表面絞り形ジャーナル空気軸受のホワール安定性解析*

林 岡*¹, 青山 藤詞郎*², 稲崎 一郎*²

Instability Analysis of Groove Compensated Journal Air Bearings

Gang LIN, Tojiro AOYAMA, and Ichiro INASAKI

The whirl instability of groove compensated journal air bearing is analyzed. The finite element method is used to obtain the numerical solution of the Reynolds equation and the computer simulation method is used to obtain the locus of the shaft center after a step displacement disturbance. From the shaft loci, the effects of various design parameters on the stability of the bearings are discussed.

Key Words: Whirl Instability, Simulation, FEM, Air Bearing, Groove Compensated Air Bearing

1. 序 言

表面絞り形ジャーナル空気軸受は、図1に示されるように、軸受、あるいは軸の表面に数十 μm 程度の極めて浅い溝を加工し、これによって、絞り効果を与えようとする形式の軸受である。軸受すきまの寸法に対して剛性が最大となる最適な絞り特性が存在するが、表面絞り形の場合は、絞り溝の深さによって、その特性を調節することが可能であり、比較的軸受すきまの狭い高精度形軸受用の絞りとして有効である。

表面絞り形ジャーナル空気軸受を設計するには、まず、その負荷特性ならびに安定性をあらかじめ知る必要がある。そのために、著者らは有限要素法を用いて、その静特性を明らかにした⁽¹⁾。また、軸に外力を加えたときの動的な応答特性もこれまでに検討されている⁽²⁾⁽³⁾。しかし、従来の研究のほとんどにおいて、軸は回転していないか、あるいは低速に回転していると仮定されており、まして、この形式の軸受の安定性問

題に対しては、検討がほとんど行われていないのが現状である。そこで本研究では、有限要素法を用いて、高速回転中の軸のホワール安定性を解析する計算機シミュレーションプログラムを開発することを目的とした。

なお、従来から空気軸受のホワール安定性に対する研究が多く行われているが、それらの研究においては解析を行うために軸受の形状、動作条件などに多くの仮定を与えており、軸受の各設計要素が安定性に及ぼす影響を詳細に検討することが困難である。これに対して本研究では、複雑な形状を有する軸受の解析に有利な有限要素法を用いることによって、軸受の各設計要素が軸受の安定性に及ぼす影響を明らかにする手法

図1 表面絞り形ジャーナル空気軸受の形状

* 昭和63年4月1日 第65期通常総会講演会において講演、原稿受付 昭和62年10月5日。

*¹ 正員、慶應義塾大学訪問研究員(中国、陝西、西安、西安交通大学)。

*² 正員、慶應義塾大学理工学部(〒223 横浜市港北区日吉3-14-1)。

を開発することができた。

2. 主 な 記 号

- b_g : 絞り溝幅
 $B_g = nb_g / (D\pi)$
 D : 軸受直径
 e : 軸偏心率
 h : 軸受すきま
 h_0 : 平均すきま
 $H = h/h_0$
 h_g : 絞り溝深さ
 $H_g = h_g/h_0$
 L : 軸受長さ
 l_g : 絞り溝長さ
 $L_g = 2l_g / (L - b_f)$
 n : 絞り溝数
 p : 圧力
 $P = p/p_a$
 p_a : 大気圧
 p_s : 給気圧
 P_s, P_a : 無次元境界条件 (給気圧と大気圧)
 R : 軸受半径
 t : 時間
 $T = \omega_2 t$
 x : 軸受面上の座標
 $X = x/R$
 y : 軸受面上の座標
 $Y = 2y/L$
 ω_1 : 軸の回転角速度
 ω_2 : 円振動数
 $\varepsilon = e/h_0$: 軸偏心率
 μ : 空気の粘性係数
 ρ : 空気の密度
 Λ : ベアリングナンバー $= \frac{6\mu\omega_1}{p_a} \left(\frac{R}{h_0} \right)^2$
 σ : スクィーズナンバー $= \frac{12\mu\omega_2}{p_a} \left(\frac{R}{h_0} \right)^2$

3. シミュレーションの方法

軸受すきま内の空気流を支配するレイノルズ方程式の無次元表示は次のとおりである。

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(H^3 P \frac{\partial P}{\partial X} \right) + \left(\frac{D}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial Y} \left(H^3 P \frac{\partial P}{\partial Y} \right) = \Lambda \frac{\partial(PH)}{\partial X} + \sigma \frac{\partial(PH)}{\partial T} \quad (1)$$

これは非線形の偏微分方程式であり、その一般的な理論解を得ることは不可能である。しかし、著者らに

よって、式(1)をガラキン法で離散化すれば、その数値解を有限要素法を通して得られることが明らかにされている⁽¹⁾⁽²⁾。

軸を剛体と仮定すると、軸の運動を表す運動方程式は次のとおりである。

$$m \frac{d^2 e}{dt^2} = F \quad (2)$$

式(2)中の F は軸に作用している力の合力 (軸に外力が作用していないとすれば、この力は潤滑膜の圧力の合力となる)、 m は軸の質量、 e は軸心の運動を表す座標、 t は時間である。

式(1)と式(2)によって、軸の運動が決定される。したがって、軸の動的な挙動は、式(1)と式(2)を各時刻に対して解くことによって計算機シミュレートすることができる⁽⁴⁾。本研究では、このようなシミュレーション法によって軸の運動軌跡を解析し、得られた軌跡によって軸受の安定性を検討する。なお、本研究に用いた数値解析方法の信頼性については、すでに実験値との比較によって確認されている⁽⁵⁾。

本論文では、ステップ応答法のシミュレーションによって軸受の安定性を解析している。すなわち、軸をその平衡点から少しずらした位置より自由振動させて、その軌跡を求めて、安定性を解析する。

具体的なシミュレーションの手順は次のとおりである。

- (1) 境界条件を与え、平衡位置の負荷容量 (軸受反力) を方程式(1)より求める。
- (2) 軸に外乱として微小な変位を与える。
- (3) 変位を与えた後の圧力分布と負荷容量を方程式(1)より求める。
- (4) 手順(2)で微小変位を与えるのに要した外力を取り除く。
- (5) このときの軸受反力と実際の軸受負荷間の差より方程式(2)から微小時間 (サンプリングタイム) 後の軸変位量と速度を求める。
- (6) 微小時間後の新たな位置における軸受の圧力分布と負荷容量を方程式(1)より求める。
- (7) 以上の手順(5)と手順(6)の計算を繰返し、これによって、軸心の軌跡が求められる。実際にこの繰返し計算は、あらかじめ設定されたサンプリング数で打ち切られる。

図2にこの計算の流れを示す。

なお、この形式の軸受の絞り溝は、軸表面に加工されるほうが容易であるが、計算上ではこれが軸受側にあると仮定している。

4. ホワール現象の解析例

表面絞り形ジャーナル空気軸受は、他の絞り形式を有するジャーナル軸受と同じように高速回転で使用されると、ホワールと呼ばれるふれまわり自励振動を起こして安定性を失うことが予想される。この現象によって軸受の最高回転速度が制限される。

σ と Λ の表示式を式(1)に代入すると、式(1)は次

のように書きなおすことができる。

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(H^3 P \frac{\partial P}{\partial X} \right) + \left(\frac{D}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial Y} \left(H^3 P \frac{\partial P}{\partial Y} \right) = \Lambda \left\{ \frac{\partial(PH)}{\partial X} + 2 \frac{\omega_2}{\omega_1} \frac{\partial(PH)}{\partial T} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 ω_1 は軸の回転速度で、 ω_2 は軸受系の固有振動数である。式中の両 ω の比は軸受の安定性を決定するうえで最も重要なパラメータである。この値が約 0.5 になる時軸受が臨界状態になり、それ以下に小さくなれば軸受が不安定になることが過去の他の軸受に関する多くの研究結果によって指摘されている（例えば文献^{(6)~(10)}）。本研究では、なるべく一定の ω 比の下で軸受の安定性を評価するために、静的な平衡状態では軸の偏心率がないものと仮定している。なお、軸に与えるステップ状の外乱変位は平均すきまの 14.14 %（偏心率とその直角方向にそれぞれ 10 % ずつ）である。

図 3 に、回転速度を表すベアリングナンバー Λ の変化に対する軸心の応答軌跡の変化を示す。図 3 の半径方向が軸の偏心率の変化を示し、円周方向は軸心の偏心する方向を表している。明らかに回転速度が速いほど、軸心が外乱を受ける前の平衡位置に戻りにくくなる。つまり、軸受の安定性が回転速度の増大とともに悪くなることが示されている。

すでに述べたように、軸受の安定性に最も重要な影響を与えるのは ω 比である。図 4 の計算例においてこれが示されている。この例では、ホワール振動が発生したとき、軸の質量を軽くすると、一定の回転速度に対する ω 比が大きくなり安定性が大きく改善されている。

このように、本シミュレーションプログラムによる表面絞り形ジャーナル空気軸受の計算結果は、ジャー

図 2 シミュレーションの流れ図

— 図 3 回転速度が異なる軸の軸心軌跡

図 4 質量の異なる軸の軸心軌跡

図 5 絞り溝幅の異なる軸受の軸心の軌跡

図 6 絞り溝幅と深さとも異なる軸受の軸心の軌跡

ナル軸受一般に生じるホワール現象とその傾向が良く一致している。次に表面絞り形ジャーナル空気軸受の各設計要素が軸受の安定性に与える影響を調べた。

図5に絞り溝の幅比が0.1から0.3に変化した際の軸受の安定性を解析した計算例を示す。絞り溝が広くなるに従って、軸受の剛性が低くなっている。よって、一定速度における ω 比も小さくなり、安定性がわずかながら悪くなることがわかる。

図5の場合よりも、さらに回転速度を下げ、軸心が時間の経過とともに平衡位置に戻るようになった軌跡が図6に示されている。ここでは軸受の ω 比をなるべく一定にして、ホワール安定性に対する絞り溝形状の影響だけを明らかにするために、絞り溝の深さも同時に調整した。すなわち、溝幅が広くなるにつれ、徐々に溝が浅くなっていて、その値はそれぞれ0.0215, 0.0165, 0.0135 mmである。この結果、三つの軸受の

軸の軌跡はほとんど変わっていない。図6より、同程度の ω 比を持つ軸受は絞り溝幅と深さの違いによる安定性の違いがほとんど認められないことがわかる。

図7は溝の数を多くしたときの軌跡の変化例である。この範囲内では、軸受の剛性がほとんど変わっていないので、一定の回転速度の下では三者の ω 比もほぼ同じである。しかし、ホワール運動にはある程度の差が見られ、溝数が多くなると、発散の速度がやや遅くなるようである。これは、溝数の増加によって静圧の影響が強められ、よってホワール振動の原因となる動圧による作用力の割合が小さくなったためと考えられる。

給気圧力の変化に対する軸軌跡の変化を図8に示す。ここでは、一定の ω 比の下で安定性の比較を行うために、回転数を一定としたときに軸の質量を変化させている。従来の検討⁽²⁾により、すでに給気圧力が高

図7 溝数の異なる軸受の軸心の軌跡

図8 給気圧力の異なる軸受の軸心の軌跡

図 9 長径比の異なる軸受の軸心の軌跡

くなるほど軸受の負荷特性に対する回転運動の影響が小さくなることがわかっている。よって、高い給気圧力が与えられた軸受の ω 比が少々落ちたにもかかわらず、その軌跡は給気圧力の低い軸受より良い安定性を示している。

軸受の長径比の影響を示したのが図 9 である。なるべく同程度の ω 比で検討を行うために、軸の質量も相応に調整した。この例においては、長径比が 1 以上になると軸受が不安定になっている。短い軸受の ω 比は小さくなっているが、軸受の長さが短いほど回転による動圧の影響が小さくなるので、安定性が高くなるものと考えられる。

5. ホワール振動の発生を防ぐ設計指針

以上の結果をまとめると、表面絞り形ジャーナル空気軸受のホワール安定性を高めるための設計指針が以下のように提案される。

- (1) 剛性をなるべく高く、軸をなるべく軽くする。これにより、 ω 比が大きくなり、ホワールの安定限界値が高められる。
- (2) ω 比が同じであれば、絞り溝の深さと幅の違いによる安定性の差はほとんど認められないが、 ω 比を大きくするために、溝幅と深さを剛性が最大になるようにすべきである。
- (3) 軸受の給気圧力を高くし、絞り溝の数を多くする。

- (4) 軸受の長径比を小さくする。

6. 結 論

本研究では有限要素法を利用して表面絞り形ジャーナル空気軸受の軸心の運動軌跡を求める計算機シミュレーションを行った。これにより、従来の解析方法では詳しく調べられなかった軸受の各設計要素が安定性に及ぼす影響を明らかにすることができた。得られた結果を通し、軸受のホワール安定性を高める設計指針を提案した。

文 献

- (1) 林・青山・稲崎, 精密工学会誌, 53-4 (昭 62), 619.
- (2) LIN, G., AOYAMA, T. and INASAKI, I., *Proceedings of International Conference on Rotordynamics*, 1986, Tokyo, (1986), 49, IFTOMM Jap. Soc. Mech. Eng.
- (3) 矢部・森・ほか 2 名, 機論, 51-472, C (昭 60), 3275.
- (4) LIN, G., AOYAMA, T. and INASAKI, I., *Proc First World Congress Comput Mechanics*, (1986), TCC. 3. 120, Austin Texas U. S. A.
- (5) LIN, G., AOYAMA, T. and INASAKI, I., *Proc Int Conf Comput Mech*, 1986, Tokyo, (1986), VII-169, Springer-Verlag Pub.
- (6) Richardson, H. H., *Trans. ASME*, 80 (1958), 1503.
- (7) Ausman, J. S., *Trans. ASME*, Ser. D, 83-2 (1961), 188.
- (8) Rentzepis, G. M. and Sternlicht, B., *Trans. ASME*, Ser. D, 84 (1962), 521.
- (9) Ausman, J. S., *Trans. ASME*, Ser. D, 85 (1963), 611.
- (10) Pan, C. H. T. and Sternlicht, B., *Trans. ASME*, Ser. D, 86 (1964), 321.