伝達マトリックス法に基づく実験的音響管路解析の研究*

(第2報, 並列回路モデル化と音源インピーダンスの計測)

西村 正治^{*1}, 深津 智^{*1}, 泉山 和雄^{*1}, 長谷川 素由^{*2}Experimental Acoustic Duct Analysis Based on Transfer Matrix Method
(2nd Report : Parallel Circuit Model and Measurement of Source Impedance)

M. Nishimura, S. Fukatsu, K. Izumiyama and M. Hasegawa

This paper presents a procedure for obtaining the source impedance of fan-duct systems. A new parallel circuit model and the two-load method were introduced for measuring the source impedance. This model could be used to establish the conditions necessary to achieve the precise estimation of the source impedance. Having established the basic relationships of acoustic characteristics, the measurements were employed to check the applicability of the parallel circuit model to source impedance specification. It was recognized that the postulated method provided useful confirmation of the accuracy to be expected. In particular, sound insertion losses of a silencers based on measured source impedance were shown to coincide with the measured values.

Key Words : Acoustic Duct, Source Impedance, Parallel Circuit Model, Insertion Loss.

1. 緒 言

伝達マトリックス法を用いて, 管路内での音の伝ばや共鳴現象を解析する場合, 管路や音源の音響特性をいかに精度良く推定するかが問題となる⁽¹⁾⁽²⁾。そこで, これら音響特性値を計測し, その値に基づいて全体系を解析する実験的音響管路解析手法の確立が望まれる。

管路の音響特性としては, 伝達マトリックス, 音源インピーダンス, 伝搬定数などがあげられる。これらについては, 既に, 減衰を含む一般管路を対象に4マイクロホン法により, 適切な計測ができることが明らかにになっている⁽³⁾。

もう一つの重要な音響特性は音源インピーダンスである。音源インピーダンスは, 管路内の音や, 管路端から放射する音を予測したり, 消音器の減音性能を予測する場合に重要であることは, 広く知られている⁽⁴⁾。しかし, これまでは, 定速度音源や定音圧音源のように, 非常に単純なモデルで解析されており, 実態に合わない場合が多い⁽⁵⁾。そこで, 音源インピーダンスを計測しようとする試みが盛んで, 主な計測方法とし

て, 直接法⁽⁶⁾, 二負荷法⁽⁷⁾, 四負荷法⁽⁸⁾等が提案されている。これらの手法は, 管路を一次元電気回路でモデル化しているため, エンジン, スピーカのように音源が一つの管路につながっている場合には有効である。しかし, ファンのように音源が吸, 排気二つの管路につながる場合は, 一方の管路に対する音源インピーダンスはもう一方の管路の状態によって影響を受けるので, 一次元回路モデルでは音源固有の音源インピーダンスは定まらない。

本報では, 2つの管路につながる音源において, 固有の音源インピーダンスが定まるように, 管路系を並列回路としてモデル化することを提案する。また同モデルの音源インピーダンスは二負荷法で計測でき, その計測値は, 消音器の減音量推定に有効であることが期待できる。

2. 音源および管路のモデル化

2.1 一次元回路モデル エンジンや圧縮機の排気管出口放射音を扱う場合, 音源や管路系は図1に示す一次元電気回路でモデル化される⁽⁹⁾。この場合の放射音響パワー W_e は, 次のように求められる。

$$W_e = |U_e|^2 \operatorname{Re}(Z_r) = \frac{|P_o|^2 \operatorname{Re}(Z_r)}{|Z_o + Z_i|^2 |T_{2,1}(i, e) Z_r + T_{2,2}(i, e)|^2} \quad \text{---(1)}$$

* 昭和63年3月18日 関西支部第63期定時総会講演会において講演, 原稿受付 昭和62年10月7日。

^{*1} 正員, 三菱重工業(株)高砂研究所 (〒676 高砂市荒井町新浜2丁目1-1)。

^{*2} 正員, 姫路工業大学 (〒671-22 姫路市書写2167)。

図1 一次元回路モデル

ここで、 Z_o , Z_i , Z_r はそれぞれ、音源インピーダンス、管路入口から見た管路の負荷インピーダンス、放射インピーダンスを表す。 P_o は音源音圧、 U_e は出口端での体積速度、 $T_{1,1}^{(i,e)}$, $T_{1,2}^{(i,e)}$, $T_{2,1}^{(i,e)}$, $T_{2,2}^{(i,e)}$ は管路系の伝達マトリックス $T^{(i,e)}$ の四端子定数である。また、 $\text{Re}(\cdot)$ はアークメントの実数成分を示す。管路系に消音器を付けた場合の各物理量を'を付けて示すと、消音器の挿入損失 IL は次式で表わされる。

$$IL = 10 \log \frac{W_e}{W_e'} \\ = 10 \log \left[\frac{|Z_o + Z_i'|^2 |T_{2,1}^{(i,e)'} Z_r + T_{2,2}^{(i,e)'}|^2 \text{Re}(Z_r)}{|Z_o + Z_i|^2 |T_{2,1}^{(i,e)} Z_r + T_{2,2}^{(i,e)}|^2 \text{Re}(Z_r')} \right] \quad (2)$$

上式の、 Z_i , Z_i' , Z_r , Z_r' , $T^{(i,e)}$, $T^{(i,e)'}$ は計算または計測できるから⁽³⁾, IL は音響インピーダンス Z_o がわかれば求まる。 Z_o は音源の形状や剛性に影響される。一般に、定速度音源の場合は、 $|Z_o| \gg |Z_i|$ と、定音圧音源の場合は、 $|Z_o| \ll |Z_i|$ とみなされる。しかし、実際の音源はこの中間の特性を持っているので、 IL を精度良く推定するためには、 Z_o を実測する必要がある^{(2),(4),(5)}。

2.2 並列回路モデル 一次元回路モデルをファンのように、吸・排気ダクトに大きく開いた音源に適用する場合、音源インピーダンスは管路の影響を大きく受け、音源固有の値をとらない。しかし、これでは音源のモデル化は難しく、条件ごとに音源インピーダンスを計測する必要がある。

図2 並列回路モデル

そこで、図2に示すように、並列回路にモデル化する。これは、音源の存在する断面で二つの管路（管路Ⅰ、管路Ⅱ）が接続され、音源から見れば、二つの管路を並列回路と見なせるからである。この場合、音源インピーダンスは音源に固有の値となる。音源の断面 i と、各管路への入口断面 iI , iII は同一であるため、電気回路とのアナロジーから次の関係が成立する。

$$P_i = P_{iI} = P_{iII} \quad (3)$$

$$Z_i = \frac{Z_{iI} Z_{iII}}{Z_{iI} + Z_{iII}} \quad (4)$$

$$U_i = U_{iI} \frac{Z_{iI} + Z_{iII}}{Z_{iII}} = U_{iII} \frac{Z_{iI} + Z_{iII}}{Z_{iI}} \quad (5)$$

ここで、添字Ⅰ、Ⅱは、それぞれ管路Ⅰおよび管路Ⅱにおける値を示す。また、音源音圧 P_o は次式のように表わされる。

$$P_o = U_i(Z_o + Z_i) = U_{iI} \left(Z_{iI} + Z_o \frac{Z_{iI} + Z_{iII}}{Z_{iII}} \right) \\ = U_{iII} \left(Z_{iII} + Z_o \frac{Z_{iI} + Z_{iII}}{Z_{iI}} \right) \quad (6)$$

よって、管路Ⅰ、管路Ⅱの出口放射音響パワー W_{eI} , W_{eII} は、それぞれ次のようになる。

$$W_{eI} = \frac{|P_o|^2 \text{Re}(Z_{rI})}{\left| Z_{iI} + Z_o \frac{Z_{iI} + Z_{iII}}{Z_{iII}} \right|^2 \left| T_{2,1}^{(iI,eI)} Z_{rI} + T_{2,2}^{(iI,eI)} \right|^2} \quad (7)$$

$$W_{eII} = \frac{|P_o|^2 \text{Re}(Z_{rII})}{\left| Z_{iII} + Z_o \frac{Z_{iI} + Z_{iII}}{Z_{iI}} \right|^2 \left| T_{2,1}^{(iII,eII)} Z_{rII} + T_{2,2}^{(iII,eII)} \right|^2} \quad (8)$$

式(7)と式(1)を比較すると、管路Ⅰを一次元回路としてモデル化した場合の見かけの音源インピーダンスは

$Z_0(Z_{I1}+Z_{I2})/Z_{I1}$ となり、 Z_0 , Z_{I1} を並列回路とした場合のインピーダンスとはならず、 Z_{I1} の影響も含まれる。

このことは、二つの管路につながれている音源を、見かけ上次元回路として扱うことが無理であること示している。

管路Ⅰ, Ⅱのどちらか一方または両方に消音器を設置した場合、管路端からの放射音に対する挿入損失 IL_1 , IL_2 は、それぞれ式(9), (10)で与えられる。

これらの式から、音源インピーダンス Z_0 が得られれば、出口側の管路特性から IL が求まる。また、仮に管路Ⅰのみ変化し、管路Ⅱに変化が無い場合でも、式(10)の見かけの音源インピーダンスが変化するため、管路Ⅱからの放射音も変化することがわかる。

3. 音源インピーダンスの計測手法

3.1 計測アルゴリズム 音源インピーダンスの計測手法としては、これまで次元回路モデルを対象に、直接法⁴⁾, 二負荷法⁵⁾, 四負荷法⁶⁾等が提案されている。しかし、これらは並列回路モデルに直接適用できず、管路の負荷インピーダンスを別途計測し、補正を加える必要がある。以下、二負荷法を並列回路モデルに適用した場合について述べる。

式(6)を2種類の管路条件('の有無で示す)について適用し、整理すると、次の関係が得られる。

$$Z_0 = -\frac{P_i - P_i'}{Z_i - Z_i'} = -\frac{P_i - P_i'}{\frac{P_i}{Z_{I1}Z_{I2}} - \frac{P_i'}{Z_{I1}'Z_{I2}'}} \quad \text{--- (11)}$$

$$IL_1 = 10 \log \left[\frac{\left| Z_0 \frac{Z_{I1}' + Z_{I2}}{Z_{I1}'} + Z_{I2}' \right|^2 |T_{2,1}(i_1, e_1)' Z_{r1}' + T_{2,2}(i_1, e_1)'|^2 \text{Re}(Z_{r1}')}{\left| Z_0 \frac{Z_{I1} + Z_{I2}}{Z_{I1}} + Z_{I2} \right|^2 |T_{2,1}(i_1, e_1) Z_{r1} + T_{2,2}(i_1, e_1)|^2 \text{Re}(Z_{r1})} \right] \quad \text{--- (9)}$$

$$IL_2 = 10 \log \left[\frac{\left| Z_0 \frac{Z_{I1}' + Z_{I2}}{Z_{I1}'} + Z_{I2}' \right|^2 |T_{2,1}(i_2, e_2)' Z_{r2}' + T_{2,2}(i_2, e_2)'|^2 \text{Re}(Z_{r2}')}{\left| Z_0 \frac{Z_{I1} + Z_{I2}}{Z_{I1}} + Z_{I2} \right|^2 |T_{2,1}(i_2, e_2) Z_{r2} + T_{2,2}(i_2, e_2)|^2 \text{Re}(Z_{r2})} \right] \quad \text{--- (10)}$$

図3 音源インピーダンスの計測フローチャート

つまり、2条件に対して、管路Ⅰ、および管路Ⅱの負荷インピーダンスと管路入口音圧を計測できれば、音源インピーダンスを求めることができる。しかし、 P_i , P_i' は複素音圧として求める必要があり、2条件に対して位相の対応が必要である。そこで、管内音とコヒーレンスがあり、管路条件の違いによって変化しない物理量 P_{00} が存在するなら、式(11)の分母、分子を P_{00} で割ると、次のように伝達関数 $H_{0i}=P_i/P_{00}$, $H_{0i}'=P_i'/P_{00}$ を用いて表現できる。

$$Z_0 = - \frac{\frac{H_{0i}}{Z_{iI}Z_{iII}} - \frac{H_{0i}'}{Z_{iI}'Z_{iII}'}}{\frac{H_{0i}}{Z_{iI}+Z_{iII}} - \frac{H_{0i}'}{Z_{iI}'+Z_{iII}'}} \quad \text{--- (12)}$$

ここで、 H_{0i} , H_{0i}' は式(3)から、 $H_{0iI}(=P_{iI}/P_{00})$, $H_{0iI}'(=P_{iI}'/P_{00})$ や $H_{0iII}(=P_{iII}/P_{00})$, $H_{0iII}'(=P_{iII}'/P_{00})$ と置き換えられる。

以上から P_{00} が存在し、計測可能であれば、 Z_0 が求まることがわかる。 P_{00} としては、スピーカ音源の場合入力端子電圧が、ファン回転音やエンジン爆発音等の回転同期音については、回転パルスやファンケーシングの圧力変動がとられる。ファン広帯域音のようなランダム音については、音圧にコヒーレントで、管路条件の影響を受けない物理量は無く、このままでは Z_0 の計測は難しい。

2種類の管路条件としては、一般に付加管路有無の条件がとられ、付加管路は片側管路だけでも、また両側管路に付けても良い。ただし、付加管路としては、式(12)の分母が0となる周波数が生じないように、減衰のあるダクトが適切であることは前報¹⁾と同様である。

3.2 計測システム 本計測アルゴリズムを実現するための計測フローチャートを図3に示す。実際は配置の都合で、 Z_i を直接計測することが不可能な場合が多い。そこで、直管のように特性既知の管路を隔てた出口側管路に、断面①、③をとり、同断面から出口側を見た音響インピーダンス Z_i , Z_i' , Z_3 , Z_3' および伝達関数 H_{0i} , H_{0i}' , H_{03} , H_{03}' を計測する。これらの結果から直管の特性を補正して、式(12)の計算に必要な Z_{iI} , Z_{iI}' , Z_{iII} , Z_{iII}' , H_{0i} , H_{0i}' を推定する方法をとっている。

図4は具体的な計測システムである。各マイクロホンの信号は、FFT解析器で伝達関数の形に表わされ、コンピュータで演算後、結果がプロッタに表示される。

4. 実験結果

4.1 一次元回路モデルで計測した音源インピーダンス まず一次元回路モデルに二負荷法を適用し、

音源インピーダンスを計測した結果について述べる。

図5は、同一のスピーカ音源に対して、異なった管路条件で音源インピーダンスを計測した結果である。縦軸は、管路の特性インピーダンスで無次元化した、無次元化音源インピーダンス($Z_0/(\rho c/S)$)で表わしている(以下同様)。結果は管路による差は無くほぼ音源固有の値を示しており、妥当な音源インピーダンスが得られている。なお定量的な妥当性については4.3節で検討する。

4.2 並列回路モデルで計測した音源インピーダンス 次に、並列回路モデルに二負荷法を採用し、音源インピーダンスを計測した結果について述べる。

図6は、管路中央にスピーカを設置し、片側に付加管路を付けて計測した結果である。得られた音源インピーダンスは、管路条件が異なってもほぼ類似の結果になっている。しかし、まだ周波数に対して山谷があり、管路の影響を除去しきれていないことがわかる。

図4 計測システム

図5 一次元回路として種々の管路条件で計測した同一スピーカの無次元化音源インピーダンス

図6 並列回路として異なった管路条件で計測した同一スピーカの無次元化音源インピーダンス

この原因は今のところ明確でない。この場合、並列回路モデルの前提である $H_{011} = H_{012}$, $H_{011}' = H_{012}'$ はほぼ成立しているが、その微妙な誤差（平面波形成過程のアンバランス）が影響していることが考えられる。しかし後述のように、これらは挿入損失の予測に悪影響を与えておらず、実用的には十分な精度である。

図7は小形ファンの回転音について音源インピーダンスを求めたものである。この場合、 P_{00} としては翼端ケーシングの圧力変動をとっている。軸流ファン、遠心ファン共ほぼ類似の値で、 $|Z_0/(\rho c/S)|$ は既略1のオーダーである。これはスピーカ音源の場合とも類似である。回転音周波数の間を埋める広帯域ランダム音については、 P_{00} と P_{11} , P_{12} 等とのコヒーレンスが悪く計測できていない。しかし、回転音も広帯域音も、どちらも翼表面が発音源であるから、類似の音源インピーダンスを持つものと考えられる。

4.3 管路の挿入損失予測への適用 上記で計測した音源インピーダンスの妥当性や、並列回路モデルの妥当性を検証するため、管路の挿入損失 (IL) の実測値と予測計算値とを比較してみる。

図8は、音源が管端にある場合のホーンのILについて、実測値と計算値とを比較している。定速度音源 ($Z_0 \rightarrow \infty$) を仮定した場合は、ILの山谷が鋭く出ているが、実測した Z_0 を用いたILの計算値は実測値と非常に良く一致している。このことから、実測した Z_0 の妥当性が確認できる。

図7 並列回路として計測した軸流ファン、遠心ファンの回転音の無次元化音響インピーダンス

図8 ホーンの挿入損失 (一次元回路モデル)

図9は、音源が管路の中央にある場合のホーンのILである。並列回路モデルで計算することにより、ホーンを付けない側も含め、実測値と計算値は良く一致している。この場合も Z_0 に実測値を用いることにより、予測精度が上がっている。なお、このような管路に一次元回路モデルで定速度音源を仮定すると、図に並記するように全く合わなくなり、並列回路モデルが有効であることがわかる。

図10は、軸流ファンに拡張室型サイレンサを設置した場合のILを示している。計算は並列回路モデルで定速度音源を仮定した場合と、スピーカ相当の音源インピーダンスを仮定した場合とで行っている。どちらの場合も妥当な予測結果となっているが、後者の方がス

図9 ホーンの挿入損失 (並列回路モデル)

図10 ファン音源に対する拡張室の挿入損失
実測値と並列回路モデルによる計測値
との比較

パイクが無い分、低周波で実測値とより良く一致している。このことから、前述のように、ファンの音源インピーダンスは、スピーカの音源インピーダンス相当で、 $|Z/(\rho c/S)| \sim 1$ とおくのは妥当と考えられる。

最後に、消音器に適用した結果を図11に示す。ここで予測計算は、並列回路モデルで実測した音源インピーダンスを用い、消音器の伝達マトリックスは、前報で示した4マイクロホン法によって実測した値を用いている。実測値と計算値はかなり良く一致し、本研究の目的である実験的音響管路解析の有効性が十分確認できる。

図11 ファン音源に用いた消音器のIL実測値と
計算値の比較例

5. 結 言

伝達マトリックス法に基づく実験的音響管路解析の研究の一環として、ファンのように音源が吸・排気2つの管路につながっている場合に注目し、そのモデル化と音源インピーダンスの計測手法について検討した。得られた結論は、以下のとおりである。

(1) 音源が2つの管路につながる場合の解析モデルとして、並列回路モデルを提案した。同モデルは管路の影響を受けない、音源固有の音源インピーダンスを決定できる利点があり、かつ、管路の挿入損失を予測する上でも有効である。

(2) 並列回路モデルにおいて音源インピーダンスを計測する手法として、二負荷法を改良した新しい方法を提案し、同手法を用いると妥当な音源インピーダンスが計測できることを確認した。

(3) 管路の挿入損失の予測精度は、計測された音源インピーダンスや管路特性を用いることにより、大巾に向上する。

文 献

- (1) 福田, 奥田, “機械の騒音と対策”, 共立出版 (1971)
- (2) Prasad, M.G., J. Sound and Vib., Vol.114, No.2 (1987)
- (3) 西村・ほか3名, 関西支部第63期定時総会講演会 (1988) で発表予定
- (4) Chung, J.Y. and Blaster, D.A., J. Acoust. Soc. Am. Vol.63 No.3 (1980)
- (5) Doige, A.G. and Alves, H.S., ASME 86-WA/NCA-15 (1986)