配置問題の解法に基づく強連結システムの階層化*

坂 野 進^{*1}Hierarchy Analysis of Strongly Connected Systems Based on
the Plant Layout Concept

Susumu SAKANO

The decomposition of a strongly connected structure, in which many cycles exist, is a very difficult problem. It can not be analyzed by previously used methods. This paper deals with an effective structure analysis for strongly connected structures. System structure analysis determines how to change strongly connected structures to ordered ones. A new method for solving the problem of structure layer order is described. It is based on the concept of using the smallest cycle of a directed graph, and the replacement of a line with the neighboring line in the incident matrix. By using the evaluation value, the problem of structure layer order can be solved easily. The effectiveness of this method is demonstrated by applying it to the LSI transportation system in the last section of the paper.

Key Words: Structure Analysis, Strongly Connected System, Cycle, Hierarchy Analysis, LSI Transportation

1. ま え が き

要素間の関係が複雑に入り組んだシステムの階層化、構造的性質の分析、などを行うために、システムを構成する要素間の関係をグラフとして取扱い、解析するアプローチがとられている。その代表的な手法はISM法⁽¹⁾⁽²⁾である。要素間の因果関係を表す行列に対する可到達行列を基に多階層有向グラフ化することにより、システムを構成する要素の直接的・間接的な因果関係および全体的な関係の把握を行っている。しかし、システムの構造内に多数のサイクルが存在する強連結構造のシステムの場合、ISM法では可到達行列の要素がすべて1となり、有向枝を一方方向のみに向くようにすることはできず、階層化することは困難となる。ISM法をはじめとして、従来のシステム構造分析手法^{(3)~(5)}は強連結構造を有するシステムへの適用を不得意としてきた。

最近、強連結構造を含むシステムの分析手法として、サイクルの一部を無視して階層化する方法⁽⁶⁾、基本サイクルに着目した方法⁽⁷⁾、などが試みられ⁽⁸⁾⁽⁹⁾、サイク

ルを含んだシステムの解析を行っている。しかし、いずれの方法も計算量が少なく、簡単に取扱い、実用性の高い方法とは言い難いのが現状である。

このような背景の下に、本論文ではシステムの階層化問題を順序付け問題である配置問題の一種として取扱い、強連結構造のままで、システムの階層化を行い、構造的特徴を分析する方法を提案する。先に、著者らは配置問題の解法として、サイクルの値の比較と隣接行列における隣り合う行の入れ替えによる搬送距離の増減の比較とよりなる絶対評価尺度を用いた解法を提案した⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾。提案した解法をシステムの階層化問題に適用することにより、強連結構造を含むシステムの構造的特徴を明確化することができる。この解法は計算量が少なく、簡単に取扱える方法である。

本論文では以下、2章では提案する解法の考え方と解析手法を、3章では強連結非トーナメントグラフの例題を、4章ではLSI搬送システムのシステム構成への適用例を述べ、手法の有効性を示した。

2. 手法の基本的考え方

2.1 隣接行列 対象とする強連結構造のシステムは有限な N 個の要素, $X_1, X_2, \dots, X_N$ から構成される。要素間の関係は以下の2項関係 R によって規定さ

* 昭和63年3月12日 東北支部第23期総会講演会において講演、原稿受付 昭和62年7月10日。

^{*1} 正員、日本電信電話(株)電気通信研究所 (〒180 武蔵野市緑町3-9-11)。

れ、隣接行列 $M=\{a_{ij}\}$ で表される。

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & X_i R X_j \\ 0, & X_i \bar{R} X_j \end{cases} \dots\dots\dots (1)$$

多くのサイクルを含む強連結構造のシステムを階層化すると、図1に示すような強連結な部分が連鎖的になった構造となると考えられる。一方、システムの要素 X_i を生産システムにおける工程とし、隣接行列を工程間の関連を示すものとしてとらえ、生産のための搬送距離を最短化する場合、工程の配置問題の最適解は図2に示すように、行列の対角線近傍に重みの大きな a_{ij} が並ぶ配置となる。図1と図2は同一のことを表していると考えられ、次式で表される搬送距離 S を最短とする配置問題を解けば、工程の最適配置がシステムにおける要素の階層化となっている。

$$S = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N W_{ij} \cdot a_{ij} \dots\dots\dots (2)$$

ここに、重み W_{ij} は工程を直列状に配置した場合の工程間の距離を用いればよい。

2.2 最適配置の求め方 先に、提案した工程の配置問題の最適解を求める方法は、準最適解を求め初期解とする部分と、求めた初期解の配置に対する隣接行列において隣り合う行の入替えにより最適解を求める部分との二つに分かれている。第一の部分では、生産における工程を節点、工程間の搬送路を枝、搬送頻度を枝の重み、としたシグナルフローグラフにおいて節点を次々と消去し、節点の消去により生ずる自己サ

イクルをも消去したシグナルフローグラフを作る。このグラフの隣接行列より搬送距離を求めると、節点間の関連度合を表す評価尺度が得られる。この評価尺度の値の比較を順次行い、関連度合いの高い工程を順々に並べていくことにより最適解に近い準最適解が得られる。第2の部分では、求めた準最適解の配置に対する隣接行列を変形した、ある節点に入る枝の重みと出ていく枝の重みを加え合わせた行列を作り、互いに隣り合う行を入れ替え、入替えにより搬送距離が増加するか、減少するかを求める。入替えにより搬送距離が減少する場合はその行の入替えを行う。行の入替えを繰返すと、入替えにより必ず搬送距離が増加する配置が求まる。その配置が最適解の配置である。

第1の部分の準最適解を求めるための評価尺度 E_{ij} は次式のように表される。

$$E_{ij} = (a_{ij} + a_{ji}) \cdot \left\{ 1 - \sum_{m=1}^p C_{om}(X_{ij}) \right\} \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 $C_{om}(X_{ij})$ はサイクル $C(X_{ij})$ の中の最小サイクルである。最小サイクルとは強連結構造を形成する多数のサイクルの中で、その長さが最も短いサイクルのことである。節点 X_i に対して、 E_{ij} が他の E_{ik} より大であれば節点 X_i の隣に節点 X_j を配置する。次に、節点 X_j に関連度合いの高い節点を求め、順次繰返すことにより関連度合いの高い節点を互いに隣り合わせた配置を得ることができる。

2.3 最適配置と階層化グラフ 上述のようにして最適解が求まり、求めた最適解の隣接行列（節点に入る枝の重みと出ていく枝の重みを加え合わせた行列）が図3(a)に示すように表せたとする。図3(b)は図3(a)の隣接行列における隣り合う行の入替えによる搬送距離の増減値である。例えば、 X_i と X_j を入れ替えると、 X_i が X_j の位置に来ると搬送距離は1減少し、 X_j が X_i の位置になると3増加する。したがって、

図1 強連結構造システムの階層化

a : Higher number of element

図2 最適配置の隣接行列

(a) 隣接行列

Order	Value	
X_i	-1	+2
	+3	
X_j	0	0
	0	
X_k	+3	+3
	0	
X_l		

(b) 距離増減値

図3 最適解における隣接行列と搬送距離増減値

X_i と X_j の入替えにより搬送距離は $3-1=2$ の増加となる。隣り合う行の入替えですべて搬送距離が増加となる配置が最適解である。搬送距離の増減が零となる入替えは、隣り合う節点の順序がどちらでもよいことを表し、二つの節点は同一の階位であることを意味している。図 3(b) では X_j と X_k は同一の階位に属する。図 3(a) の隣接行列で a_{jk} および a_{kj} の値が 2 となっていることは X_j と X_k の間にサイクルが存在することを表している。図 3(b) をもとに階層グラフ化すると図 4 のように表すことができる。

2.4 階層化手順 上記に述べた階層化手法を整理すると以下のような手順となる。

(ステップ 1)：要素関連隣接行列の作成 システムを構成する各要素間の関連を式(1)の表現を用いて

図 4 階層化グラフ

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}
X_1	·	·	·	1	·	1	·	·	·	·
X_2	·	·	·	·	·	·	·	·	1	·
X_3	·	1	·	·	·	·	·	·	·	1
X_4	·	1	·	·	·	1	·	1	1	·
X_5	1	1	·	·	·	1	·	1	·	·
X_6	·	1	·	·	·	·	·	·	·	·
X_7	·	1	·	·	1	1	·	·	·	·
X_8	·	1	1	·	·	1	1	·	·	·
X_9	1	·	·	·	·	1	1	·	·	·
X_{10}	·	·	·	1	·	1	1	·	1	·

図 5 要素関連隣接行列

図 6 シグナルフローグラフ

隣接行列の形で表す。

(ステップ 2)：最少サイクルの抽出 隣接行列あるいは隣接行列をグラフ化した有向グラフ (direction graph) あるいはシグナルフローグラフを基に最少サイクルを抽出する。Kaufmann のハミルトン路を求める方法⁽¹²⁾を用いれば、行列の対角線上に現れるものがサイクルである。

(ステップ 3)：準最適解を求める 式(3)の評価尺度を用い、その値の比較より準最適解を求める。例えば、 X_i に隣り合う要素を求める場合、 E_{ij} の値が他の E_{ik} の値より大きいならば、 X_i と X_j を隣り合わせる。このような操作を順次繰返せば準最適解と考えられる配置 (順序) を得る。

(ステップ 4)：最適解を求める ステップ 3 で求めた配置に対する隣接行列を作成する。この場合の隣接行列はある節点に入る枝の重みと出ていく枝の重みを加え合わせた形のものである。すなわち、行列の要素は $a_{ij}^* = a_{ij} + a_{ji}$ となる。

隣接行列の隣り合う行の入替えによる搬送距離の増減値を調べる。入替えにより搬送距離が減少する場合は行の入替えを行う。入替えを繰返せば最適解が求まる。

(ステップ 5)：階層グラフ化 最適解の配置 (順序) の隣接行列を基に多階層有向グラフの形で表す。

3. 例 題

要素間の関連を表す隣接行列を図 5 に、隣接行列を基にグラフ化したシグナルフローグラフを図 6 に示す。長さ 3 のものが最小サイクルで、次の 4 個である。

$$C_{01} : X_1 \rightarrow X_4 \rightarrow X_9 \rightarrow X_1$$

$$C_{02} : X_2 \rightarrow X_9 \rightarrow X_7 \rightarrow X_2$$

$$C_{03} : X_5 \rightarrow X_8 \rightarrow X_7 \rightarrow X_5$$

$$C_{04} : X_2 \rightarrow X_9 \rightarrow X_6 \rightarrow X_2$$

最小サイクルの長さは 3 であるが、以下、この値を c としてすすめる。次に、節点から出る枝の数から入る枝の数を引いた値を各々の節点について計算する。出る枝の数の多い節点は階層上では下位に、入る枝の多い節点は上位になると考えられる。

$$X_1 : 2-2=0, \quad X_2 : 1-6=-5, \quad X_3 : 3-1=2,$$

$$X_4 : 4-2=2, \quad X_5 : 4-1=3, \quad X_6 : 1-7=-6,$$

$$X_7 : 3-3=0, \quad X_8 : 4-2=2, \quad X_9 : 3-3=0,$$

$$X_{10} : 4-1=3$$

この結果から X_{10} を最下位と仮定し、順次 E_{ij} の比較より順序を求める。表 1 に X_{10} からスタートした E_{ij} の比較を示す。 $X_{10} \rightarrow X_3 \rightarrow X_8 \rightarrow X_5 \rightarrow X_6 \rightarrow X_2 \rightarrow X_9 \rightarrow X_1 \rightarrow X_4 \rightarrow X_7$ と求まる。なお、表 1 中で、例えば $i=5$ の

表 1 評価値 E_{ij}

i=10		i=3		i=8		i=5		i=6		i=2		i=9		i=1	
j	E_{ij}	j	E_{ij}	j	E_{ij}	j	E_{ij}	j	E_{ij}	j	E_{ij}	j	E_{ij}	j	E_{ij}
1	0	1	0	1	0	1	$1-2c$	1	$1-2c$	1	0	1	$1-c$	4	$1-3c$
2	0	2	$1-2c$	2	$1-c$	2	$1-c$	2	$1-2c$	4	$1-c$	4	$1-c$	7	0
3	$1-4c$	4	0	4	$1-2c$	4	0	4	$1-2c$	7	$1-c$	7	0		
4	$1-3c$	5	0	5	$1-3c$	6	$1-2c$	7	$1-c$	9	$1-c$				
5	0	6	0	6	$1-2c$	7	$1-2c$	9	$1-c$						
6	$1-3c$	7	0	7	$1-2c$	9	0								
7	$1-2c$	8	$1-3c$	9	0										
8	0	9	$1-c$												
9	$1-c$														

Initial solution		Optimal solution	
Order	Value	Order	Value
X_7	0	X_7	+1
X_4	-2	X_2	0
X_1	+1	X_9	+1
X_6	+2	X_8	0
X_2	-1	X_4	0
X_8	0	X_1	0
X_5	+1	X_5	+1
X_9	+3	X_6	+3
X_{10}	-1	X_3	+1
X_3		X_{10}	

図 7 隣接行列の入替え

図 8 階層化グラフ

図 9 階層構造図

場合, $j=1, 6, 7$ で $1-2c$ と同じ値となるが, X_1, X_6, X_7 の中で X_3 から枝の出ている節点は X_6 であり, X_5 の次は X_6 となる。次に, 隣接行列の隣り合う行の入替えにより最適解を求めた結果を図 7 に示す。最適解は $X_{10} \rightarrow X_3 \rightarrow X_8 \rightarrow X_5 \rightarrow X_1 \rightarrow X_4 \rightarrow X_6 \rightarrow X_9 \rightarrow X_2 \rightarrow X_7$ と求まる。図 8 に階層化グラフを示す。図 8 中に最小サイクルを太線で表した。最小サイクルを基に階層化されているのがわかる。図 7 に示した結果のように, X_2 と X_9 は同一階位である。また, X_8, X_4, X_1, X_5 は互いに同一階位である。図 9 に図 8 のグラフをさらに整理した階層構造図を示す。6 階層に分けることができる。

4. LSI 搬送システム構成への応用⁽¹³⁾

本章では実際問題への応用として, LSI 製造プロセス

自動化のための LSI 搬送システム構成問題を取り上げる。

4.1 LSI プロセス自動化と搬送システム LSI 素子の微細化, 高集積化が進むにつれ, 製造歩留まりをあるレベル以上に維持していくために, 製造環境の

高クリーン化、製造プロセス条件の安定化が必要となってきた。このために、今まで人手に頼っていた LSI ウェハの運搬、製造プロセス装置の操作などの自動化が不可欠となっている。特に、LSI 製造プロセス自動化の要となるのは LSI ウェハ搬送の自動化で、LSI 製造工場では搬送システムを中心として自動化が進められている。LSI プロセスを自動化するためには以下のような装置を組合せて行われる。

- (1) ファイル管理計算機 $[X_1]$: 製造工程, 条件の管理, 生産計画の管理
- (2) ライン管理計算機 $[X_2]$: 製造ラインの状態監視
- (3) クラスタ計算機 $[X_3]$: 各 LSI プロセス装置を管理
- (4) プロセス装置 $[X_4]$: 製造装置, LSI 製造では多種類, 多数台よりなる
- (5) 搬送装置 $[X_5]$: LSI ウェハを搬送する台車
- (6) 搬送制御計算機 $[X_6]$: 多数台の搬送装置の運行を管理
- (7) 搬送装置コントローラ $[X_7]$: 搬送装置の走行などを制御
- (8) インタフェース装置 $[X_8]$: 搬送装置とプロセス装置間で LSI ウェハの受け渡しを行う装置

4.2 隣接行列と最小サイクル 上記のように各装置を $X_1, \dots, X_8$ に割り付ける。これらの装置間の関係を示す関連要素隣接行列は図 10(a) のようになる。また、有向グラフ表示したものを図 10(b) に示す。長

表 2 評価値 E_{ij} の比較

i = 1		i = 2		i = 3		i = 4		i = 8	
j	E_{1j}	j	E_{2j}	j	E_{3j}	j	E_{4j}	j	E_{8j}
2	$2(1-9c)$	3	$2(1-6c)$	4	$2(1-8c)$	5	0	5	$2(1-6c)$
3	$1-7c$	4	0	5	$1-5c$	7	0	6	$2(1-5c)$
4	0	5		6	$2(1-4c)$	8	$1-7c$	7	$2(1-6c)$
8		6	$2(1-5c)$	7	$1-5c$				
		7	0	8	$2(1-5c)$				
		8							

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8
X_1	1	1	1	1	1	1	1	1
X_2	1	1	1	1	1	1	1	1
X_3	1	1	1	1	1	1	1	1
X_4	1	1	1	1	1	1	1	1
X_5	1	1	1	1	1	1	1	1
X_6	1	1	1	1	1	1	1	1
X_7	1	1	1	1	1	1	1	1
X_8	1	1	1	1	1	1	1	1

(a) 関連要素隣接行列

(b) direct graph

図 10 隣接行列と有向グラフ表示

さ 2 のものが最小サイクルで 12 個ある。

$$\begin{aligned}
 C_{01}: X_1 \rightarrow X_2 \rightarrow X_1, & \quad C_{02}: X_2 \rightarrow X_3 \rightarrow X_2, \\
 C_{03}: X_3 \rightarrow X_4 \rightarrow X_3, & \quad C_{04}: X_2 \rightarrow X_6 \rightarrow X_2, \\
 C_{05}: X_3 \rightarrow X_6 \rightarrow X_3, & \quad C_{06}: X_5 \rightarrow X_6 \rightarrow X_5, \\
 C_{07}: X_5 \rightarrow X_7 \rightarrow X_5, & \quad C_{08}: X_6 \rightarrow X_7 \rightarrow X_6, \\
 C_{09}: X_3 \rightarrow X_8 \rightarrow X_3, & \quad C_{010}: X_5 \rightarrow X_8 \rightarrow X_5, \\
 C_{011}: X_6 \rightarrow X_8 \rightarrow X_6, & \quad C_{012}: X_7 \rightarrow X_8 \rightarrow X_7
 \end{aligned}$$

節点から出る枝の数と、節点へ入る枝の数を比較し、階層上で最上位と予想される X_1 からスタートする。表 2 に評価値 E_{ij} の比較を示す。 $X_1 \rightarrow X_2 \rightarrow X_3 \rightarrow X_4 \rightarrow X_8 \rightarrow X_7 \rightarrow X_5 \rightarrow X_6$ と求まる。

4.3 最適解と階層化

4.2 節で求めた隣接行列における隣り合う行の入替えを行う。図 11(a) に示すように最適解が求まる。階層グラフ化したものを図 11(b) に示す。 X_7 と X_5 , X_3 と X_8 が同階位となって

Order	Value
X_1	+ 3
X_2	+ 8
X_6	+ 1
X_7	0
X_5	+ 2
X_3	0
X_8	+ 8
X_4

(a) 搬送距離増減

(b) 階層化グラフ

図 11 搬送距離増減と階層化グラフ

図 12 階層化図

図13 搬送システム構成

いる。これは、搬送装置と搬送装置コントローラとを一体化し、クラスタ計算機とインタフェース装置を結合して設置することを表している。図12に図11(b)さらに整理した階層構造図を示す。図12を基に実際のシステム構成したものを図13に示す。システムは4階層よりなり、最上位はファイル管理計算機、最下位は搬送装置とプロセス装置である。なお、搬送装置には搬送装置コントローラが含まれている。

5. ま と め

要素間の関係が複雑に入り込んだ強連結構造のシステムの階層化を行う方法として、搬送距離の最短化に着目した手法を提案した。提案した手法は最小サイクルよりなる評価尺度と隣接行列における行の入替えに

よる搬送距離の増減の比較とにより搬送距離を最短とする最適解を求める方法である。本手法を用いれば、多数のサイクルよりなる強連結構造のまま、システムを構成する要素の順序付けを行うことが可能である。本論文で得られた結果をまとめると以下になる。

(1) システムの階層化問題を配置問題として取扱い、強連結構造のままに階層化を行い、構造的特徴を分析する手法を確立した。

(2) 実際問題への応用として、LSI搬送システムの構成問題を取り上げ、本手法の有効性および実用性を示した。

なお、本論文ではシステムを構成する要素間の関係として0-1の2項関係で規定される場合について取り上げたが、要素間の関係に重みのある強連結システムへの適用についても容易に拡張できる。

文 献

- (1) Warfield, J. N., *IEEE Trans.*, SMC-4, 5 (1974), 405.
- (2) 河村, 計測と制御, **16**-1 (昭52), 157.
- (3) Warfield, J. N., *IEEE Trans.*, SMC-3, 2 (1973), 121.
- (4) 田村・樽井, 計測自動制御学会論文集, **15**-3(昭54), 361.
- (5) 駒谷・福田, 電気学会論文誌C, **101**-5 (昭56), 113.
- (6) 増田・ほか2名, 計測自動制御学会論文集, **20**-9 (昭59), 814.
- (7) 増田・藤井, 計測自動制御学会論文集, **21**-11 (昭60), 1177.
- (8) 中尾・ほか2名, 電気学会論文誌C, **100**-12 (昭55), 9.
- (9) 森田・ほか2名, 計測自動制御学会論文集, **17**-3 (昭56), 389.
- (10) 坂野, 機論, 論文講演前刷, 東北支部第23期総会講演会 (昭63-3) No. 87-555 B.
- (11) 坂野・黒田, 機論, **53**-489, C (昭62), 1113.
- (12) 例えば, 尾崎・白川, グラフとネットワークの理論, (昭48), コロナ社.
- (13) 坂野・ほか3名, 電子通信学会論文誌, J69-C9, (昭61), 1112.