^{*3}
小林明彦^{*4}, 千田進幸^{*5}, 小沢正恒^{*6}On the Squeeze Effect of a Lubricant between Two Rough Surfaces
(1st Report, Circular Contact Surfaces)Etsuo MARUI, Shinobu KATO, Tsuneo MATSUBAYASHI,
Akiyoshi KOBAYASHI, Shinko SENDA, and Masatsune OZAWA

The clarification of the squeezing mechanism of a lubricant which flows between rough surfaces is quite important for the improvement of the dynamic characteristics of sliding elements, and for the elimination of stick-slip vibration. In the present study, the surface roughness effect on the squeezing mechanism is examined experimentally using rough surfaces of circular contact area. The distance between two surfaces, that is, the lubricant film thickness treated in this study, is widely distributed. When the distance becomes small and the surface roughness effect cannot be neglected, micro-squeezing of the lubricant may occur. It is seen in the experiment that the effect of surface roughness on lubricant squeezing is remarkable. The squeezing of the lubricant is simulated by assuming a surface asperity model and by extending the theory of Reynolds. The simulated result is quantitatively agreeable with the experimental results. The load-carrying capacity of the circular contact surface is obtained as the function of surface topography and the initial film thickness.

Key Words: Lubrication, Lubricant, Squeeze Flow, Surface Roughness, Circular Contact Area, Asperity Model, Squeeze Coefficient, Load-Carrying Capacity

1. ま え が き

機械加工の仕上過程においては, 工具あるいは工作物を低い速度で工作機械案内面を基準としてしゅう動させることが多く, スティックスリップ振動などの不安定なしゅう動挙動がしばしば観察される⁽¹⁾. このスティックスリップ振動の発生は, スティック時間の経過に伴って静摩擦係数が増大するいわゆる静摩擦特性の時間効果と密接に関連している⁽²⁾⁽³⁾. この静摩擦特性の時間効果は, しゅう動面の接近に伴う潤滑油のスクイーズ現象による荷重支持状態の変化により生ずるものである. したがって, スクイーズ現象による表面の荷重支持状態の変化を表面性状との関連で解明することは, スティックスリップ振動を防止し, しゅう動体の振動特性を改善するという実用上からも極めて重要な研究課題である.

平滑面のスクイーズ現象に関しては, Reynolds

ら⁽⁴⁾の研究をはじめとして数多くの研究例⁽⁵⁾が認められるが, 表面粗さがスクイーズ現象に及ぼす効果については, Moore の定性的な指摘⁽⁶⁾しか見当たらないのが現状である.

そこで本研究では, スクイーズ現象に対する表面粗さの効果について詳細な検討を加えた. 本文では, まず円形接触面を対象として表面粗さに比べて二面間の油膜厚さが十分に大きいいわゆるマクロなスクイーズ現象の発生する領域から, 油膜の厚さが小さくなり表面粗さの効果を無視しえないミクロなスクイーズ現象の発生する領域までをも含めた広範囲の油膜厚さ⁽⁷⁾について, 油膜厚さの経時変化を測定することにより, 潤滑油のスクイーズ現象に対する表面粗さの効果を調べた. 次いでこの結果に基づいて, スクイーズ現象に対する表面粗さの効果を評価するための計算式を誘導するとともに, 接触面の荷重支持能力に関連するスクイーズ係数⁽⁷⁾についても検討することができたので以下に報告する.

2. 円形接触面に関する実験

2・1 実験装置および方法 接触二面間の経時変化を測定するために用いた実験装置の概要を図1に示す. 図において, ⑧, ⑨が接触2平面である. 上面⑧お

* 昭62年10月3日 東北支部仙台地方講演会において講演, 原稿受付 昭62年12月4日.

^{*1} 正員, 岐阜大学工学部 (〒501-11 岐阜市柳戸).

^{*2} 正員, 名古屋大学工学部 (〒464 名古屋市千種区不老町).

^{*3} 正員, 山梨大学工学部 (〒400 甲府市武田).

^{*4} 正員, 名城大学理工学部 (〒468 名古屋市天白区塩釜口).

^{*5} 名古屋大学工学部.

^{*6} 日本電装(株) (〒448 刈谷市昭和町).

よび下面⑨を十分に洗浄し、表面に付着している油脂、ごみ等を完全に除去した後、上面⑧を、案内ローラ①、切断ワイヤ②、フック③、吊上げワイヤ④を介して吊り上げ、同一円周上3方向に配置された位置決め用のストッパ⑦により、二面を平行にし、二面間の間げき、したがって初期油膜厚さを設定した。気泡の混入がないよう細心の注意を払って二面間に潤滑油を充てんした後、切断ワイヤ②を切断し、上面⑧を自由落下させ、油膜厚さの経時変化を測定した。油膜厚さの測定は、等間隔に3方向に配置された電気マイクロメータ⑤によって行った。なお、図中の⑥は水平方向の位置決めローラで、やはり3方向に配置され、上面⑧の自由落下中における水平面内での移動あるいは回転を防止し、二面の間げきを常に平行に保つものである。

表1に実験に用いた円形接触面の大きさを、表2にS1-S5の5種類の接触面の最大粗さ $H_{\max}$ 、微小突起の平面分布密度 I_0 などの表面性状を示す。接触面の形状は円形とし、平滑面に相当する表面S1はラップ仕上げを施した面である。また接触面S2-S5は、粒度の異なると粒による砂吹き仕上面である。また表2中には、設定した3種類の初期油膜厚さ H_0 の大きさも表示してある。

使用した潤滑油 (パラフィン系) の粘度を表3に示す。これらの粘度はいずれも 20°C において毛管粘度計により測定した動粘度と密度の値から求めたもので

ある。

2.2 実験結果 前節で述べた方法により求めた潤滑油の油膜厚さ (H) と経過時間 (T) の関係を以下に列挙する。なお、本文で示す実験結果はいずれも円形接触面 (上面の質量 $W1=1.02\text{ kg}$) に対するものである。接触面の大きさは主として表1のC1 (直径80 mm) としたが、図4では一部に直径40 mmのC2面も使用した。

まず図2は、接触面を平滑面に近いS1面とし、潤滑油にはパラフィン系のA油を用いた場合である。○印等が実験結果を、実線が後述の手法による計算結果を示す (両者の比較については後述する)。粘度の大きい場合ほど、接触上面の降下に要する時間が長く、油膜厚さの減少速度が小さいことがわかる。

表1 接触面形状

Slider		Diameter mm	Mass kg
Circle	C1	80	1.02
	C2	40	0.255

表2 表面性状と初期油膜厚さ

Surface	S1	S2	S3	S4	S5
Maximum roughness					
$H_{\max}\ \mu\text{m}$	0.5	2.4	6.0	10.3	14.3
Protuberance density					
$I_0\ \text{l/mm}$		63	53	41	30
Initial oil film thickness	H_{01}	H_{02}	H_{03}		
$H_0\ \mu\text{m}$	120	100	80		

表3 潤滑油

Lubricant	Viscosity Pa.s	Remarks
A1	0.0672	paraffinic mineral oil
A2	0.157	
A3	0.614	
A4	1.230

1: guide roller, 2: cut-off wire, 3: hook,
4: lifting wire, 5: electric micrometer,
6: positioning roller for horizontal
direction, 7: positioning roller for
vertical direction, 8: slider, 9: base,
10: surface plate

図1 実験装置

図2 油膜厚さの経時変化 (近似平滑面, 潤滑油:A)

次に接触面の表面粗さが大きく、その影響を無視しえない場合の結果を示す。まず図3は、潤滑油にA2油を使用して、接触面の表面性状をS1-S5に変化させたときの結果である。表面粗さが大きくなるにつれて接触上面の降下に要する時間が短くなっている。しかしながら、接触面の降下開始直後では H - T 曲線に対する表面性状の影響はあまり明確ではないが、時間の経過とともにその影響が顕著になっている。これは、降下開始の直後では油膜厚さが大きいため、潤滑油の流出のしやすさに対し表面粗さがほとんど影響力をもたない。ところが時間を経過し油膜厚さが小さくなると、潤滑油は主として表面粗さの谷の部分を通して流出することになり、表面粗さが大きい接触面ほど谷の部分の面積(すきま)が大きく、潤滑油が流出しやすいことによると考えられる。

図4は、表面粗さの大きいS5面について、接触面の大きさを変えて H - T 曲線を求めたものである。接触面の直径の大きい場合ほど、降下に要する時間は長くなっている。

3. 円形接触面の計算

前章で、円形接触面での潤滑油のスクイズ現象による油膜厚さの経時変化に対する各種のパラメータの影響を実験的に明らかにすることができた。本章では、

図3 油膜厚さの経時変化(表面性状変化)

図4 油膜厚さの経時変化(粗さのある面, 面積変化)

この油膜厚さの経時変化を計算するための理論式を誘導するとともに、理論的な側面から円形接触面でのスクイズ現象について検討を加えることにする。

3.1 円形平滑面 水平方向に相対運動をしない平滑平行円形接触面間の圧力分布は Reynolds の運動方程式から、次のようになる。

$$\frac{dp}{dr} = \frac{6\mu r}{H^3} \frac{dH}{dT} \quad (1)$$

ここで、 p : 任意の半径位置(r)において潤滑油に発生する圧力、 H : 潤滑油膜の厚さ、 T : 経過時間、 r : 円形接触面の中心から測った半径位置、 μ : 潤滑油の粘度である。

式(1)を境界条件: $r=R$ (R は接触面の半径) で $p=0$ (大気圧) のもとで r に関して積分すれば、圧力分布 p を中心からの半径 r の関数として求めることができる。この圧力 p を接触面全体にわたって積分すれば、スクイズ現象による円形接触面の荷重支持能力 W_{cf} を次のように求めることができる⁽⁹⁾。

$$W_{cf} = -\frac{3\pi\mu R^4}{2H^3} \frac{dH}{dT} \quad (2)$$

さらに式(2)を時間 T で積分し、初期条件 $T=0$ で $H=H_0$ を代入すると、 H - T 関係を得ることができる。

$$H = \frac{1}{\sqrt{\frac{4W_{cf}T}{3\pi\mu R^4} + \frac{1}{H_0^2}}} \quad (3)$$

ここで W_{cf} は潤滑油がスクイズ現象によって支持しうる荷重で、接触上面の質量を W 、重力の加速度を g とすると、 $W_{cf}=Wg$ である。

3.2 粗さを有する円形接触面 前節の円形平滑面の式を粗さを有する面へ拡張するにあたり、簡単化のため次のような仮定を設ける。

(1) スクイズ中の潤滑油はすべて半径方向に流れる。

(2) 直径 d 、高さ H_{max} の円すい体状の微小突起が基盤目状に規則正しく並んでいる。

(3) 実際の表面を構成する微小突起の頂角 ϕ は、 120° - 150° 程度であると考えられるが、潤滑油の流れに対して第一義的には頂角 ϕ は影響を与えないものとする。

以上の仮定のもとで、3.1 節の考え方を粗さを有する接触面の場合に拡張する。このために、まず(2)で仮定した円すい体を、体積一定で、もとの円すい体の底面の円周に内接する正方形底面を有する直方体に変換した。この変換の様子を図5に示す。変換後の直方体の高さは頂角 ϕ の大きさによらないで一意的に $0.52 H_{max}$ と定まり、底面の長さは $\sqrt{2} d/2$ である。図

5で、白い部分は粗さを構成する直方体の凸部、ハッチングを施した部分は粗さの凹部である。この凹凸の1ピッチの長さを S とした。

一方、表面粗さを考慮した上で仮定(1)に従って計算をすすめるために、円形接触面を図6に示すように微小な中心角 θ の扇形に分割する。さらにこの扇形を同心円により分割し、図6のような微小な突起の集合により面全体を表示する。ハッチングを施した部分が粗さの凹部に、白い部分が凸部に対応する。図で、最外周が凹部である扇形部分を C_c 、凸部である扇形部分を C_v で表してある。このような二面を上下向かい合せて配置したときの凸部と凸部との間の距離を H_1 、凹部と凹部の間の距離を H_2 とする。粗さを有する接

図5 微小突起のモデル化

図6 円形接触面における表面粗さのモデル

触面間の油膜厚さを図7のように突起先端の間隔 H で代表させると、

$$\left. \begin{aligned} H_1 &= H + 0.96H_{\max} \\ H_2 &= H + 2H_{\max} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

となる。

ここで、粗さを有する接触面のスクイズ現象による H - T 関係を計算するための計算式を作成するには、図5の直方体モデルと図6の扇形モデルを対応させる必要がある。図6からも明らかなように、扇形上に並んだ微小突起の大きさは、中心から遠ざかるにつれて大きくなる。潤滑油のスクイズ現象には、接触面の最外周部の表面性状が最も大きな影響を与えると考えられるので、最外周部における1個の微小突起の大きさが図5のモデルにおける直方体の大きさに等しくなるように、図6の扇形モデルの要素の大きさ (θ , S) を定めた。

式(1)を、境界条件 $r=R$ で $p=0$ のもとで積分すると、中心から r の位置に生ずる圧力は次のようになる。

$$p = \frac{3\mu}{H^3} \frac{dH}{dT} (r^2 - R^2) \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 H は中心から r の位置での油膜厚さである。

図7 微小突起の位置関係

図8 半径断面

いま、最外周が凸部である扇形部分 C_0 について考える。図8は、図6の C_0 部を水平方向からみた模式図である。図に示すように、最外周にある凸部の区間 ($R_1 \leq r \leq R$, $R - R_1 = S/2$) では、油膜厚さは $H = H_1$ である。したがって、この凸部における潤滑油の荷重支持能力 dW_1 は、式(5)から

$$dW_1 = \frac{3\mu}{H_1^3} \frac{dH}{dT} (r^2 - R_1^2) r \theta dr \quad \dots\dots\dots (6)$$

となる。次の $R_1 \sim R_2$ の区間では、 $H = H_2$ である。凸部から凹部への境界 $r = R_1$ で圧力が連続になっているものとする。式(5)を考慮して区間 $R_1 \sim R_2$ での圧力 p_2 を求めることができる。

$$p_2 = p_1 + \frac{3\mu}{H_2^3} \frac{dH}{dT} (r^2 - R_1^2) \quad \dots\dots\dots (7)$$

式(7)から、この凹部での荷重支持能力 dW_2 も求められる。

以上のようにして、外周から順に dW_i を求め、それらの和をとれば、いま考えている扇形部分の潤滑油の荷重支持能力を算出することができる。最外周が凹である扇形部分 C_0 部についても同様の手法で計算することができる。これらを円形接触面全体にわたって積分すれば、潤滑油の荷重支持能力を次のように求められる。

$$W_{cr} = -\frac{3\pi\mu}{4} \left(\frac{\Sigma_1}{H_1^3} + \frac{\Sigma_2}{H_2^3} \right) \frac{dH}{dT} \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 Σ_1, Σ_2 は、半径方向に並んでいる微小突起の個数 N に依存する量で、長さの四乗の次元をもつ。前述の表2において、長さ1 mmの間に存在する突起の個数 I_0 は、最も少ない表面で30個ほどである。したがって、半径40 mmの接触面の場合の半径方向の突起個数は $N = 1200$ となる。すべての接触条件に対して、個々の突起部における圧力分布、荷重支持能力の大きさから係数 Σ_1, Σ_2 を求めることは、極めてめんどむなしいことである。そこで、半径40 mmの場合について、半径方向に存在する突起数 N を広範囲に変えて、

図9 係数 Σ_1, Σ_2 の値

厳密計算により係数 Σ_1, Σ_2 を求めた。その結果を図9に示す。 N が小さい場合には Σ_1 と Σ_2 の値は異なるが、 N が大きくなるに従って両者は次第に接近し、 $N \geq 500$ では完全に一致するとともにその値が一定値に収束する。この Σ_1, Σ_2 の収束値は $R = 40$ mm の四乗に等しくなっている。半径方向の突起数 N は最も少ないものでも1200であるので、本実験に用いたような実際の接触面では $\Sigma_1 = \Sigma_2 = R^4$ とみなしてよいことになる。このようにすると、式(8)は次のようになり、本文のようなモデル化をしても多数の突起で構成されている表面の荷重支持能力は、平均すきまの概念で表示しうることが確認された⁽¹⁰⁾。

$$W_{cr} = -\frac{3\pi\mu R^4}{4} \left(\frac{1}{H_1^3} + \frac{1}{H_2^3} \right) \frac{dH}{dT} \quad \dots\dots\dots (9)$$

式(9)をさらに時間 T で積分し、初期条件 $T = 0$ で $H_1 = H_{10}, H_2 = H_{20}$ を用いると、粗さのある表面に対する $H-T$ 関係が次のように求められる。

$$T = \frac{3\pi\mu R^4}{8W_{cr}} \left\{ \left(\frac{1}{H_1^3} - \frac{1}{H_{10}^3} \right) + \left(\frac{1}{H_2^3} - \frac{1}{H_{20}^3} \right) \right\} \quad (10)$$

ただし、 $H_{10} = H_0 + 0.96H_{\max}, H_{20} = H_0 + 2H_{\max}$ である。

3・2 計算結果および考察 前節で求めた式(3)あるいは式(10)による $H-T$ 関係の計算結果を実験結果と比較して、その妥当性を検討することにする。

まず、平滑面に対する式(3)による $H-T$ 関係の計算結果を前述の図2に併記した。いずれの潤滑油を用いた場合にも、計算結果は実験結果と定性的には一致している。しかしながら、定量的にみると、接触上面の降下時間の中間期から終了時にかけては計算値と実験値との間にややずれがみられる。いずれの潤滑油の場合にも実験値のほうが計算値よりも時間的に進んでおり、接触上面の降下に要する時間が短くなっている。

次に図3に表面性状の異なる接触面での $H-T$ 関係の計算結果を併記した。図より、計算結果と実験結果とは定性的には一致しているが、図2の場合と同様ならずれが認められる。本文では、本来確率過程的な性格をもつ表面粗さを図6のようにモデル化し、ステップ軸受的な解析を行った。また潤滑油の流動方向を半径方向に単純化して取扱ったが、実際には突起の周囲を迂回して流れる潤滑油流線の干渉も $H-T$ 特性に影響していると考えられる。したがって、表面粗さのもつ確率的なパラメータの影響、流線の干渉などを無視したことにより計算値と実験値にずれが生ずる可能性がある。一方、実験に使用した接触面のうねり曲線を測定したところ、接触面の周辺部にだれが認められた。このだれは平滑面に近いS1面において顕著であっ

た。したがって、図2, 3において表面粗さの小さい面ほど計算値と実験値の差が大きいことから、接触面のだれ(うねり)の影響が大きいものと思われる。

接触面の大きさが異なるときの計算結果と実験結果との比較を図4に示す。図より、両者はよく一致しており、粗さのある接触面の H - T 関係を計算するための式(10)は接触面の半径が変化しても十分な精度で成立することが確かめられた。

以上の考察から、表面性状に方向性のない接触面ではスクイーズ効果(H - T 関係)を評価するための式(10)は、広範囲の接触条件に対して精度よく成立し、本文の突起のモデル化が妥当であることが確認された。そこで以下において、粗さのある円形接触面の荷重支持能力に関連するスクイーズ係数について検討する。

4. スクイーズ係数

4・1 スクイーズ係数の定義 既報⁽¹¹⁾によれば、スクイーズ現象によって潤滑油が示す荷重支持能力 W は次のようになる。

$$W = -\frac{\mu Q}{H^3} \frac{dH}{dT} \dots\dots\dots (11)$$

上式の Q をスクイーズ係数といい、円形平滑面では $Q = 3\pi R^4/2$ となるが、粗さのある表面の Q の値は油膜の厚さ、最大粗さなどの影響を受けるものと考えられる。この Q の値を、図3などの H - T 曲線から、

次のようにして油膜厚さ H の関数として求めた。油膜厚さを初期油膜厚さ H_0 から $10\mu\text{m}$ 間隔に区切り、式(11)がそれぞれの区間における H - T 曲線の特性(計算値)を最もよく表示するように、 Q の値を最小二乗法によって定めた。S1についても表面粗さの効果を考慮した計算結果を使用した。

このようにして求めた Q の一例を図10に示す。図は、初期油膜厚さを $H_0 = 100\mu\text{m}$ とした場合である。 Q

図11 無次元スクイーズ係数と無次元油膜厚さの関係(表面性状変化)

図10 スクイーズ係数

図12 無次元スクイーズ係数と無次元油膜厚さの関係(初期油膜厚さ変化)

図 13 指数 n の値 図 14 定数 c の値

の値は、接触面の大きさ、表面性状、初期油膜厚さなどによって変化するため、スクイズ係数を総合的に評価することが困難である。そこで式(12)のように平滑面に対する値で無次元化した無次元スクイズ係数 Q^* と初期油膜厚さ H_0 で無次元化した無次元油膜厚さ H^* の関係として整理したところ、図 11 のように接触面の大きさの效果を取り除くことができた。

$$Q^* = \frac{Q}{3\pi R^2/2}, H^* = \frac{H}{H_0} \dots\dots\dots (12)$$

図 11 は、 $H_0=100 \mu\text{m}$ で表面粗さを変化させた場合である。また図 12 は、表面性状 S5 で H_0 を変化させた場合である。両図において、表面粗さが小さいほど Q^* の値が 1、すなわちスクイズ係数が平滑面での値に近くなっている。また無次元油膜厚さ H^* が小さくなるほど Q^* の値が小さくなり、 Q^* に対する表面粗さの效果が顕著になる。

前述のように Q^* は接触面の大きさには無関係な量であるので、粗さのある接触面における潤滑油のスクイズ現象を評価する実用的な観点からは、 Q^* を初期油膜厚さと表面粗さの関数として表示すればよいことが明らかになった。

4.2 スクイズ係数の表示式 無次元スクイズ係数 Q^* と無次元油膜厚さ H^* の関係を、初期油膜厚さ H_0 、最大粗さ H_{max} をパラメータとした式により表示することを試みる。

まず、図 11, 12 のグラフの特性から、 Q^*-H^* 関係は次式のような形の式で表示しうものと考えられる。

$$H^* \{\ln(1/Q^*)\}^n = c \dots\dots\dots (13)$$

ここで、 n, c は最大あらか H_{max} および初期油膜厚さ

H_0 によって定まる定数である。種々の場合について求められた n, c の値を、 H_{max}/H_0 との関係として示したものが図 13, 14 である。これらの図に示された n, c と H_{max}/H_0 との関数関係は、次式のように書くことができる。

$$\left. \begin{aligned} n &= 1.0 + 1.38(H_{\text{max}}/H_0)^{1/3} \\ c &= 1.58(H_{\text{max}}/H_0) + 6.2(H_{\text{max}}/H_0)^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

式(14)による n, c の計算結果が図 13, 14 中に実線で示してある。式(14)による計算結果は、個々の場合について求めた n, c の値とよく一致していることがわかる。また式(13), (14)から求めた Q^*-H^* 関係を図 11, 12 に実線で示したが、計算結果はプロットした結果とよく一致している。したがって、無次元スクイズ係数 Q^* と無次元油膜厚さ H^* の関係は式(13), (14)により精度よく評価しうることが確認された。

5. む す び

実際の工作機械案内面のように微小突起の集合によって構成された表面のスクイズ現象に対する表面粗さの效果について実験的に検討した。その結果、表面粗さが大きくなるほど、油膜厚さの減少速度が大きく潤滑油のスクイズ現象が短い時間で終了することが明らかにされた。

次に、表面を構成する微小突起をモデル化することにより平滑な二面にはさまれた潤滑油の挙動を表示する Reynolds の基礎式を拡張する一つの手法を提案した。このようにして求めた粗さのある接触面に対する潤滑油膜の厚さと降下時間の関係式を円形接触面に適用したところ、表面性状、潤滑油の粘度、接触面の大

きさなどを広範囲に変えたときの潤滑油膜の挙動を精度よく記述しうることが明らかとなり, 微小突起のモデル化に基づいた基礎式の拡張の妥当性が確認された。この計算結果に基づいて接触面の荷重支持能力などに関係するスクイーズ係数と表面粗さの相関関係について検討し, スクイーズ係数を表面粗さと初期油膜厚さの簡単な関数として表示することができた。

以上の結果は, 粗さのある実用の接触面でのスクイーズ現象による荷重支持状態を明らかにするための基礎資料として重要である。

文 献

- (1) 加藤・松林, 機論, 35-273 (昭44), 1138.
- (2) 加藤・ほか2名, 機論, 37-299 (昭46), 1427.
- (3) 岡村・ほか2名, 精密機械, 34-11 (昭43), 731.
- (4) Reynolds, O., *Trans. Roy. Soc. (London)*, 177 (1886), 190.
- (5) たとえば, Grimm, R. J., *Appl. Sci. Res.*, 32 (1976), 149.
- (6) Moore, D. F., *Wear*, 8-4 (1965), 245.
- (7) 加藤・ほか2名, 機論, 39-317 (昭48), 339.
- (8) Turns, S. R., *Trans. ASME, J. Lubr. Technol.*, 105-2 (1983), 361.
- (9) Archibald, F. R., *Trans. ASME*, 78-1 (1956), 29.
- (10) Chow, L. S. H. and Cheng, H. S., *Trans. ASME, J. Lubr. Technol.*, 98-1 (1976), 117.
- (11) 加藤・ほか2名, 機論, 37-299 (昭46), 1433.