立体静定トラス形高多自由度アームの運動と振動*

瀬口靖幸^{*1}, 田中正夫^{*1}, 山口智久^{*2}
笹部幸博^{*3}, 辻英男^{*4}

Dynamic Analysis of Truss-Type Flexible Arm

Yasuyuki SEGUCHI, Masao TANAKA, Tomohisa YAMAGUCHI,
Yukihiro SASABE, and Hideo TSUJI

The geometrical configurations of statically determinate trusses having the same topology but different lengths of members are not the same. This suggests that the truss structure may work as a flexible arm by changing the length of each member actively, and a highly multiple degree of freedom may be obtained by regarding each member as one degree of freedom. The scope of this paper is to establish the fundamental idea and the formulae to describe the dynamic motion of the truss-type arm system. The incremental relationship for kinematic motion is described first, and then the equation of motions are established in the context of an extended matrix structural analysis based on the Lagrangean approach, since the kinematic degrees of freedom are identical to that of its structural deformation. Some numerical simulations are demonstrated with respect to the kinematic and elastic motion of the arm.

Key Words: Dynamics, Kinematics, Robot Arm, Flexibility, Truss, Multiple Degrees of Freedom, Finite Element Method, Simulation

1. 緒言

従来、アームの形態には人間の腕の形態を模したものが多く、特に工業用アームにおいてはそれが顕著であり、多関節形が一つの中核をなしている。これに対して、SPINE⁽¹⁾のように、人間のせき柱の形態を模したものが提案され、実用化されている。これは、Coiffetがいうように、それを単に適応的・自律的ツール⁽²⁾の一つであると考えれば、自然なことである。著者らもこのような立場から立体静定トラス構造を高多自由度アームとして発展させることを提案してきた^{(3)~(5)}。これは、トラスの各部材の長さを能動的に変化させることによりアームとして利用しようとするものである。これらは宇宙構造物の関連で提案された三浦らの適応構造物⁽⁶⁾と、名取らの展開構造物⁽⁷⁾の発展形という意味で同じ出発点に立つものであるといえる。

ここでは、トラス形アームの機構学的ならびに動力

学的運動の解析について報告する。これは、このトラス形アームの機構学的運動と構造的変形を統一的に扱うものであり、はん用的にインプリメント可能なマトリックス形の手法となっている。

2. トラス形アームと機構学的運動

2.1 トラス形アームの構成 ここで取り上げるトラス形アームは、図1に示すような構成となっている。アームの最小構成要素は、図1(a)に示すような四面体トラスで、ここではモジュールと呼ぶことにする。これを図1(b)に示すように3個重ねたものをユニットと呼ぶ。トラス形アームはこのユニットを積み重ねたものとなっている。ユニットが三角柱状をなすとき、このアームは図1(c)のような直立したマスト形状となる。モジュールの底面は下方のモジュールにより定まり、モジュール頂点の位置は、頂点につながる3本の部材の長さにより一意的に定まる。

2.2 機構学的運動の記述

2.2.1 モジュールの運動 トラス形アームの機構学的運動を導く準備として、モジュールの運動学的挙動について考える。図1(a)に示すように、任意のモジュール j において、底面の3節点 $j, j+1, j+2$ の位置 X_j, X_{j+1}, X_{j+2} が与えられたときの、部材 $k, k+1,$

* 昭和62年7月15日 第24回シンポジウムにおいて講演、原稿受付 昭和62年8月31日。

^{*1} 正員、大阪大学基礎工学部 (〒560 豊中市待兼山町1-1)。

^{*2} 学生員、大阪大学大学院。

^{*3} 准員、住友金属工業(株) (〒640 和歌山市湊1850)。

^{*4} (株)トーヨーリンクス (〒140 東京都品川区東品川3-13-6)。

$k+2$ の長さ l_k, l_{k+1}, l_{k+2} と頂点 $j+3$ の位置 X_{j+3} との幾何学的関係は次のようになる。

$$l_{k+i}^2 = (X_{j+3} - X_{j+i})^T (X_{j+3} - X_{j+i}) \quad [i=0, 1, 2 \quad k=3(j-1)+1] \quad \dots\dots\dots (1)$$

この両辺を全微分し、マトリックス表示すると、次式となる。

$$dX_{j+3} = A_j dL_j + B_j dX_{Bj} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ただし、

$$\begin{aligned} L_j &= [l_k \quad l_{k+1} \quad l_{k+2}]^T, \quad X_{Bj} = [X_j^T \quad X_{j+1}^T \quad X_{j+2}^T]^T \\ A_j &= \begin{bmatrix} (X_{j+3} - X_j)^T / l_k \\ (X_{j+3} - X_{j+1})^T / l_{k+1} \\ (X_{j+3} - X_{j+2})^T / l_{k+2} \end{bmatrix}^{-1} \\ B_j &= \begin{bmatrix} (X_{j+3} - X_j)^T \\ (X_{j+3} - X_{j+1})^T \\ (X_{j+3} - X_{j+2})^T \end{bmatrix} \\ &\times \begin{bmatrix} X_{j+3}^T - X_j^T & 0 & 0 \\ 0 & X_{j+3}^T - X_{j+1}^T & 0 \\ 0 & 0 & X_{j+3}^T - X_{j+2}^T \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

右辺第 1, 2 項はそれぞれ、モジュール j の 3 本の部材 $k, k+1, k+2$ の部材長変化 dL_j 、および底面の節点位置変化 dX_{Bj} が頂点位置 dX_{j+3} に及ぼす影響を表している。

2・2・2 節点の運動 アームを構成するモジュール j の運動は、それより先端側の節点位置に影響を及ぼす。ここで、モジュール j の運動によって姿勢が変化するのはモジュール $j+1, j+2$ のみであり、それより先端側のモジュールについては、その姿勢を保ったまま位置を移動するだけである。そこで、モジュール j の運動が節点 r に及ぼす影響を明らかにするために、図 2 に示す $j+3, j+4, j+5$ の 3 節点を底面とし、節点 r を頂点とする仮想的モジュール v を導入すると、これは部材長変化のないモジュールとして扱える。このモジュール v について、式(2)と同様な関係より次式を得る。

$$dX_{rj} = B_v dX_{Bv} \quad dX_{Bv} = [dX_{j+3}^T \quad dX_{j+4}^T \quad dX_{j+5}^T]^T \quad \dots\dots\dots (4)$$

また、モジュール $j, j+1, j+2$ についても、式(2)より次の関係が成立している。

$$\begin{aligned} dX_{j+5} &= B_{j+2} dX_{B(j+2)}, \quad dX_{B(j+2)} = [0 \quad dX_{j+3}^T \quad dX_{j+4}^T]^T \\ dX_{j+4} &= B_{j+1} dX_{B(j+1)}, \quad dX_{B(j+1)} = [0 \quad 0 \quad dX_{j+3}^T]^T \\ dX_{j+3} &= A_j dL_j \quad \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

式(5)を式(4)に逐次代入することにより、モジュール j の 3 本の部材長 L_j と節点 r の位置 X_{rj} の間の次のような微分関係式が得られる。

$$dX_{rj} = J_{rj} dL_j \quad (j=1, \dots, r-3) \quad \dots\dots\dots (6)$$

また、アーム全体の運動に対する節点 r の微小移動 dX_r は、モジュール 1 から $r-3$ までの姿勢変化によるものの和として次のように表される。

$$dX_r = \sum_{j=1}^{r-3} J_{rj} dL_j = J_r dL \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 $dL = [dL_1, \dots, dL_r, \dots, dL_n]^T$ はアームの部材長ベクトル、 n はモジュール数である。これにより、節点 r の機構的運動を記述する微分関係式が得られた。式(7)をすべての節点についてまとめると、トラス形アームの機構的運動のヤコビアン表現となる。

$$dX = J_r dL \quad dX = [dX_1^T, \dots, dX_r^T, \dots, dX_n^T]^T \quad \dots\dots\dots (8)$$

2・2・3 アームの運動 アームの作業ベクトルとして、図 3 に示すように、アーム最上面の三角形の図心 p の位置 X_p と、外向き法線 $\nu = \overrightarrow{pp'}$ を考える。このとき、点 p および p' を頂点とする仮想モジュールを考えることにより、作業ベクトル $w = [X_p \quad \nu]$ と部材長ベクトル L との間の微分関係を、次のようなヤコビアン表現として得ることができる。

$$dw = \begin{bmatrix} dX_p \\ d\nu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_p \\ J_{p'} - J_p \end{bmatrix} dL = J dw \quad \dots\dots\dots (9)$$

部材長の座標系 L から作業ベクトルの座標系 w への逆変換は、一般化逆行列 $(\quad)^{-}$ を用いて、

$$dL = J^{-} dw \quad \dots\dots\dots (10)$$

図 1 トラス形アームの構成

と書ける。一般化逆行列として、疑似逆行列⁽⁶⁾を用いると、与えられた作業ベクトル dw に対して、部材長変化 dL のユークリッドノルムを最小となるような、部材長変化が得られることになる。

3. 動力学解析

静定トラス形アームの動力学的解析を行う場合、その構造的側面に着目し、マトリックス構造解析法を拡張した取扱いを行うのが妥当であろう。以下にそれに基づく定式化を示す。

3・1 ラグランジアンによる定式化 アームを構成する各部材を、一様な質量分布をもち軸力のみが作用するトラス部材としてモデル化する。部材 k の長さを l_k 、質量を μ_k 、弾性係数を E_k 、断面積を a_k とする。また、節点 j の変位 d_j は、部材の機構的伸縮による変位 X_j と、部材の弾性変形による変位 u_j の和として表される。

$$d_j = X_j + u_j \quad \dots\dots\dots (11)$$

このとき、部材 k の運動エネルギー T_k 、ひずみエネルギー U_k 、ポテンシャルエネルギー P_k は、その部材の両端の節点 a, b の位置および速度を用いてそれぞれ次のように表される。

$$\begin{aligned} T_k &= \frac{1}{2} \dot{d}_k^T m_k \dot{d}_k & U_k &= \frac{1}{2} u_k^T k_k u_k \\ P_k &= d_k^T f_k \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (12)$$

ただし、

$$\begin{aligned} d_k &= [d_a^T \ d_b^T]^T & u_k &= [u_a^T \ u_b^T]^T \\ f_k &= [0 \ 0 \ \mu_k g/2 \ 0 \ 0 \ \mu_k g/2]^T \\ m_k &= \begin{bmatrix} \mu_k I_3/3 & \mu_k I_3/6 \\ \mu_k I_3/6 & \mu_k I_3/3 \end{bmatrix} \\ k_k &= t_k^T \begin{bmatrix} \frac{E_k a_k}{l_k} & -\frac{E_k a_k}{l_k} \\ -\frac{E_k a_k}{l_k} & \frac{E_k a_k}{l_k} \end{bmatrix} t_k \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (13)$$

図2 仮想モジュール

ここで、 m_k, k_k は 6×6 の質量行列、剛性行列であり、 2×6 行列 t_k は部材軸方向から全体座標系への変換行列である。また、 $(\dot{})$ は時間微分を示す。

アーム全体の運動エネルギー T 、ひずみエネルギー U 、ポテンシャルエネルギー P は、各部材のそれの和として表され、通常のマトリックス構造解析の手順により構成される全体質量行列 M 、剛性行列 K を用いて次のように書ける。

$$\left. \begin{aligned} T &= \sum T_k = \frac{1}{2} \dot{d}^T M \dot{d} \\ U &= \sum U_k = \frac{1}{2} u^T K u \\ P &= \sum P_k = d^T f \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (14)$$

ただし、 d, u は全体系での節点変位ベクトル、弾性変位ベクトルである。これらのエネルギーを用いて、アームのラグランジ関数

$$\mathcal{L} = T - U + P + A \quad \dots\dots\dots (15)$$

が得られる。ここで、 A は部材の機構的伸縮のために取付けられたアクチュエータのなす仕事を表すものとする。これより、アームの運動方程式は、ハミルトンの原理により、次に示すオイラー・ラグランジ方程式として表される。

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}} \right] - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q} = 0 \quad \dots\dots\dots (16)$$

ここで、 q は一般化座標であり、解析目的に応じて選択される。

3・2 運動方程式 ここでは、もっとも一般的な場合である弾性体運動モデルに対する運動方程式を導き、その特別な場合として機構運動モデル、すなわち、部材の弾性変形を考慮しない機構的運動のモデル、および、弾性体振動モデル、すなわち機構的運動がない場合の弾性体としての振動モデルに対する運動の方程式を示す。

3・2・1 弾性体運動モデル アームを構成する各部材を弾性体としてとらえ、その弾性変形をも考慮する場合、一般化座標として節点の全変位 d および機構変位 X をとるのが適当である。この場合の運動方程式は次式のように表される。

図3 作業ベクトル

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{d}}}\right) + \frac{\partial U}{\partial \mathbf{d}} - \frac{\partial P}{\partial \mathbf{d}} = 0 \quad (17\cdot\text{a})$$

$$\frac{\partial U}{\partial \mathbf{X}} = \frac{\partial A}{\partial \mathbf{X}} \quad (17\cdot\text{b})$$

すなわち、具体的に示すと次式となる。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{d}} + \mathbf{K}\mathbf{u} - \mathbf{f} = 0 \quad (18\cdot\text{a})$$

$$\frac{1}{2}\mathbf{u}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \mathbf{X}} \mathbf{u} - \mathbf{K}\mathbf{u} = \frac{\partial A}{\partial \mathbf{X}} \quad (18\cdot\text{b})$$

式(18・b)の右辺は、アクチュエータによって各節点に与えられる力を表す。また、節点の機構変位 $\mathbf{X}$ に代えて部材長 $\mathbf{L}$ をとるとき、式(17・a)、(17・b)は次のように置き換えられる。

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{d}}}\right) + \frac{\partial U}{\partial \mathbf{d}} - \frac{\partial P}{\partial \mathbf{d}} = 0 \quad (17\cdot\text{a})'$$

$$\frac{\partial U}{\partial \mathbf{L}} = \frac{\partial A}{\partial \mathbf{L}} \quad (17\cdot\text{b})'$$

式(17・a)'は、式(17・a)に等しい。式(17・b)'は式(8)で定義したヤコビアン $\mathbf{J}_x$ を用いて次のように表される。

$$\frac{1}{2}\mathbf{J}_x^T \left(\mathbf{u}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \mathbf{X}} \mathbf{u} \right) - \mathbf{J}_x^T \mathbf{K}\mathbf{u} = \frac{\partial A}{\partial \mathbf{L}} \quad (18\cdot\text{b})'$$

ここで、式(18・b)'の右辺はアクチュエータによる駆動力を表している。

3・2・2 機構運動モデル ここでは、アーム部材の弾性変形を考えないので、一般化座標として機構変位 $\mathbf{X}$ のみとなり、この場合の運動方程式は次のように書き表される。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} - \mathbf{f} = \frac{\partial A}{\partial \mathbf{X}} \quad (19)$$

3・2・3 弾性体振動モデル アームが機構的運動を停止した後の動的挙動のような場合については、一

般化座標として弾性変位 $\mathbf{u}$ のみが選択可能であり、弾性体振動モデルの方程式は次式で表される。すなわち、

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (20)$$

となる。これは、マトリックス構造解析法における振動の方程式そのものである。

4. 運動・振動シミュレーション

4・1 機構学的運動 アームの機構的運動解析はアームの姿勢変化を増分過程と考えて行う。各増分における作業ベクトルの変化 $d\mathbf{w}$ が与えられたとき、式(9)に示されるヤコビアン $\mathbf{J}$ を、現在の姿勢 $\mathbf{L}$ に対して構成する。この一般化逆行列を求めることで、式(10)の関係より $d\mathbf{w}$ に対応する部材長変化 $d\mathbf{L}$ が求められる。これを現在の姿勢 $\mathbf{L}$ に加えることで新たな姿勢が得られる。これはまた、次の増分における現在の姿勢として用いられる。

図4(a)に示すような、6ユニット、54自由度を有するアームを考える。機構運動例として、直立状態の初期姿勢の作業ベクトル $(0[m], 0[m], 6[m], 0, 0, 1)$ から、最終作業ベクトル $(1[m], 0[m], 4[m], \sqrt{3}/2, 0, 1/2)$ まで線形に変化させる直線軌道を与え、その x, z 軸方向の速度を図5(a)に示すような台形パターンで与えた場合の運動例を図4に示す。なお、増分ステップ数は30である。図4(a)～(d)は、それぞれ時刻 $t=0, 0.1, 0.2, 0.3$ s、増分ステップでいうと0, 10, 20, 30における姿勢を示したものである。このとき式(9)の逆関係には式(10)に示した一般化行列のうち疑似逆行列を

図4 アームの運動例

用いているので、各増分において部材長変化の二乗和を最小とする姿勢変化がとられている。

4.2 動力学的運動 弾性体運動解析の手順の概略は以下のとおりである。機構学的運動解析により、各節点の位置、速度、加速度が求められる。この位置 d 、加速度 $\ddot{d}$ を式(17・a)、(17・b)に用いることにより、各節点の弾性変位、およびアクチュエータがなすべき仕事求められる。また、機構的運動停止後の振動については、式(20)を直接積分することで解析する。ここでは、Wilsonの θ 法を用い、初期条件としては、弾性体運動解析の最終状態を採用する。

先の6ユニットのアームに対してこれを適用した例を示す。各部材の質量 μ は4 kg、剛性 Ea は50 MNとした。運動の軌道および速度パターンは先の場合と同じである。このときの、先端のモジュール18の頂点21の x 軸方向の位置、速度ならびに加速度を図6に示す。またこのとき、節点21に作用すべき力を図7に、

図5 アームの先端の速度パターン

図7 節点21の節点力

モジュール18の頂点と低面を結ぶ3本の部材52, 53, 54の軸力を図8に示す。図6~8において、時刻 $t=0 \sim 0.3$ sは式(18)に対応する運動を、 $t=0.3 \sim 0.4$ sは式(20)に対応する残留振動を表している。なお、数値積分における時間刻みは0.001 sである。また、図9には、最終停止姿勢〔図9(a)〕と、 $t=0.3 \sim 0.4$ sでの振動の様子〔図9(b)〕を示す。図9中、破線の輪郭は $t=0.3$ における姿勢を、細い実線は左側稜線の $t=0.3 \sim 0.4$ における位置を示している。

図5(a)の台形速度パターンでのシミュレーション(図6~9)は、弾性変形が比較的大きくなるように状況設定したものであった。図5(b)に示すような、加加速

図6 節点21の x 方向の運動と振動
(台形速度パターンの場合)

図8 部材軸方向の力(モジュール18)

図 9 最終姿勢と振動中の変形姿勢

(台形速度パターン, 弾性変位は 10 倍して表示)

図 10 節点 21 の x 方向の運動と振動
(加加速度最小速度パターンの場合)

度の二乗和が最小となるような速度パターン⁽⁹⁾を与えた場合の節点 21 の運動を図 10 に示す。図 6 に比べて、 $t=0.3\sim 0.4$ における振動がほとんど発生しない様子がシミュレートできている。また、図 11 には、直立した初期姿勢および最終姿勢に対して、式(20)のモデルに基づいて求めた、固有振動モードを示しておく。

5. 結 言

立体静定トラス構造を、高自由度柔軟ロボットアームとして発展させるための機構学的運動解析、ならびに動力学解析の基礎理論について述べた。示された理論は、アームの運動記述については、一般的かつ包括的であり、動力学解析においては、マトリックス構造解析の拡張となっていて、記述が簡単なうえ、はん用性があり、今後この種の高自由度アームの解析の一つの定形となりうるものと考えている。

本論文の主題はアームの運動と振動に関する方法論

図 11 アームの振動モード

を述べることであったが、最後に機構の実現について若干触れておく。まず、多くの部材が集中するジョイントの部分と部材長を変化させる方法について、前者では著者らのもの⁽¹⁰⁾、宇宙構造物の試作⁽¹¹⁾、米国のもの⁽¹²⁾など試験的にはすでに稼働しているものがある。後者についてはテレスコピックな機構が実現容易であり、宇宙構造物関連では試作されたものがあるし、著者らも現在試作中である。さらに他の重要な問題として制御と運動計画の問題があり、今後の課題となろう。なお、本研究は、昭和 61 年度文部省科学研究費(一般研究(B) 60460082)の助成を受けた。記して感謝する。

文 献

- (1) Drazda, T. H., *Manuf. Eng.*, **93-3** (1984), 100-112.
- (2) Coiffet, P., *Robot Technol.*, **1** (1983), Chap. 1.3, Prentice Hall.
- (3) 瀬口・ほか 2 名, 機講論, No. 854-4 (昭 60-3), 104-106.
- (4) Seguchi, Y., ほか 4 名, *Proc. Jpn-USA FA Symp.*, (1986), 251-259.
- (5) 瀬口・ほか 2 名, 36 回応力抄録集, (昭 61), 165-166.
- (6) 三浦・古谷, 27 回構造強度講演集, (昭 60), 58-61.
- (7) 名取・ほか 2 名, 26 回構造強度講演集, (昭 59), 304-307.
- (8) ラオ, ミトラ, (渋谷・田辺訳), 一般逆行列とその応用, (昭 48), 3 章, 東京図書.
- (9) 池田・ほか 2 名, 2 回 FA シンポジウム講演集, (昭 60), 37-40.
- (10) 瀬口・ほか 2 名, 10 回ロボットおよび応用システムシンポジウム論文集, (昭 61), 104-109.
- (11) 山本・ほか 4 名, 29 回宇宙科学技術連合講演集, (昭 60).
- (12) Mikulas, M. M. Jr., and Crawford, R. F. *United State Patent* = 4557097, (1985).

討 論

〔質問〕 吉 川 恒 夫〔京都大学工学部〕

(1) 付図1のような構造もあると思われるが、貴論文で考察されている構造との優劣はどうか。また付図1の構造に対しても貴論文の手法は適用できるか。

(2) 作業ベクトルとしてアーム最先端三角形の図心位置と法線方向のみを考え、法線まわりの回転角を考えておられないようだが、特に理由があるのか。

〔回答〕 (1) 付図1の構造は、斜め部材の配置に方向性があるが、この幾何を付図2のように若干変化させると、対称性がみられるようになる。三浦らはこの対称性に注目し、横部材のみを伸縮可能とした構造を可変立体トラスと呼び、これについての考察を行っている⁽⁶⁾(付1)。この構造は八面体トラスを構成単位とするが、本論文で採用したヘリカルマスト形の構造は四面体トラスを構成単位としており、基本単位がより小さなものとなっている。このユニット(図1)には、付図1のような明確な方向性もないが、対称性もみられない。構造的な方向性は、機構として利用した場合、可動性の方向性を意味するが、トラス形アームのような高多自由度システムでは、これに起因する短所を補うに十分な自由度が存在する。また、この方向性を利用して、例えば、より剛な姿勢を実現することなども可能である。したがって、本論文で採用した構造とご指摘の構造の間には、明確な優劣は存在しないと考えられる。

付図 1

付図 2 可変立体トラスの基本構成要素である八面体トラスの基本姿勢

本論文の手法は、構造的に静定なものをその適用範囲としており、ご指摘の構造もこれに含まれる。この場合は、四面体モジュールの3部材について記述した式(1)の関係が、八面体トラスの9部材についてのものに置き換えられることになる点にのみ注意すれば、同様の議論が成立することになる。

(2) 法線まわりの回転角も含めるほうが一般的と考えるが、論文中では、アーム先端を構成する3部材をも自由度に入れているので、運動とともに三角形の形も変化し、法線まわりの回転の意味があいまいとなることより、これを作業ベクトルに含めていない。しかしながら、このような回転を考えることは容易であり、その概略を以下に示しておく。

付図3に示すように、アーム先端座標系 C_T を Z_T 軸が法線方向、 X_T 軸が節点 $n+2$ から $n+3$ 方向となるように、三角形の重心に置き、先端三角形の部材長は不変とする。アーム直立状態では、システム座標系 C と先端座標系 C_T^0 は並行移動の差しかない。このときの C_T^0 と第 i ステップでのそれ C_T^i との間の座標変換は、並進 $T=(T_{xT}, T_{yT}, T_{zT})$ と軸まわりの回転 $\theta=(\theta_{xT}, \theta_{yT}, \theta_{zT})$ を用いて次式で表される。

$$X^i = T^i + R(\theta^i)X^0$$

$$R(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_{xT} & \sin \theta_{xT} \\ 0 & -\sin \theta_{xT} & \cos \theta_{xT} \end{bmatrix}$$

付図 3 システム座標系 C とアーム先端座標系 C_T

(付1) Miura, K. ほか2名, Acta Astronautica, 12-7/8, (1985), 599-607.

$$\begin{aligned} & \times \begin{bmatrix} \cos \theta_{yT} & 0 & -\sin \theta_{yT} \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta_{yT} & 0 & \cos \theta_{yT} \end{bmatrix} \\ & \times \begin{bmatrix} \cos \theta_{zT} & \sin \theta_{zT} & 0 \\ -\sin \theta_{zT} & \cos \theta_{zT} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

この増分関係は,

$$dX^i = dT^i + X^0 [\partial R(\theta^i) / \partial \theta] d\theta$$

であるから, 先端三角形の3節点の座標, X_{n+1} , X_{n+2} , X_{n+3} と先端座標の並進・回転ベクトルとの間には, 次の増分関係が成立する.

$$\begin{bmatrix} dX_{n+1}^i \\ dX_{n+2}^i \\ dX_{n+3}^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_3 & X_{n+1}^0 (\partial R(\theta^i) / \partial \theta) \\ I_3 & X_{n+2}^0 (\partial R(\theta^i) / \partial \theta) \\ I_3 & X_{n+3}^0 (\partial R(\theta^i) / \partial \theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dT \\ d\theta \end{bmatrix}$$

本文式(7)の関係を用いれば, 上式左辺は, 部材長増分 dL を用いて書き表される.

$$\begin{bmatrix} dX_{n+1}^i \\ dX_{n+2}^i \\ dX_{n+3}^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{n+1} \\ J_{n+2} \\ J_{n+3} \end{bmatrix} dL$$

したがって, 外部作業ベクトルとして, 先端座標 C_T の並進と回転, すなわち $[T^T, \theta^T]^T$ を用いても, 本文と同じ文脈の中で議論を進めることができる.

54 巻 501 号, C 編 (昭 63-5) 正誤表

執筆者名	ページ	欄	行	誤	正
土井雅博ほか	1062	英文概要	6	compliance	compliance