送水管の安定性に関する研究*

(減衰器の効果)

杉山吉彦^{*1}, 千葉正克^{*2}, 片山忠一^{*1}
白木万博^{*3}, 藤田勝久^{*3}

Studies on the Stability of Pipes Conveying Fluid (The Effect of a Damper)

Yoshihiko SUGIYAMA, Masakatsu CHIBA, Tadakazu KATAYAMA,
Kazuhiro SHIRAKI, and Katsuhisa FUJITA

The intended aim of the paper is to provide the scope of the effect of an attached damper upon the stability of a cantilevered viscoelastic tubular pipe conveying fluid. The effect of the damping coefficient of a damper is investigated in detail in connection with the position of the damper as well. It is found that a damper attached to a thin pipe may have a little stabilizing effect on the pipe. Any damper attached to the pipe at the discharge end may be most destabilizing. A lumped mass accompanied by a damper may be destabilizing. The theoretical predictions were checked by some experiments.

Key Words: Flow-induced Vibration, Stability, Damper, Fluid-conveying Pipe, Nonconservative System

1. ま え が き

構造物の安定性や信頼性を正確に評価することは、最近の薄肉、軽量化の傾向からますます重要な課題となっている。このような状況のもとで、弾性構造要素と流体との干渉の結果生じる不安定現象を、正確に予測し、防止する技術の開発は最も緊急を要する課題の一つである^{(1)~(10)}。本研究では、一端が固定され他端が自由な境界条件を有する弾性管と内部流れとから成る系、すなわち片持送水管に生ずる不安定振動（フラッタ）について考察する。

実際の送水管は、なんらかの支持要素によって中間支持されているのが一般的であるが、その支持要素の力学的効果は、集中質量の効果、ばね支持の効果、ならびに減衰器の効果に分けて考えるのが合理的である。付加集中質量の効果⁽⁸⁾、ならびにばね支持の効果⁽⁹⁾は既に研究されている。そこで本報では付加減衰器の効果に着目し、減衰器の減衰係数の大きさの効果、取

付け位置の効果、そして減衰器と集中質量の複合効果（これは減衰器自身の質量を考慮したものと理解される）を考察する。最後に実験を行って、理論解析結果を検証する。

2. 理 論 解 析

2.1 基礎式 片持支持された長さ l の送水管を図1に示す。管には固定端より l_1 の位置に質量 M_1 を有する集中質量と、減衰係数 D を有する減衰器とが付加されている。送水管は水平な x - y 平面内で微小運動するものとする。管の単位長さ当たりの質量は m_1 であり、管内を管壁に対して一定速度 U で流れている。

図1 減衰器を有する送水管モデル

* 昭和62年10月31日 山梨地方講演会において講演、原稿受付 昭和62年1月16日。

^{*1} 正員、大阪府立大学工学部(〒591 堺市百舌鳥梅町4丁804)。

^{*2} 正員、岩手大学工学部(〒020 盛岡市上田4-3-5)。

^{*3} 正員、三菱重工業(株)高砂研究所(〒676 高砂市荒井町新浜2-1-1)。

る非圧縮性流体の単位長さ当たりの質量は m_f である。管の材料特性は粘弾性的であり、縦弾性係数 E と妹沢⁽¹¹⁾によって導入された粘性抵抗係数 E^* により表されるものとする。このような送水管に対する運動方程式は次式で与えられる。境界条件は前報⁽⁸⁾⁽⁹⁾と同じである。

$$\begin{aligned} & [1 + \alpha \delta(\xi - \xi_1)] \frac{\partial^2 \eta}{\partial \tau^2} + \mu \delta(\xi - \xi_1) \frac{\partial \eta}{\partial \tau} \\ & + \gamma \frac{\partial^5 \eta}{\partial \tau \partial \xi^4} + 2u\beta^{1/2} \frac{\partial^2 \eta}{\partial \tau \partial \xi} + \nu \frac{\partial \eta}{\partial \tau} \\ & + \frac{\partial^4 \eta}{\partial \xi^4} + u^2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} = 0 \quad \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

なお上式においては、次に示す無次元量を用いている。

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{M_1}{(m_i + m_f)l}, \quad \beta = \frac{m_f}{m_i + m_f}, \quad \xi = \frac{x}{l} \\ \gamma &= \frac{1}{l^2} \frac{E^*}{E} \left[\frac{EI}{m_i + m_f} \right]^{1/2}, \quad \eta = \frac{y}{r}, \quad \xi_1 = \frac{l_1}{l} \\ \nu &= \frac{Cl^2}{[EI(m_i + m_f)]^{1/2}}, \quad \mu = \frac{Dl}{[EI(m_i + m_f)]^{1/2}} \\ \tau &= \frac{t}{l^2} \left[\frac{EI}{m_i + m_f} \right]^{1/2}, \quad u = Ul \left[\frac{m_f}{EI} \right]^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 r は断面の回転半径、 t は時間である。 β ($0 < \beta < 1$) は流体を含む送水管の単位長さ当たりの質量に対する、管内の流体の単位長さ当たりの質量の比である。直観的には β の値の小さい送水管は肉厚の大きい管に、 β の値の大きい管は肉厚の小さい管に対応している。また α , μ , γ および ν はそれぞれ、集中質量、減衰器の減衰係数、内部減衰係数および外部減衰係数の無次元量、そして u は無次元流速を表す。

2.2 有限自由度系への帰着 基礎式(1)に対して前報⁽⁸⁾⁽⁹⁾と同様にガレルキン法を適用し、整理すると次式を得る。

$$\sum_{m=1}^M (A_{mn} \ddot{a}_m + B_{mn} \dot{a}_m + C_{mn} a_m) = 0 \quad (n=1, 2, \dots, M) \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここにドット($\cdot$)は無次元時間 τ に関する微分を表す。係数 A_{mn} , B_{mn} , C_{mn} は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} A_{mn} &= \delta_{mn} + \alpha \varphi_m(\xi_1) \varphi_n(\xi_1) \\ B_{mn} &= 2u\beta^{1/2} b_{mn} + (\gamma \lambda_m^4 + \nu) \delta_{mn} \\ &+ \mu \varphi_m(\xi_1) \varphi_n(\xi_1) \\ C_{mn} &= \lambda_m^4 \delta_{mn} + u^2 c_{mn} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで δ_{mn} はクロネッカのデルタであり、 b_{mn} , c_{mn} はガレルキン積分による定数である⁽⁸⁾。

2.3 安定解析 式(3)を標準形に変換すると、以後の解析は前報⁽⁸⁾⁽⁹⁾と同様な固有値問題に帰着されるので、これ以後の詳細は前報を参照されたい。

3. 実験

実験の概略は、基本的には前報⁽⁸⁾⁽¹⁰⁾に記述したとおりであるので、ここでは詳細は省略する。試験送水管としては、シリコンゴム製の円管を、また流体には水を用いた。試験送水管は長さ $l=0.533$ m、内・外直径がそれぞれ 6.81, 9.96 mm、質量比 $\beta=0.475$ 、内部減衰係数 $\gamma=1.7 \times 10^{-2}$ であった。

4. 結果と考察

4.1 減衰器の効果

4.1.1 減衰器の取付け位置の効果 図2に、種々の質量比 β に対する減衰器の取付け位置の効果に関する計算結果を示す(減衰器の減衰係数 $\mu=10$ 、内部減衰係数 $\gamma=10^{-3}$)。この図から次の結論が得られる。

(1) β の値が小さいときほど、安定化の度合いが大きい。

(2) β の値にかかわらず、放水端付近に減衰器を取付けることは、元の系をかえって不安定化する。

(3) β の値の大きい管に減衰器を取付けても、そのことによる系の安定化はほとんど望めない。

また図において○印は実験値を表す($\beta=0.475$, $\mu=17$, $\gamma=1.7 \times 10^{-2}$)。実験で用いた試験送水管の β, μ, γ の値は、理論計算で用いたものとわずかな違いはあるが、実験値は理論計算結果の定性的傾向を支持していることがわかる。

4.1.2 減衰器の減衰係数の大きさの効果 減衰器の減衰係数 μ の大きさが、送水管の安定限界に及ぼす効果を図3(a)~(d)に示す($\gamma=10^{-3}$, $\nu=0$)。先端

○, 実験結果: $\beta=0.475$, $\mu=17$, $\gamma=1.7 \times 10^{-2}$
 —, 理論計算結果: $\mu=10$, $\gamma=10^{-3}$, $u_0=6.26$ ($\beta=0.25$), $=9.32$ ($\beta=0.5$), $=12.7$ ($\beta=0.75$)

図2 減衰器の取付け位置の効果

図 3 減衰器の減衰係数の大きさの効果: $\gamma = 10^{-3}$, $\nu = 0$, $\alpha = 0$

図 4 減衰器と集中質量の大きさの複合効果: $\gamma = 10^{-3}$, $\nu = 0$, $\alpha = 0.1$

図 5 減衰器と集中質量の大きさの複合効果: $\gamma = 10^{-3}$, $\nu = 0$, $\alpha = 1.0$

図6 減衰器と集中質量の複合効果

($\xi_1=1.0$)に減衰器が取り付けられた場合に、 $\beta=0.75$ と0.5のとき、 μ の値が1.0のオーダを超えて増加すると、一つの μ に対して二つ以上の安定限界が存在することは興味深い結果である。

4.2 減衰器と集中質量の効果

4.2.1 減衰器と集中質量の大きさの複合効果

図4と図5に無次元付加集中質量 $\alpha=0.1$ ならびに1.0の場合について減衰器との複合効果を示す。集中質量を考慮したことにより発生する現象として、 $\xi_1=0.25$ 、 $\beta=0.75$ の場合に、 $\alpha=0$ のときの臨界流速に対応する流速の下に“不安定の島”が出現している。これらの図から次のことがいえる。

(1) 減衰器の取り付け位置が指定された場合、 β の大きい送水管を使用するときには、できるだけ質量の小さい減衰器を用いるのが望ましい。

(2) $\xi_1=0.25$ の場合を除き、減衰係数 μ が非常に大きい減衰器を用いると、 μ の効果が支配的になり、 β に関係なく臨界流速はある一定の値に収束していく。

4.2.2 減衰器と集中質量の取り付け位置の複合効果

前節において $\xi_1=0.5$ と0.25の場合の安定図〔図5(c), (d)〕とでは、 μ の大きい領域($\mu>10$)で様子が著しく異なっている。そこで、このような変化が生じる取り付け位置が $0.25<\xi_1<0.5$ にあると考えられる。この現象を詳しく調べるため、減衰器と集中質量の取り付け位置を管軸に沿って移動させたときの臨界流速を図6に示す($\mu=10, 100$, $\alpha=0.1, 1.0$, $\gamma=10^{-3}$, $\beta=0.5$)。

$\mu=100$ の場合、 $\xi_1=0.37$ の前後で臨界流速が急変していることがわかるが、これは不安定振動モードと関連している。このことを複合効果という観点から考察すると、付加集中質量 α の単独効果は、“その取り付け位置が先端に近づくに従って臨界流速の単調な低下を引き起こし、その大きさが臨界流速低下の度合いを増加させること”である。一方減衰器の取り付け位置の効果は、図2に示されるように、“取り付け位置が先端に近づくにつれて、臨界流速は最初上昇を続け $\xi_1=0.37$ 付近で最大となり($\beta=0.5$)、以後は低下させること”である。したがって、図6において $0<\xi_1<0.37$ で臨界流速が上昇を続ける現象は、減衰器を取付けた効果であると考えられる。また図6には $\alpha=0.1, 1.2$, $\mu=17$ の場合の実験結果も示す。

5. あとがき

以上、片持送水管の安定性に及ぼす減衰器の効果について、理論計算による予測を行った。理論結果の定性的傾向は実験により十分に裏付けられた。本研究の結論をまとめると次のようになる。

(1) 質量比 β が大きいときは、減衰器を送水管のどの位置に取付けても、そのことによる安定化はほとんど望めない。

(2) 減衰器を管の先端付近に取付けると、 β の値にかかわらず、元の系を最も不安定化する。このことは、二自由度送水管で得られた結果⁽¹⁰⁾と類似している。

(3) 減衰器と結合した集中質量は、減衰器による不安定化を増長させる結果をもたらす。

文 献

- (1) Benjamin, T. B., *Proc. R. Soc., Ser. A*, **261** (1961), 457.
- (2) Gregory, R. W. and Paidoussis, M. P., *Proc. R. Soc., Ser. A*, **293** (1966), 512, 528.
- (3) Paidoussis, M. P. and Issid, N. T., *J. Sound Vib.*, **33** (3) (1974), 267.
- (4) Hill, J. L. and Swanson, C. P., *Trans. ASME, Ser. E*, **37-2** (1970), 494.
- (5) Blevins, R. D., *Flow-Induced Vibration*, (1977), Van Nostland Reinhold Company, 287.
- (6) Bishop, R. E. D. and Fawzy, I., *Phil. Trans. R. Soc., Ser. A*, **284-1316** (1976), 1.
- (7) 杉山・野田, 機論, **46-412**, A (昭55), 1431.
- (8) 杉山・ほか3名, 機論, **51-467**, C (昭60), 1506.
- (9) 杉山・ほか3名, 機論, **51-463**, A (昭60), 905.
- (10) 杉山・ほか2名, 機論, **52-473**, C (昭61), 264.
- (11) 妹沢, 東京帝大地震研究所報, **3** (昭2), 43.