能動的機械要素を有する構造物の制振・制御* (磁気軸受による弾性軸の制振問題)

雫 本 信 哉^{*1}, 背 戸 一 登^{*2}
長 松 昭 男^{*3}, 金 光 陽 一^{*4}

Vibration Control of the Structure with an Active Mechanical Component (Study on Vibration Control of a Flexible Shaft by a Magnetic Bearing)

Shinya KIJIMOTO, Kazuto SETO,
Akio NAGAMATSU, and Youichi KANEMITSU

For attaining rotatory high speed in actual rotating machinery, it is necessary to control many critical speeds, that is, many resonances of the machinery, using an active control bearing system. This paper investigates a design method of the active control bearing system consists of a magnetic bearing and its controller. The essence of this method is to design the controller based on the transfer function of whole structure which include flexible shaft and casing obtained by using both methods of substructure synthesis and modal analysis. In order to get suitable transfer function for controlling resonances, therefore, it becomes easy to determine the desired structure through modification of a substructure optionally. In this paper, the effectiveness of this design method indicated by theoretical approach, will be demonstrated through experiments.

Key Words: Vibration, Vibration Control, Magnetic Bearing, Flexible Shaft, Substructure Synthesis, Modal Analysis

1. 緒 言

最近の機械には、小形化、軽量化、省エネルギー化が求められる一方で、高速、高精度化など、いわゆる高性能化がますます要求されるようになってきている。その結果、主要な機能要素として制御系を内蔵する機械が一般的になってきているが、現状では機械構造設計と、制御系設計の間の連携は、ほとんどとられておらず、したがって、制御しにくい動特性の構造なるがゆえに、必要以上に複雑な制御系構成となったり、その逆に、簡単な制御系の適正配置によって解決できる問題を無理に構造変更によって解決しようとする事例がしばしば見受けられる。

このことは、振動解析が最近になって非常に高度化し、機械構造物の動特性が精度良く詳細にわかるようになってきた⁽¹⁾にもかかわらず、その結果を制御系設計に生かす手段がよくわかっていないためと思われる。言うまでもなく、振動解析法と制御系設計法を分

離して設計を行っていても、機械の高精度化は図れるものではない。今後は、両者を一体化した設計法の確立が不可欠である⁽²⁾と思われる。

そこで、本報では振動解析と制御系設計を一体化して扱える手法を提案する。この手法は、部分構造合成法⁽³⁾や伝達マトリックス法によって構造物の振動応答を解析した後、モード解析法を用いて制御力の作用する点と測定点間の伝達関数を求めておき、別に求めた制御系の伝達関数と合成して閉ループ系を構成し、制御理論を応用して制御系を設計するものである。この方法では、機械構造をいくつかの部分構造物に分けて解析し、その結果をつないで構造物全体の動特性を知ることができるので、あたかも制御工学におけるブロック線図の結合に類似している。したがって、制御しやすい構造を作るための設計変更も容易であり、構造系と制御系の一体化した最適設計も可能である。

本報では、磁気軸受と弾性軸、ケーシングからなる機械構造物の制振、制御問題にこの手法を応用し有用性を検証する。

2. 磁気軸受と弾性軸を有する 構造体の制振問題

磁気軸受は、潤滑剤を必要としないので真空中での

* 昭和62年7月17日 第24回シンポジウムにおいて講演。
原稿受付 昭和62年9月8日。

^{*1} 学生員、東京工業大学大学院 (〒152 東京都目黒区大岡山2-12-1)。

^{*2} 正員、防衛大学校 (〒239 横須賀市走水1-10-20)。

^{*3} 正員、東京工業大学工学部。

^{*4} 正員、荏原総合研究所 (〒251 藤沢市藤沢4720)。

運転が可能、完全非接触が実現できるので低騒音、超高速回転が可能、能動形であるので軸受剛性が可変であるなどの優れた特性を持っており、最近注目されている能動機能要素である。しかし、磁気軸受によって弾性ロータを超高速回転させるには振動制御の問題の解決が不可欠である。すなわち、磁気軸受を支えるケーシングとこのロータから成る構造系は、超高速に至る過程で多くの危険速度を有しており、完全非接触のままでこれを安定に通過できるようにするには、構造系の制振問題を避けて通れない。したがって、構造系の振動解析によって、磁気軸受による制振、制御を容易ならしめることは大変重要である。

この問題は、制御系を内蔵する機械の高性能化を達成するうえで、構造系の振動解析と制御系設計の一体化が要求される格好な題材と言えよう。そこで、まず本報では、弾性軸の振動を磁気軸受によって制振する問題を取り上げて、構造系と制御系の一体化設計を可能にする方法について考察する。

2・1 対象とする構造体 本報において、対象とする構造体の略図を図1に示す。この構造体は、フランジ付きケーシング2個と、弾性軸、磁気軸受、変位センサ、付加質量などで構成されている。弾性軸の下端は球面軸受によって支えられ、回転は行えない構造になっている。ケーシングには、60 mm 間隔で磁極およびセンサ固定用ねじ穴があり、磁気軸受、センサの位置を変えて実験が行えるようになっている。また弾性軸とケーシングの先端には、付加質量を取付けることができる。

このような構造にすることで、構造体の振動解析結果に基づき磁気軸受の配置場所が任意に選べる。またケーシングや弾性軸の、長さの比率を直径に対して十分に大きく取ってあるので、低い周波数に多くの固有振動数が存在する。そのため、回転軸が超高速に至る過程で示すと思われる振動が低周波数で実現できる。さらに、回転形と異なり、実験中の危険性がないので細部にわたって振動特性を調べることができる。このように、本装置は磁気軸受による弾性ロータの制振、制御問題を基礎的に調べるために具備すべき機能を有する構造体となっている。

2・2 モデル化と伝達関数 構造系と制御系を一体化して扱えるように、図1の構造体を図2のようにモデル化する。ここで、磁気軸受は基礎から高さ L_1 の所に配置されており、ケーシングと弾性軸には、磁気軸受で発生した制御力 f が同時に作用すると考える。 x_1 , x_2 は高さ L_2 に取り付けられたセンサ位置での弾性軸とケーシングの絶対変位を表す。この x_1 と x_2 の

差を非接触形変位センサにより測定し、それにしたがって制御力 f が作られる。通常、磁気軸受と変位センサは、同一点に取付けられないので、このように L_1 と L_2 を分けて考える。

図2において、弾性軸およびケーシングに作用する制御力 f と、センサ取付点の変位 x_1 , x_2 の間の関係を次のように定義する。

$$\frac{x_1}{f_d - f} = G_1(s) \quad \text{..... (1)}$$

$$\frac{x_2}{f} = G_2(s) \quad \text{..... (2)}$$

ここに、 $G_1(s)$ ：弾性軸の伝達関数

$G_2(s)$ ：ケーシングの伝達関数

また、弾性軸とケーシングの相対変位 $x = x_1 - x_2$ と制御力 f の間の関数も次のように定義する。

$$\frac{f}{x} = G_c(s) \quad \text{..... (3)}$$

ここに、 $G_c(s)$ ：磁気軸受を含む制御系の伝達関数

この式(1)～(3)の関係をブロック線図で表現すると図3のようになる。さらに、制御理論が適用できるように、単位フィードバックループによって整理した

図1 対象とする構造体

図2 モデル化

ブロック線図を図4に示す。ただし、

$$G_t(s) = G_1(s) + G_2(s) \dots\dots\dots (4)$$

であり、構造系全体の伝達関数を表す。また、

$$G(s) = G_c(s)G_t(s) \dots\dots\dots (5)$$

とすれば、 $G(s)$ は開ループ伝達関数を表す。このようなブロック線図で表されていれば、根軌跡法などの制御理論を用いて制御系の設計が可能になる。

2.3 モード解析と伝達関数 図3に示すブロック線図を表すには、構造系の伝達関数 G_1 , G_2 が求められていなければならない。本報では、モード解析を応用してこれらの伝達関数を決定する。モード解析では、減衰を無視した構造体の a 点に加振力 F_a が作用したことによる b 点の応答振幅 x_b は、次のような伝達関数で表される。

$$\frac{X_b}{F_a}(\omega) = \sum \frac{\phi_r}{m_r(\Omega_r^2 - \omega^2)} - \frac{1}{M\omega^2} \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 m_r ： r 次のモード質量

 Ω_r : r 次の固有振動数 ϕ_r : r 次の固有モード

M ：剩餘質量

一方，制御理論で扱う伝達関数の一般形は次のように表される。

$$G(s) = \frac{(s^m + d_1 s^{m-1} + \dots + d_m)}{\prod(s + P_i) \prod(s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2)} \dots\dots (7)$$

したがって、 $s=j\omega$ によって両式を対応させればモ-

図 3 ブロック線図表示

図 4 単位フィードバックによるブロック線図表示

図 5 弾性軸の要素分割

ト解析によって得られた伝達関数を制御理論で扱う伝達関数に変換することができる。一般に構造系の内部減衰は極めて小さいため、ここで扱う制振問題は、構造系の共振ピークを磁気軸受によっていかに制御するかということになる。

3. 構造系の理論解析

ここでは、図1に示した構造系の弾性軸、ケーシングについて振動解析とモード解析をすることで、各々の伝達関数を求め、構造系全体の伝達関数を導く。

3・1 弾性軸 弾性軸を図5のように、要素分割し、伝達マトリックス法により、点 P_0 を単純支持の条件のもとで、磁気軸受設置点 P_f を加振することによる振動解析を行う。

図6は、点P₄で求めたコンプライアンスである。1 000 Hzまでの範囲で、一次固有振動数が75 Hz、二次が264 Hz、三次が580 Hzにある。また、これらの固有振動数におけるモード形を図7に示す。この図によって、磁気軸受位置とセンサ位置を考察してみよう。

まず、点 P_1 を磁気軸受の設置点にしたときのこと

図 6 弾性軸の伝達関数

図 7 弾性軸のモード形

を考える。センサ位置は点 P_1 に近いことが望ましいので、最寄りの点 P_2 に選ぶ。この場合、点 P_2 は一次モードの節であるから、このモードの観測はできないことになる。また、点 P_1 は二次モードの節に近いから、このモードの制御は不可能に近い。

次に軸受の設置点を点 P_2 に移した場合を考える。この場合は点 P_2 は一次モードの節上にあるので、一次モードの制御が不可能である。

さらに、軸受の設置点を点 P_f に移すと、どのモードに対しても制御力が及ぶことがわかる。しかも、二次と三次のモードは腹に近い。このことは制御力ももっとも効果的に生かされることを意味しており、この点 P_f が磁気軸受の最良な設置場所に近いことがわかる。次に、センサ位置について考える。この点は、各モードで制御力と同相で変位が観測できる点に選ばなければならないという理由から、最寄りの点 P_4 に選ぶ。例えば、これを点 P_5 に選んだとすれば、三次モードだけが、測定の方角と制御力の向きが逆になっており、一次、二次モードを制御するとこのモードの共振点は逆に生長し不安定になる。

このようにモード解析は、能動要素やセンサの配置に重要な情報をもたらす。図6は、この点 P_f に対する点 P_4 の応答のコンプライアンスである。これより、500 Hz 以下で伝達関数を表すと

$$G_1(s) = \frac{K_1(s^2 + \omega_{a1}^2)(s^2 + \omega_{a2}^2)}{Ms^2(s^2 + \omega_{n1}^2)(s^2 + \omega_{n2}^2)} \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 M は軸の剛体モードの剰余質量、 K_1 は式(6)を式(7)に変形したときの係数であり、式(8)の各係数は、

図8 ケーシング

$$M = 5.29 \text{ kg}, \quad K_1 = 2.68$$

$$\omega_{n1} = 75 \times 2\pi (\text{rad/s}), \quad \omega_{n2} = 264 \times 2\pi (\text{rad/s})$$

$$\omega_{a1} = 65 \times 2\pi (\text{rad/s}), \quad \omega_{a2} = 187 \times 2\pi (\text{rad/s})$$

と求まる。

3.2 ケーシング 図8(a)に示す形状のケーシングを上下二つに分けそれぞれを図8(b)のように三角形要素で88節点、160要素に有限要素分割し、区分モード合成法により振動解析する。境界条件はケーシング2の下部フランジを固定(フランジの周上8点)、ケーシング1と2の境界条件は完全固定で計算する。

図9は、弾性軸の点 P_f に相当する点 P_f を加振し、点 P_1 で測定したコンプライアンスを示す。この結果より、500 Hz までの近似伝達関数 G_2 は、

$$G_2(s) = \frac{k_2}{s^2 + \omega_{nc}^2} \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで、 ω_{nc} はケーシングの一次の固有振動数、 k_2 は、式(6)の ϕ_r/m_r に相当し、次の値を有している。

$$\omega_{nc} = 85 \times 2\pi (\text{rad/s})$$

$$k_2 = 2.85 \times 10^{-2} (\text{1/kg})$$

3.3 構造系の伝達関数 以上のようにして、弾性軸とケーシングの伝達関数が求まったならば、構造系全体の伝達関数は、それぞれの伝達関数の和として次のように求まる。

$$G_2(s) = G_1(s) + G_2(s) = \frac{a_6 s^6 + a_4 s^4 + a_2 s^2 + a_0}{Ms^2(s^2 + \omega_{n1}^2)(s^2 + \omega_{n2}^2)(s^2 + \omega_{nc}^2)} \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここに、

$$a_6 = k_1 + k_2 M = 2.82$$

$$a_4 = k_1(\omega_{a1}^2 + \omega_{a2}^2 + \omega_{nc}^2)$$

$$+ k_2 M(\omega_{n1}^2 + \omega_{n2}^2) = 5.34 \times 10^6$$

$$a_2 = k_1(\omega_{a1}^2 \omega_{a2}^2 + \omega_{a2}^2 \omega_{nc}^2 + \omega_{nc}^2 \omega_{a1}^2)$$

$$+ k_2 M \omega_{n1}^2 \omega_{n2}^2 = 1.88 \times 10^{12}$$

$$a_0 = k_1 \omega_{a1}^2 \omega_{a2}^2 \omega_{nc}^2 = 1.74 \times 10^{17}$$

である。そこで、式(10)の分子を因数分解して

図9 ケーシングの伝達関数

$$G_t(s) = \frac{a_6(s^2 + \omega_{z1}^2)(s^2 + \omega_{z2}^2)(s^2 + \omega_{z3}^2)}{Ms^2(s^2 + \omega_{n1}^2)(s^2 + \omega_{n2}^2)(s^2 + \omega_{nc}^2)} \quad \dots\dots\dots(11)$$

と表す。ただし、分子の反共振周波数は、

$$\omega_{z1} = 63 \times 2\pi, \omega_{z2} = 83 \times 2\pi, \omega_{z3} = 193 \times 2\pi (\text{rad/s})$$

である。この伝達関数を、ボード線図によって表すと、図 10 のようになる。磁気軸受によって、この 3 個の共振ピークを抑制する制御系を設計するのが次の課題である。

4. 制御系の伝達関数と設計

4.1 磁気軸受の構造と特性 図 11 に本報で用いた吸引形磁気軸受の構造と模式図を示す。これは積層けい素鋼より成るロータとステータで構成されている。ステータに巻かれたコイルに電流を流すことによって、吸引力を発生させる。磁気軸受の磁極とロータ間の距離を ε 、コイルに流す電流を i とすれば、吸引力は

$$F = ki^2 \varepsilon^{-\sigma} \quad \dots\dots\dots(12)$$

と表される⁽⁴⁾。ここで、 k 、 ρ 、 σ は磁極の特性から定まる定数である。左右の磁極に等しい一定電流を流しておき、軸が ε だけ変位したときの復元力 f との関係求めて図 12 に示す。このように中立位置付近では、

復元力と変位の関係は、右下がりとなっており、

$$f_s = k_s \varepsilon \quad (k_s < 0) \quad \dots\dots\dots(13)$$

上式のように負のばねの定数を持っていることがわかる。したがって、このままでは弾性軸を中立位置に保つことができないので、センサの信号に基づく能動的吸引力を作る。すなわち、ケーシングと弾性軸の間の相対変位 ε に比例する能動的な力を次のように与える。

$$f_a = k_a \varepsilon \quad (k_a > 0) \quad \dots\dots\dots(14)$$

ここに、 f_a は能動的磁気力、 k_a は比例定数である。

磁気軸受には、これらの合力を発生させるようにすれば、その合力は

$$\begin{aligned} f &= f_s + f_a \\ &= (k_s + k_a) \varepsilon \\ &= k_m \varepsilon \quad \dots\dots\dots(15) \end{aligned}$$

となり、 $k_s + k_a > 0$ ならば $k_m > 0$ となるので、正のばね定数を持つことになり、吸引形磁気軸受として機能する。

4.2 制御系の伝達関数 構造系の伝達関数は式 (11) に、磁気軸受のそれは、式 (15) のように定まったが、これらの伝達関数には減衰項が含まれていないので、フィードバック系を構成したとき安定性が保てない。したがって、このような系には安定性を保つための補償回路が必要である。

そこで、本報では、磁気軸受と補償回路からなる制御系の伝達関数 G_c を次のように定義する。

$$G_c(s) = k_c G_h(s) \quad \dots\dots\dots(16)$$

ここに、 $k_c = k_m \cdot k_h$ は制御系のゲイン定数、 G_h は補償回路の伝達関数(ゲイン = 1)、 k_h は補償回路のゲイン定数である。

4.3 根軌跡法による安定解析と設計 根軌跡は、 s 平面上におかれた開ループ伝達関数の極がループゲインの増加とともに移動する軌跡を描いたものであ

図 10 構造物の伝達関数

図 11 磁気軸受

図 12 軸変位と復元力の関係

る。したがって構造系と制御系の極と零点を s 平面上に配置して、ループゲインの変化による根軌跡を調べることは、構造系と制御系の対応を調べるうえに大変に分かりやすく⁽⁵⁾、見通しの良いものである。根軌跡法は、構造系と制御系の一体化設計に適した制御系設計法の一つと言えよう。

そこで、構造系と制御系からなる次のような開ループ伝達関数について、

$$G(s) = \frac{K(s^2 + \omega_{z1}^2)(s^2 + \omega_{z2}^2)(s^2 + \omega_{z3}^2)}{s^2(s^2 + \omega_{n1}^2)(s^2 + \omega_{n2}^2)(s^2 + \omega_{nc}^2)} G_h(s) \quad \dots\dots\dots (17)$$

ループゲイン $K = k_c \cdot a_s / M$ を変化させて補償回路の違いによる安定解析を行ってみよう。

4・3・1 位相進み補償 まず始めに、安定性改善のためによく用いられる次のような位相進み補償による根軌跡を図 13 に示す。

$$G_h(s) = \frac{\alpha Ts + 1}{Ts + 1} \quad \dots\dots\dots (18)$$

ここで、

$$\alpha = 6, \quad T = 1/(120 \times 2\pi)(s)$$

が与えられている。このように位相進み補償によって、各根軌跡は左半面に引き込まれ、安定性が改善されるといえども、原点から遠い虚軸上の極に対しては、あまり効果が期待できない。

4・3・2 ノッチフィルタによる補償 ノッチフィルタの伝達関数を次に示す。

$$G_h(s) = \frac{s^2 + 2\zeta_2\omega_n s + \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta_1\omega_n s + \omega_n^2} \quad \dots\dots\dots (19)$$

原点から遠い根の安定性を改善するために、

$$\omega_n = 300 \times 2\pi(\text{rad/s}), \quad \zeta_1 = 1, \quad \zeta_2 = 0.2$$

とした伝達関数を加えた根軌跡を図 14 に示す。この場合は、ノッチフィルタの極の影響によって、かえって中間にある根軌跡が、不安定になっている。そこで、この根軌跡も左半面にあるようにするために、さらに位相進みを 1 段加えた根軌跡を図 15 に示す。すべての根軌跡は、左半面に引き戻されて安定性が改善されることがわかる。このように、 s 平面上では、構造系全体の振動特性を見渡しながらか制御系を設計できる。

5. 実験結果

実験は、図 1 に示す構造体に図 16 に示す制御系が組み込まれて行われた。増幅部は電流帰還によって入力電圧と出力電流が 2 kHz 程度まで比例するように製作されている。

図 17 は、磁気軸受設置部加振により、センサ取付位置で変位測定された弾性軸のコンプライアンスを計算

と実験により比較したものである。両者の傾向はよく一致している。同様に、図 18 に比較されたケーシングについても、両者の傾向はよく一致している。

図 19 に根軌跡法に基づいて設計制作された補償回

図 13 位相進み補償のある場合の根軌跡

図 14 ノッチフィルタのある場合の根軌跡

図 15 ノッチフィルタと位相進み二段の場合

図 16 制御系の構成

図 17 弾性軸の周波数応答

図 18 ケーシングの周波数応答

路を実験装置に組み込んで周波数応答を測定した結果を示す。補償回路は、ノッチフィルタと2段の位相進み回路からなっている。この実験結果は図15に示した根軌跡の結果とよく対応しており、ループゲインを増加させて軸受剛性を高めても、高次の振動モードまでよく制振されていることがわかる。

6. 結 言

本報で得られた結論を列挙すると次のようになる。

- (1) 制御系の設計と構造系の設計、解析を一体化して同時に行うことの重要性を述べ、その方法を提示し

図 19 実験装置の周波数応答

た。(2) 磁気軸受を含む倒立振り子形の柔軟な実験装置を設計し、提案した方法に従って制御系の設計を行った。(3) 設計した制御系を装置に組み込み、実験を行い実験と計算値のよい一致をみたことから、ここに提案した方法の有用性を検証することができた。

今後は、現代制御理論の適用、制御性のよい構造を得るための構造最適設計を進めることによって、高速回転軸へと発展させていきたい。

文 献

- (1) 長松, モード解析, (昭60), 培風館.
- (2) 背戸・鈴木, 機誌, 89-811(昭61), 635.
- (3) 大熊・長松, 機論, 49-443, c (昭58), 1120.
- (4) 樋口, 生産研究, 37-11(昭60), 469.
- (5) 富成・背戸・ほか2名, サーボ設計論, (昭56), コロナ社.

討 論

〔質問〕 松下 修 己 (㈱日立製作所機械研究所)

- (1) f_d とは何のことか、なぜ必要なのか。
- (2) 図19の入力および出力は何を指しているのか。この周波数応答を求めたとき、図15でフィードバックゲイン K がいくらのときのものか。図19のピーク周波数は図15の根とよく合っているか。
- (3) 厳密にはこの例は colocation ではないが、ほぼ colocation と考えてよさそうである。よって、補償器の特性 $G_h(s)$ はいわゆる軸受の特性を示すので、そのボード線図を図13~15について示していただき

付図 1

付図 2

付図 3

たい。

各周波数ごとの $G_A(j\omega)$ の値は, $G_A(j\omega) = K + j\omega C$ より, 軸受ばね定数 K と減衰定数 C に分解できる。図 14 のとき, 不安定になりやすいとのことであるが, 例えば 75 Hz 付近などで負減衰 $C < 0$ となっているか。ボード線図を軸受特性としてみたとき, 位相遅れによる負減衰性は, 図 14 に比べ図 13, 15 ではどのようにそれが改善されているのか。

〔回答〕 (1) f_d は磁気軸受のロータに作用する外力を想定しており, これには, ロータの不釣り合いによる励振力や制御側から入力される外乱力が想定される。ここでは閉ループ周波数応答を求めるために, 駆動アンプに加える入力電圧に相当する。閉ループ特性を簡単に調べるために, この電圧 (あるいは外乱項) は必要である。

(2) 図 16 に示した誤差検出器への入力電圧が入力で, フィードバック電圧 (ギャップセンサで検出された電圧) が出力である。したがって低周波数領域でのゲイン 0 dB は入力電圧とフィードバック電圧が 1 対 1 の関係にあることを示す。このときのフィードバックゲイン K [式 (17) に示した開ループ伝達関数のループゲイン K] はおよそ 8×10^4 で, この K における図 15 の根は, 456 rad/s (72.6 Hz), 520 rad/s (82.8 Hz), 1700 rad/s (271 Hz) となっており, 図 19 における共振周波数 50, 70, 230 Hz とほぼ対応している。

(3) 図 13~15 に示した根軌跡に対応する補償器のボード線図を付図 1~3 に示す。根軌跡上ではループゲインによって根が変化するので必ずしも補償器の伝達関数における虚数部と根が不安定となる周波数は対応しない。