円孔を有するエンクロージャ周囲の
音場の境界要素解析*西 田 公 至^{*1}, 藤 塚 桂 男^{*2}Boundary Element Analysis of Sound Fields around Enclosures with
Circular Apertures

Kohshi NISHIDA and Katsuo FUJITSUKA

This paper is concerned with the application of the Boundary Element Method (BEM) to the three-dimensional analysis of each distribution of sound pressure levels around two kinds of boxlike enclosure models with circular apertures through which sound is radiated. In these analyses, triangular boundary elements are used and it is assumed that the sound pressure and the normal component of particle velocity on an element are constant. Several mesh models with different numbers of elements are used in order to examine the convergence of the numerical solution. The sound-pressure-level distributions calculated are compared with those measured in detail through a sound visualization method using three color-light-emitting diodes. For both cases of pure tone and 1/3 octave band noise, the calculated results agree fairly well with the measured ones. These results show that the complicated sound fields around such enclosures can be estimated with a high accuracy by using BEM.

Key Words: Sound, Numerical Analysis, BEM, Sound Field, Enclosure, Circular Aperture, Measurement, Sound Visualization

1. 緒 言

近年, 任意形状の物体の振動による放射音場や, 構造物周囲の回折音場の予測計算方法として, 境界要素法(以下 BEM と略記する.)の適用が注目されている. このような外部音場問題へ有限要素法を適用することもできるが, 空間の要素分割が容易ではなく, また無限要素⁽¹⁾の導入など特別な配慮が必要となり, 実用的ではない. BEM による音響問題の解析は Helmholtz の積分方程式を基礎としており, 境界領域のみの要素分割でよく, 解析対象領域の次元が一つ減るなどの利点をもっている. その反面, 特異項の積分に対する対策⁽²⁾⁻⁽⁴⁾や外部音場の問題で, 離散化されたマトリックス方程式の解がある特定周波数に対して一意に定まらず, その対策⁽⁵⁾⁽⁶⁾が必要となる問題もある. 音響問題への BEM の適用については, これまでに多くの基礎研究がなされており, 解析対象としては主として厳密解が存在する問題が扱われている. 外部音場の解析例としては, 呼吸球⁽⁵⁾⁽⁷⁾, 剛体球⁽⁴⁾⁽⁷⁾, 回転円体⁽⁴⁾⁽⁸⁾, 有限円筒⁽⁵⁾⁽⁸⁾および無限円筒⁽⁹⁾などからの音の放射を扱っ

た報告がなされている. 実際の騒音問題と関連した適用例はまだ少ないが, 自動車車室モデルの音響特性⁽¹⁰⁾や歯車箱の振動による放射音⁽¹¹⁾などについての報告がなされている.

本研究では, 厳密解が求められない実際的な問題として, 吸排気口などの開口部をもつ, しゃ音エンクロージャを想定した2種類のモデルを考え, 開口部からの放射音によるモデル周囲の音場を対象に, BEM による三次元解析を行い, 音場の可視化方法による詳細な測定結果との比較検討を行った. さらに, 境界要素の分割数の相異による解の収束性および用いた解析方法の妥当性について検討を行った.

2. 外部音場の境界要素解析

2.1 Helmholtz 積分方程式 音響問題における音場は, 音波の時間による変化が調和関数で表される時, Helmholtz 方程式(1)によって支配される.

$$\nabla^2 \phi + k^2 \phi = 0 \dots \dots \dots (1)$$

ここで, ϕ は速度ポテンシャル, $k = \omega/c$ は波数, ω は角周波数, c は音速を表す. 速度ポテンシャルと音圧 p および境界上での外向き法線方向の粒子速度成分 v_n との間には, 次の関係が成り立つ.

* 昭和63年3月12日 北海道支部第29期総会講演会において講演, 原稿受付 昭和62年7月8日.

*¹ 正員, 室蘭工業大学工学部 (〒050 室蘭市水元町 27-1).

*² 正員, 清水建設(株) (〒104 東京都中央区京橋 2-16-1).

$$\left. \begin{aligned} p &= j\omega\rho\phi \\ v_n &= -\frac{\partial\phi}{\partial n} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

ここで, $j=\sqrt{-1}$, ρ は媒質の密度, n は境界上での外向き法線方向を表す。図 1 に, 振動体外部の音場を一般的に示す。 Σ_∞ , Ω_0 , $\partial\Omega$ および Ω_i はそれぞれ, 無限遠境界, 振動体の外部領域, 境界面および内部領域を表す。点 i は観測点, 点 j は境界上の点を表し, r は点 i と点 j との距離を表す。図 1 (b) に示した θ_s は, 境界面上の点 i において物体表面がなす外部立体角を表す。

式 (1) を満足する三次元主要解を ϕ^* とすると, 式 (1) と体積分を面積積分に変換する Green の公式とから, Sommerfeld の放射条件⁽¹²⁾ を考慮することにより, Helmholtz の積分方程式 (3) が得られる。

$$c_i\phi_i = \int_{\partial\Omega} \left(\frac{\partial\phi^*}{\partial n} \phi - \phi^* \frac{\partial\phi}{\partial n} \right) ds \dots\dots\dots (3)$$

ここで,

$$c_i = \begin{cases} 1 & \text{in } \Omega_0 \\ \theta_s/4\pi & \text{on } \partial\Omega \\ 0 & \text{in } \Omega_i \end{cases} \dots\dots\dots (4)$$

$$\phi^* = \frac{1}{4\pi r} e^{-jkr} \dots\dots\dots (5)$$

2.2 離散化方程式 式 (3) を解析的に解くことは一般に困難である。そこで, 境界面を N 個の境界要素に分割し, 式 (3) を離散化する。本研究では, 境界要素として三角形の一定要素を用いる。すなわち, 各要素上で ϕ および $\partial\phi/\partial n$ の値を一定とし, 要素の図心を節点とする。式 (3) は, 境界上で ϕ と $\partial\phi/\partial n$ の値が求まれば, 外部領域 Ω_0 での速度ポテンシャルが求まることを示している。そこで図 1 (b) のように, 点 i が境界上に位置する場合を考えると式 (3) は次のように離散化される。

$$-c_i\phi_i + \sum_{j=1}^N \int_{e_j} \frac{\partial\phi^*}{\partial n} \phi_j ds_j = \sum_{j=1}^N \int_{e_j} \phi^* \frac{\partial\phi_j}{\partial n} ds_j \dots\dots\dots (6)$$

式 (6) 中の積分は, j 番めの要素 e_j についての面積積

図 1 振動体外部の音場

分を表す。系全体では次式のように表される。

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N H_{ij} \phi_j = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N G_{ij} \frac{\partial\phi_j}{\partial n} \dots\dots\dots (7)$$

ここで,

$$H_{ij} = \begin{cases} \int_{e_j} \frac{\partial\phi^*}{\partial n} ds_j & (i \neq j) \\ \int_{e_j} \frac{\partial\phi^*}{\partial n} ds_j - c_i & (i = j) \end{cases} \dots\dots\dots (8)$$

$$G_{ij} = \int_{e_j} \phi^* ds_j \dots\dots\dots (9)$$

式 (7) をマトリックス表示すると次のようにかける。

$$[H_{ij}][\phi_j] = [G_{ij}] \left\{ \frac{\partial\phi_j}{\partial n} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

ここで, $[H_{ij}]$, $[G_{ij}]$ は N 行 N 列の正方行列である。また, $\{\phi_j\}$, $\{\partial\phi_j/\partial n\}$ は節点 j ($j=1 \sim N$) における ϕ_j と $\partial\phi_j/\partial n$ をそれぞれ成分とするベクトルである。式 (2) の関係が成り立つので, 境界条件として, 各節点での法線方向の粒子速度成分すなわち, $\{\partial\phi_j/\partial n\}$ を与えれば, 式 (10) から境界上の速度ポテンシャル $\{\bar{\phi}_j\}$ が求められる。これらの境界上の値を用いれば, 外部領域における任意の点 i における速度ポテンシャルは次式によって求められる。

$$\phi_i = \sum_{j=1}^N H_{ij} \bar{\phi}_j - \sum_{j=1}^N G_{ij} \frac{\partial\phi_j}{\partial n} \dots\dots\dots (11)$$

式 (8) の H_{ij} および式 (9) の G_{ij} の積分は, $i=j$ のとき特異点を含む。しかし, H_{ii} は r と n とが直交するため積分項は零となり, 外部立体角 θ_s が 2π となることから,

$$H_{ii} = -\frac{1}{2} \dots\dots\dots (12)$$

となる。 G_{ii} については, 本研究では, Gauss の面積数値積分法の三点公式を用いて, 特異点を積分点から除いて数値積分を行う。

3. 実験方法

しゃ音に用いるエンクロージャは多くの場合, 内部音源の放熱や吸排気などのための開口部を必要とし, 完全な密閉構造とはなっていない。このような開口部から漏えいする騒音の影響を BEM によって解析する場合, 厳密解との比較が不可能なことから, 用いた解析方法の妥当性を検証するために, 詳細な実験を行う必要がある。ここでは, 実験に使用するエンクロージャモデルと音場の可視化測定方法⁽¹³⁾ について述べる。

3.1 エンクロージャモデル 実験には図 2 に示すように, 開口部として一つの円孔をもつモデル 1 と二つの円孔をもつモデル 2 の 2 種類のモデルを用いる。モデル 2 の構造を図 3 に示す。モデル 1 の構造は,

内部音源としてスピーカを1個のみ用いていることを除けば、モデル2とほぼ同様である。スピーカへの入力信号としては、正弦波および1/3オクターブバンドノイズを用いる。モデル2の場合には、2個のスピーカへの入力信号の位相差および強さを調節できるようになっている。本研究では円孔からの放射音によるモデル周囲の音場を対象としているので、モデル壁面の振動による音の放射をさけるために、内部には鉛シートによるライニングを施すなどの注意を払っている。

3・2 音場の可視化測定方法 各モデル周囲の音場の測定では、モデル側面の円孔の中心を通る水平な測定平面内で、音圧レベル (SPL) 分布の測定を行う。音圧レベル分布を詳細に測定する方法として、本研究では音場の自動可視化方法を用いる。すなわち、3色 (赤, 緑, 黄) の発光ダイオードを1箇所に取り付けた走査マイクロホンにより、測定平面内の音圧レベルを自動的に連続して測定し、5 dB 間隔ごとに3色の発光ダイオードを順次反復点滅させ、音圧レベル分布を光の軌跡としてカラーフィルム上に記録する。このような方法により、5 dB 間隔の音圧レベル分布を詳細に求めることができる。各モデルについての可視化測定は、図4に示すような大きさの4枚の測定平面で行い、それらの結果を合成する。実験はすべて簡易無響室内で行う。

4. 結果および考察

4・1 モデル1の周囲音場 境界要素解が収束するのに必要な要素分割数は、対象とする音の周波数に影響される。分割数が少なすぎると収束性が劣化し、解の精度がわるくなる。モデル1の音場の解析では、対象周波数を315, 500, 800 Hz, 1.6 kHz および2 kHz とし、要素分割数を72, 244, 500 および1068の4とおりに設定することにより、解の収束性を検討した。図5に要素分割モデルの例として、分割数244と1068の場合を示す。図5ではモデルの対称性を考慮して、その4半分の要素分割を示した。他の場合の分割

モデルもこれに準じており、円孔部は4個の三角形要素でモデル化している。計算では、モデルの各面は剛壁面とし法線方向の粒子速度を零としている。また、解析結果と測定結果との対応を検討するために、円孔部の粒子速度は任意に1 m/s とし、円孔の正面20 mm の点での音圧レベルの測定値を参照値として用いて、音圧レベル分布の計算を行った。

周波数 f が 315 Hz の純音によるモデル周囲の音圧レベル分布の可視化測定結果と要素分割数 244 の場合の計算結果を図6に示す。これらの結果は全体的にかなりよく一致している。この場合の波長は 1.08 m でモデルの寸法より大きいので、モデルの側面および背面領域への回折の影響が大きいたことがよくわかる。315 Hz では 244 の要素分割で十分な収束解が得られ、要素数 500 の分割モデルを用いても同じ結果が得られる。分割数の相異による影響を調べるために、要素数

図3 モデル2の構造

図2 2種類のエンクロージャモデル

図4 可視化測定平面

を72としたときの計算結果を図7に示す。この場合のモデル各面の分割は、正面と側面をそれぞれ32、裏面を8分割としているが、分割が十分でなく、モデルの境界面近傍で音圧のばらつきがみられる。いずれの分割モデルと周波数の関係においても、要素数が不足していると、解の収束性がわるく、境界面に沿った近傍では音圧のばらつきが顕著となり、全体的な音圧レベル分布の精度も、要素数を十分にとった場合に比べわるくなる。図7の場合には波長が大きいいため、境界面近傍を除けば、この程度の分割でも図6(b)とよく一致した結果が得られている。検討した範囲では、周波数が500 Hzと800 Hzの場合には500要素、1.6 kHzと2 kHzの場合には1068要素を用いることにより、十分収束した結果が得られている。

次に、中心周波数 f_c が2 kHzの1/3オクターブバンドノイズによる音圧レベル分布の可視化測定結果と計算結果を図8に示す。計算には、図5に示した1068要素の分割モデルを用いた。中心周波数に対する波長が17 cmとかなり小さく、モデルの各エッジによる複雑な回折の影響がみられるが、計算結果は測定結果とよく一致している。計算に使用する周波数としては中心周波数を用いているために、計算結果では測定結果と比較して、それぞれの等音圧レベル分布が実際よりも明りょうに現れている。しかし、このように中心周波数を用いた計算でも、十分妥当な結果が得られることがわかる。

4・2 モデル2の周囲音場 二つのスピーカからの放射パワーが若干異なるようにスピーカ入力を調節し、中心周波数500 Hzの1/3オクターブバンドノイズを同位相で入力したときの、音圧レベル分布の可視化測定結果と計算結果を図9に示す。モデル1の計算では、500 Hzに対しては500要素の分割モデルで十分収束した結果が得られることから、モデル2では寸

法が若干大きくなっていることを考慮して、図10に示した552要素の分割モデルを用いた。図10ではモデル上下の対称性から半分の分割を示した。二つの円孔

(a) 可視化測定結果

(b) 計算結果 (244 要素)

図6 モデル1の周囲の音圧レベル分布 ($f=315$ Hz)

図5 モデル1の境界要素分割モデルの例

図7 要素分割が不十分な場合の計算結果 (72 要素)

上での粒子速度は次のようにして決定した。

二つの円孔 A, B の中心軸上 20 mm 離れた各参照点での実効音圧を P_A , P_B とし、音圧レベルを各々 L_{PA} , L_{PB} とする。このとき、次の関係が成り立つ。

$$\Delta L_P = L_{PA} - L_{PB} = 20 \log_{10} \frac{P_A}{P_B} \quad \dots\dots\dots (13)$$

円孔のごく近傍では放射される直接波に比べ、他の円孔からの回折波の影響は小さく無視できるものとする。各参照点での音圧は、それぞれの円孔位置の粒子速度 v_{nA} , v_{nB} に比例すると考えられる。したがって、この関係と式(13)とから、次式が得られる。

$$v_{nA} = 10^{\Delta L_P/20} \cdot v_{nB} \quad \dots\dots\dots (14)$$

図 9 の場合、各参照点での音圧レベルの測定値は、 $L_{PA}=110$ dB, $L_{PB}=108$ dB となるので、任意に $v_{nB}=1$ m/s とすると式(14)から、 $v_{nA}=1.259$ m/s となる。

図 9 (b) の計算ではこれらの粒子速度の値を用い、また L_{PA} の値を参照値として用いた。図 9 から、このよ

うにして計算された音圧レベル分布は測定結果とよく一致していることがわかる。この場合には、二つの円孔からの放射音が同位相であるので、それぞれの円孔から等距離となるエンクロージャの対角線近傍では、

(a) 可視化測定結果

(a) 可視化測定結果

(b) 計算結果 (552 要素)

図 9 モデル 2 の周囲の音圧レベル分布 ($f_c=500$ Hz)

(b) 計算結果 (1068 要素)

図 8 モデル 1 の周囲の音圧レベル分布 ($f_c=2$ kHz)

図 10 モデル 2 の境界要素分割モデル

音圧レベルが大きくなっているのがわかる。

最後に、以上の解析で対象とした周波数について述べる。ここで扱ったような外部音場の問題では、ある周波数に対して式(10)の係数マトリックスがともに特異となり、解が一意に定まらなくなる。このような周波数は、対象とした問題の内部領域で、境界条件 $\phi=0$ を与える内部 Dirichlet 問題の固有周波数となっていることが証明されている⁽⁵⁾。用いたエンクロージャモデルのような直方体構造の場合には、この固有周波数 f_n は次式(15)によって表されることが知られている⁽¹⁴⁾。すなわち、3辺の長さを L_x, L_y, L_z とし、 n_x, n_y, n_z を任意の整数とすると

$$f_n = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{n_x}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{n_z}{L_z}\right)^2} \dots\dots\dots (15)$$

このように固有周波数が既知であることから、本研究では、あらかじめ固有周波数とその近傍をさけた周波数を対象とした。

5. 結 言

1個および2個の円孔をもつ2種類のエンクロージャモデルについて、円孔からの放射音によるモデル周囲の音場を対象に、BEMによる三次元解析と音場の可視化方法による詳細な測定を行い、境界要素の分割数の相異による解の収束性と解析方法の妥当性について検討を行った。得られた結果は以下のように要約される。

(1) エンクロージャ周囲の音場は、周波数によって放射、回折および干渉の状態が複雑に変化するが、周波数に対して適切な境界要素分割モデルを用いた三次元解析により、このような音場の音圧レベル分布を

詳細に求めることができた。計算結果は測定結果とよく一致している。

(2) 要素分割数が少なすぎて解の収束性が不十分だと、境界面近傍で音圧の値のばらつきが顕著になる。

(3) 二つの円孔をもつモデルの解析では、境界条件としての各円孔部の粒子速度を求める方法を示した。この方法を用いた音圧レベル分布の計算結果は測定結果とよく一致している。

(4) 1/3オクターブバンドノイズの場合、BEMの計算では、中心周波数を用いた純音に対する計算を行っているため、測定される実際の音場よりも、等音圧レベル分布の変化が明りょうに現れる。しかし、全体としては、測定結果とよく一致した計算結果が得られる。

文 献

- (1) 加川, 開領域問題のための有限/境界要素法, (昭58), 50, サイエンス社.
- (2) Chen, L. H. and Schweikert, D. G., *J. Acoust. Soc. Am.*, 35-10, (1963), 1626.
- (3) Meyer, W. L., ほか3名, *J. Sound Vib.*, 59-2 (1978), 245.
- (4) Chertock, G., *J. Acoust. Soc. Am.*, 36-7 (1964), 1305.
- (5) Schenck, H. A., *J. Acoust. Soc. Am.*, 44-1 (1968), 41.
- (6) Burton, A. J. and Miller, G. F., *Proc. R. Soc. London. A*, 323 (1971), 201.
- (7) 田中・増田, 機論, 53-486, C (昭62), 387.
- (8) Copley, L. G., *J. Acoust. Soc. Am.*, 41-4 (1967), 807.
- (9) 西田・藤塚, 機論, 52-479, C (昭61), 1937.
- (10) 沖津・ほか2名, 機論, 51-472, C (昭60), 3363.
- (11) 伊藤・ほか2名, 機論, 53-487, C (昭62), 703.
- (12) Pierce, A. D., *Acoustics*, (1981), 177, McGraw-Hill.
- (13) 西田・丸山, 機論, 51-461, C (昭60), 223.
- (14) Pierce, A. D., *Acoustics*, (1981), 286, McGraw-Hill.