動特性を考慮した構造物の最適化方法*

(第1報, 擬似最小二乗法と部分構造合成法の導入)

大熊政明^{*1}, 南平真樹^{*2}
朴錫柱^{*3}, 長松昭男^{*1}

Technique of Structural Dynamic Optimization (1st Report, Use of Mathematical Pseudo Inverse Method and Substructure Synthesis Method)

Masaaki OKUMA, Masaki NANPE, PARK Sok-chu, and Akio NAGAMATSU

In this paper, a new method for structural dynamic modification and a way of combining the new method and the substructure synthesis method are proposed. In most cases of structural dynamic optimization problems, the number of natural frequencies to be modified is generally less than that of the structural modification parameters, for example the finite element thickness, in the structure. Therefore, in the past, these kinds of problems could not be solved practically, in general, or the methods were so complicated that it took too much CPU computer time for the calculations. The new method in this paper can solve the problems using much less calculation time. Furthermore, the efficiency of the analysis can be improved by combining the method's algorithm and the component mode synthesis method, which was proposed by the authors as one of the substructure synthesis methods. After the explanation about the proposed methods, three applications are shown, a cantilever plate, a structure in a character H shape and an actual fly-wheel for automobile engines. The results of these applications show the practical usefulness of the proposed methods.

Key Words: Structural Dynamic Optimization, Vibration Analysis, Pseudo Inverse Method, Substructure Synthesis Method, Sensitivity Analysis, Modal Analysis

1. ま え が き

近年, 計算機援用による振動解析方法が著しい発展を遂げ, 実機の動特性を設計段階で予測することがかなり可能になってきた。また実験モード解析技術の普及により, 実機の動特性を実験的に把握することが容易になってきた。しかし, 仕様や性能の要求を満足する最適形状の設定やトラブル解決のための最適修正方法の決定などの最適化問題は, 数値振動解析の最も苦手とする点であり, これまでは主に技術者の勘や経験を基にしたノウハウによって対応してきた。

最近この問題に対しても計算機援用による一般性のある解決方法の確立が強く望まれている。それに対する試みの一つとして, 質量やばねを付加, 除去あるいは変更することによって固有振動数を目標とする値に一致させる方法⁽¹⁾が開発され, 構造変更シミュレーションと呼ばれている。著者らもこれに関する検討を行い, さらに設計に直接使用できるように, 板厚の最適

修正量を計算できる方法⁽²⁾を示した。

しかしこの方法では, 着目する固有振動数の数と変更パラメータ(質量, ばね, 板厚など)の数が単数に限られていたり, 複数の場合にも固有振動数の数よりも変更パラメータの数が多くてはいけないという制約があった。しかし一般には, 変更パラメータの数はかなり多くすることができるが, 操作したい動特性(着目する固有振動数)の数は, それほど多くはない。また, 実際の構造物は複雑大規模なものに対し, 変更したい部分はそのほんの一部であることが多い。これらの理由から, 従来の構造変更シミュレーションの方法を直接用いることが不可能であったり, 可能でも計算時間が大変長くなることが多かった。

本報は, これらの問題を解決することを目的とし, 以下の二つの提案を行う。すなわちまず, 目標値に一致させたい動特性の数よりも変更するパラメータの数のほうが多い場合にも容易に最適化を行うために, 新しく擬似最小二乗法を用いる方法を示す。次に, 複雑な構造物の最適化を効率よく行うために, 部分構造合成法の一つであり著者らが以前に提案した区分モード合成法⁽³⁾と本報で新しく示した最適化方法を結合することを提案する。さらに, 平板とH形構造および実機フライホールを対象にした計算と実験を行うことによ

* 昭和63年4月1日 第65期通常総会講演会において講演, 原稿受付 昭和62年4月22日。

^{*1} 正員, 東京工業大学工学部 (〒152 東京都目黒区大岡山 2-12-1)。

^{*2} 準員, 日本楽器製造(株) (〒430 浜松市中沢町 10-11)。

^{*3} 正員, 東京工業大学大学院。

り、上記の二つの提案の有用性を検討する。

2. 理論説明

2.1 固有振動数の感度 n 自由度の系において、質量行列を $[M]$ 、剛性行列を $[K]$ 、固有振動数を Ω_r 、固有モードを $\{Y_r\}$ ($r=1\sim n$) とすれば、その特性方程式は、

$$([K] - \Omega_r^2[M])\{Y_r\} = \{0\} \quad (1)$$

と表される。式(1)を構造変更パラメータ ξ_i (板厚など) で偏微分すれば、

$$([K] - \Omega_r^2[M]) \frac{\partial \{Y_r\}}{\partial \xi_i} + \left(\frac{\partial [K]}{\partial \xi_i} - \Omega_r^2 \frac{\partial [M]}{\partial \xi_i} \right) \{Y_r\} - 2\Omega_r \frac{\partial \Omega_r}{\partial \xi_i} [M] \{Y_r\} = \{0\} \quad (2)$$

式(2)の各項に左側から $\{Y_r\}^T$ をかけて整理すれば、固有振動数の感度⁽⁴⁾は次のように求められる。

$$\frac{\partial \Omega_r}{\partial \xi_i} = \frac{\{Y_r\}^T \left(\frac{\partial [K]}{\partial \xi_i} - \Omega_r^2 \frac{\partial [M]}{\partial \xi_i} \right) \{Y_r\}}{2\Omega_r \{Y_r\}^T [M] \{Y_r\}} \quad (3)$$

2.2 擬似最小二乗法を用いた構造変更方法 解析対象物を有限要素法でモデル化すると、要素数や節点数は一般に多くなるが、計算する固有振動数は実用上の関心の高い低次のいくつかである。また、設計上の考慮からどうしても値を変更したい固有振動数の数はそれを実現するために許す構造変更パラメータ (要素の厚さなど) の数より少ない。本報で提案する方法は、この最も一般的な場合における構造変更に対して有効である。

さて、今変更したい着目固有振動数の数を p 、その変更を行うために与えられる構造変更パラメータの数を q ($q > p$) とする。構造変更前の系 (以下、元系と呼ぶ) の着目固有振動数を Ω_i ($i=1\sim p$)、それらの変更目標値を $\bar{\Omega}_i$ ($i=1\sim p$)、構造変更パラメータの変更量を Δt_i ($i=1\sim q$) と表すことにする。元系において、着目固有振動数の i 番め (Ω_i) の構造変更パラメータの j 番め (Δt_j) に対する感度を Z_{ij} と記すと、 Δt_i が微小な範囲内においては、変更目標値 $\bar{\Omega}_i$ ($i=1\sim p$) と初期値 Ω_i の関係は次のように近似できる。

$$\begin{Bmatrix} \bar{\Omega}_1 \\ \bar{\Omega}_2 \\ \vdots \\ \bar{\Omega}_p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Omega_1 \\ \Omega_2 \\ \vdots \\ \Omega_p \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_{11} & \cdots & \cdots & Z_{1q} \\ Z_{21} & Z_{22} & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ Z_{p1} & \cdots & \cdots & Z_{pq} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta t_1 \\ \Delta t_2 \\ \vdots \\ \Delta t_q \end{Bmatrix} \quad (4)$$

式(4)を式(4)'のように略記する。

$$\{\bar{\Omega}\} = \{\Omega\} + [Z]\{\Delta t\} \quad (4)'$$

式(4)'を変形すれば、

$$[Z]\{\Delta t\} = \{\bar{\Omega}\} - \{\Omega\} \quad (5)$$

となる。式(5)における未知数は、 $\{\Delta t\}$ のベクトルだけである。しかし、係数行列 $[Z]$ は行数 p 、列数 q で、 $q > p$ であるので、通常の連立方程式として解くことはできない。そのため、従来は非線形計画法などの数学の最適化法⁽⁵⁾を用いていたが、そのアルゴリズムが複雑なため、計算時間が長くなるという実用上の問題が生じていた。

そこで、本報では、この解法のために擬似最小二乗法⁽⁶⁾を利用することを提案する。さて、式(5)は方程式の数よりも未知数の数のほうが多いので解は一義的に決定できない。そこで、ここでは、未知ベクトル $\{\Delta t\}$ の解は、行列 $[Z]$ の行の線形結合で表現できるものから得ることにする。すなわち、

$$\{\Delta t\} = [Z]^T \{\eta\} \quad (6)$$

と表し、式(5)に代入すれば、

$$[Z][Z]^T \{\eta\} = \{\bar{\Omega}\} - \{\Omega\} \quad (7)$$

式(7)の左辺係数行列 $[Z][Z]^T$ は p 行 p 列の正方行列であり、一般には、逆行列が存在するので、未知の線形寄与度を表すベクトル $\{\eta\}$ を求めることができる。

$$\{\eta\} = ([Z][Z]^T)^{-1} (\{\bar{\Omega}\} - \{\Omega\}) \quad (8)$$

そこで、式(8)を式(6)に代入すれば、式(5)を満足するベクトル $\{\Delta t\}$ の一つが得られる。すなわち、

$$\{\Delta t\} = [Z]^T ([Z][Z]^T)^{-1} (\{\bar{\Omega}\} - \{\Omega\}) \quad (9)$$

この擬似最小二乗法⁽⁶⁾は数学的手法としては新しいものではないが、構造物の動特性の最適化の問題に適用されたことは、これまではなかったと思われる。

式(9)で得られる解は、式(5)を満足するベクトル $\{\Delta t\}$ の中で、そのノルム ($\{\Delta t\}^T \{\Delta t\}$) の値が最小となるものである⁽⁶⁾。一方、感度行列 $[Z]$ は元系における感度であるから、式(5)が成立する条件は上記したように構造変更パラメータの変更量が小さい範囲内に限られる。この点からも式(9)で得られる値は妥当であると思われる。式(9)を見ればわかるように、解の成分は各成分についての感度の大きさに比例するように求められるので、構造変更には望ましい結果が得られ、かつ、単純な直接解法であり計算時間が短いという実用上の特徴を有している。

2.3 部分構造合成法との結合 一般に実機の機械構造物は複雑なので、有限要素法によって解くことが困難な場合がしばしばある。このような問題に対処するための解析方法として、著者らによって部分構造合成法⁽⁷⁾が開発された。このようなことは、最適化においても共通である。そこで、実機に対して最適化問題を適用する場合には、最適化手法と部分構造合成法とが結び付くことが有効であると思われる。本報告で

は最適化手法と部分構造合成法を結合することを提案し、具体的には上記の構造変更手法と著者が提案した区分モード合成法⁽³⁾ (以下、CMS と略記する) の結合を試みる。

CMS の理論説明は文献(3)に記してあるので省略し、まず、全体の手順の説明を図1を用いて行う。

まず第1段階は、データの作成や、構造変更する部分構造 (分系) や領域の定義などを行う準備作業である。

第2段階では、元系の振動特性をCMSで解析する。各分系についての解析結果はすべて第4段階で利用できるように記録しておく。

第3段階では、構造変更の解析を行う。すなわち、本報で提案する方法によって目的の変更を達成するための構造変更パラメータの増分値を求める。

第4段階では、第3段階で得た解によって目的とする動特性の変更が十分精度よく実現できているか否かを確認するために、CMSによって変更後の系の解析を行う。このとき、なんらの変更もされていない分系については第2段階で得られている解析情報を利用することによって、計算効率を向上させている。結果が満足な精度であると確認できたら終了し、そうでない場合には、この変更後の系を新しい元系として第3段階まで戻る。

解析手法としてCMSを用いているので、一般的には式(3)で示される感度は、この場合には次のように求めることになる。第2段階でCMSによって求められた元系の着目固有振動数と固有モードをそれぞれ Ω_r と $\{\phi_r\}$ とする。ここで、固有モード $\{\phi_r\}$ は各分系の自由度に対応する成分ベクトルから成り立っている。すなわち、分系 i に対応する成分ベクトルを $\{\phi_r^{(i)}\}$ と表すと、固有モード $\{\phi_r\}$ は

$$\{\phi_r\}^T = (\{\phi_r^{(1)}\}^T, \{\phi_r^{(2)}\}^T, \dots, \{\phi_r^{(n)}\}^T) \dots\dots\dots (10)$$

と表される。ここで、 n は分系の数を表す。

剛性行列と質量行列も各分系ごとに表現されるので、それらを $[K^{(i)}], [M^{(i)}] (i=1 \sim n)$ で表す。そこで、式(3)に対応する式としては、

$$\frac{\partial \Omega_r^2}{\partial \xi_i} = \frac{\sum_{s=1}^n \left[\{\phi_r^{(s)}\}^T \left(\frac{\partial [K^{(s)}]}{\partial \xi_i} - \Omega_r^2 \frac{\partial [M^{(s)}]}{\partial \xi_i} \right) \{\phi_r^{(s)}\} \right]}{2\Omega_r \sum_{s=1}^n \{\phi_r^{(s)}\}^T [M^{(s)}] \{\phi_r^{(s)}\}} \dots\dots\dots (11)$$

が得られる。式(11)では分系1から n までの情報を加算するように表現されているが、分系に関しては実際にはその構造変更パラメータ ξ_i に影響を受ける分系だけの加算でよい。また、CMSの解析の際に固有モードを質量行列について正規化しておけば、分母の加算

結果は常に1となり、計算する必要がない。

2.4 変更量の制限方法 本方法は、(1)構造変更パラメータの数が、変更値の数より多い場合にも一義的に解が得られる、(2)解法が直接法形であり、かつ、計算アルゴリズムが単純であるために計算時間が短い、(3)部分構造合成法と結び付くことによって複雑で大規模な系に適用可能である、という実用上の重要な特徴を有している。

一方、式(5)の感度行列 $[Z]$ は変更前の形状における感度を用いているので、1回で大きな変更量を求めることは不合理であり危険である。そこで変更量が最終的にかなり大きい場合には、本計算を何回か繰返すことによって変更量を決定していくのがよい。この場合には次に示す方法を用いる。

今、1回の計算で得られる変更量の上限を $|\Delta \bar{t}_{\max}|$ と設定しておく。そして、上記の本提案方法によって変更量 $\{\Delta t\}$ を求めたところ、その成分の絶対値の最大が $|\Delta t_{\max}|$ であり、 $|\Delta t_{\max}| > |\Delta \bar{t}_{\max}|$ の状態になったとする。このような場合には、

$$\{\Delta t\}_{\text{new}} = \frac{|\Delta \bar{t}_{\max}|}{|\Delta t_{\max}|} \{\Delta t\} \dots\dots\dots (12)$$

により $\{\Delta t\}$ を $\{\Delta t\}_{\text{new}}$ に縮小修正して、それを今回の解とする。そして元の形状にこの $\{\Delta t\}_{\text{new}}$ を加えたも

図1 解析手順の概略図

のを新たな初期値としてもう一度本方法を実行して構造変更を行っていく。

3. 適用例

本提案方法の有用性を具体的に示すために、平板、H形構造および実機のフライホイールの3種類の対象物への適用を行い、検討する。

3・1 平板 図2に示す形状寸法の一端固定平板を取り上げる。この平板を構成する有限要素を1～4番, 5～8番, 9～12番, 13～16番および17～20番の五つの領域に分け、各領域内においては板厚一定として構造変更する。変更前の平板の固有振動数は計算によると一次136.48 Hz, 二次397.87 Hz, 三次846.83 Hzである。

(1) 一次と二次の固有振動数の差を大きくする変更

一次と二次の固有振動数をそれぞれ100 Hzと450 Hzに変更し、それらの間隔を広げるように構造変更する。

本提案方式によって解析すると、目的の変更を達成するには表1に示すような板厚にすればよいという出力結果が得られた。

そこで、実際に表1に示される板厚の平板を製作し

表1 構造変更後の板厚

Groups of Elements	1 - 4	5 - 8	9 - 12	13 - 16	17 - 20
Thickness after Modification (mm)	10.87	14.29	16.72	12.83	7.68

表2 着目固有振動数の変化

Order of Natural Frq.	Calculation by FEM (Hz)		Experiment (Hz)	
	Original Frq.	Frq. after Modification	Original Frq.	Frq. after Modification
1	136.5	100.0	137.5	102.5
2	397.9	450.0	387.5	433.8

図2 平板モデル

て打撃試験により固有振動数を測定し、計算による予測の精度を確認した。その結果を表2に示す。図3はその変化を伝達関数で示す例である。一点鎖線が変更前の系の実験値、実線が変更前の系の計算値、点線が変更後の系の実験値、破線が変更後の系についての計算値である。

実験においては、平板の板厚などの加工精度や一端固定の境界条件の実現精度の誤差が多少発生している。そこで、一般にこのような原因によって、変更前および変更後の固有振動数の計算値と実験値には多少のずれが生じることが避けられない。本適用においては、変更前の固有振動数のずれが一次0.7%, 二次2.7%であり、変更後においても一次2.4%, 二次3.7%となっており、実験値と計算値はよい一致を示している。このことから、本方法による固有振動数の変更は実用的にかなり良好に達成できたと判断してよいと思われる。

(2) 一次と二次の固有振動数の差を小さくする変更

(1)の場合とは逆に、一次と二次の固有振動数をそれぞれ160 Hzと350 Hzにして両者の間隔を狭くする変更を試みる。

表3 構造変更後の板厚

Groups of Elements	1 - 4	5 - 8	9 - 12	13 - 16	17 - 20
Thickness after Modification (mm)	6.76	4.92	6.71	9.06	13.25

表4 着目固有振動数の変化

Order of Natural Frq.	Calculation by FEM (Hz)		Experiment (Hz)	
	Original Frq.	Frq. after Modification	Original Frq.	Frq. after Modification
1	136.5	160.0	137.5	156.3
2	397.9	350.0	387.5	358.9

図3 構造変更による伝達関数の変化

本変更について提案方法で解析すると、表3に示す板厚寸法にすればよいという出力が得られた。

そこで、実際に平板の板厚を表3に示される寸法に加工して打撃試験を行いその固有振動数を確認した。その結果は表4に示す。図4はその変更を伝達関数で示す一例である。一点鎖線が変更前の系の実験値、実線が変更前の系の計算値、点線が変更後の系の実験値、破線が変更後の系についての計算値である。板厚変更前および変更後の平板の着目固有振動数と伝達関数は計算結果と実験値で一致していることが確認される。このことより本方法によって出力された結果は実用的に構造変更指針の十分に精度よい情報となることがわかった。

3.2 H形構造 周辺自由境界条件下における図5に示すH形構造の変更を試みる。解析に際しては、この構造物は、図5に示すように三つの分系に分割し、各分系とも三角形平板殻要素で有限要素分割する。

元系の動特性をCMSで解析すると、弾性振動の低次四つの固有振動数は表5の上段部(Original)に示すように得られた。なお、一次から六次までは剛体振動

であり0 Hzである。CMSの計算における採用モード数は各分系とも10である。

ここでは、八次と九次の二つの固有振動数に着目しそれらの値をともに340 Hzに一致させ、重根にする構造変更を試みる。そして、この構造変更は、図5に示すように、分系1と2を領域a~hで表す八つの領域の板厚を変更することによって実現する。なお、1領域内における板厚は同一に変化させるものとする。

まず、元系の形状寸法における感度を求めると、表6に示す値になる。そこで、これらの値を用いて構造

表5 H形構造の固有振動数

Order model Structure	Natural Frequency (Hz)			
	7	8	9	10
Original	165.0	299.0	381.2	588.2
Modified after one iteration	152.5	336.4	344.6	507.6
Modified after two iterations	154.1	339.3	340.7	513.0

表6 元系の固有振動数感度

region	a	b	c	d	e	f	g	h
order 8	-2.10	-1.09	0.42	2.86	2.60	12.46	14.96	12.46
order 9	-4.39	0.34	6.37	14.47	-1.07	10.02	0.57	10.02

表7 構造変更1回後の板厚

Region	a	b	c	d	e	f	g	h
Thickness(mm)	8.56	7.70	6.65	5.31	8.77	8.28	10.93	8.28

表8 構造変更1回後の系における固有振動数感度

Region	a	b	c	d	e	f	g	h
Order 8	-1.96	-0.75	2.80	17.37	-0.70	-0.29	0.48	13.88
Order 9	-2.91	-1.23	1.13	2.73	4.46	10.48	16.24	10.16

図4 構造変更による伝達関数の変化

図5 H形構造の概略と分割方法

変更量を求め、変更後の板厚を示すと表7に示す値になる。

表7に示す板厚で目標値に八次と九次の固有振動数が移動しているかどうかを確認するために、板厚変更が加えられた分系1と2のみについての解析と全系の固有振動数をCMSで計算する。その結果を表5の中段に示す。その結果、着目固有振動数がまだ十分に目標値に収束していないことがわかる。そこで、この時点の形状を新しい初期値として再び構造変更を加える。感度を求めると表8のような値になる。これらの値を用いての構造変更後の領域a~hの板厚は表9に示す値となった。CMSによって動特性を確認すると、表5の下段に示す結果になっており、着目固有振動数は目標値に十分近いと認められる。そこで、解析をここで終了する。

本報で提案したCMSによる最適化方法を用いた解析結果と有限要素法(FEM)を直接適用した解析結果を表10に比較する。両者はよく一致しており、本報の方法の有効性を示している。

表9 構造変更2回後の板厚

Region	a	b	c	d	e	f	g	h
Thickness(mm)	8.58	7.71	6.67	5.50	8.70	8.14	10.70	8.32

表10 CMSとFEMによる固有振動数

		Natural Frequency (Hz)			
Structure	Order	7	8	9	10
	Method				
Original	CMS	165.0	299.0	381.2	588.2
	FEM	166.2	298.9	386.2	591.3
Modified	CMS	154.1	339.3	340.7	513.0
	FEM	150.7	338.9	340.4	510.3

図6 構造変更による伝達関数の変化

さて、上記の構造変更シミュレーションの結果の精度を確認するために、実際に図5に示すH形形状で、分系1と2に関して表9に示される板厚を有するモデルを製作し、打撃実験によりそれぞれの系の固有振動数を測定した。その結果を表11に示す。変更前の系(元系)については、計算結果は実験値に対して6~8%程度のずれがある。しかし、実験供試体は3枚の鋼板を溶接して製作したものであり、形状寸法の狂いなど実験上避けがたい製作上の誤差要因を考慮すれば、この対応は実用的に十分であると思われる。構造変更後の系に関しても計算値の実験値に対する誤差は七次5.1%、八次1.7%、九次4.1%であり、十分よい一致を示しているといえる。図6は、特性の変化を伝達関数で見た一例である。一点鎖線が変更前の系の実験値、実線が変更前の系の計算値、点線が変更後の系の実験値、破線が変更後の系についての計算値である。

3.3 フライホイール実験 図7に示す14 inchのフライホイールの構造変更シミュレーションを行う。

この14 inchのフライホイールは、稼働中に一次固有振動において共振を起こし、き裂を生じることがある。それに対して図7中に並示する13 inchのフライホイールは同じ条件で稼働させても異常が生じない。そこで、14 inchのフライホイールの一次の固有振動数を13 inchのものとほぼ同一の値に一致させるよう

表11 固有振動数の実験値と計算値

		Natural Frequency (Hz)		
Structure	Order	7	8	9
	Method			
Original	Calculation	165.0	299.0	381.2
	Experiment	178.8	317.5	408.8
Modified	Calculation	154.1	339.1	340.3
	Experiment	162.5	345.0	355.0

13 inch Fly-Wheel

14 inch Fly-Wheel

図7 供試フライホイール

に構造変更することを試みる。ただし、構造変更の際の制約条件としては、パワープラントに組み込んだときの他の構造物間との幾何学的条件などから、肉厚を変更してよい領域は図8に示されるa~dの四つの領域であり、一つの領域内の肉厚は同一、かつ、その最大肉厚変更量は表12に示す値とする。

まず、図7に示される変更前の両フライホイールの動特性をCMSで解析する。図8に示すようにモデル化し、8個の分系に分割して解析する。系は回転対称であるので、分系のモデル化作業および解析は1/4円分に相当する2個の分系(例えば分系1と5)のみにて行えば、他の分系についてはそれらの結果を座標変換するだけでよい。

解析の結果、両フライホイールの一次の固有振動数は表13に示す値であった。

表 12 変更板厚許容値

Modified Component 1. 2. 3. 4				
Region	a	b	c	d
Permitted Maximum Increment of Thickness (mm)	4.0	8.0	10.0	4.0

表 13 元のフライホイールの固有振動数

Fly Wheel	14 inch type	13 inch type
First Natural Frq.(Hz)	191.8	244.9

表 14 フライホイールの固有振動数感度

Region	a	b	c	d
Ω'_{thick} Sensitivity (Hz/mm)	10.96	4.88	2.04	0.35
$\Omega'_{vol.}$ Sensitivity (Hz/mm ³)	14.8	4.56	1.39	0.12

肉厚変更許可領域a~d(図8に示されている)の肉厚に対する一次固有振動数の感度(Ω'_{thick})を計算すると表14の上段に示される値になった。また、それらの領域の体積に対する感度を求めると表14の下段に示される値になった。

そこで、これらの値を用いて構造変更すると、変更量は表15のように得られた。なお、表15の最右項にはその変更によって増加する質量を記している。この変更後の系についての動特性をCMSで解析すると表16に示す値になり、厚さに対する感度を用いた場合も、体積に対する感度を用いた場合も13 inchのフライホイールの値に十分近いことが確認できた。ただし、重量増加をおさえるという点からすれば、今回の場合には体積に対する感度を用いた結果のほうが若干好ましいと思われる。

この結果は、定量的な設計変更のための情報として実機自動車のフライホイールの改良に役に立った。

表 15 解析によって得られた構造変更量

Increment of thickness (mm)					
Region Used Sensitivity	a	b	c	d	Increment of Weight (Kg)
Using Ω'_{thick}	3.93	1.75	0.73	0.13	0.490
Using $\Omega'_{vol.}$	4.00	1.74	0.39	0.018	0.429

表 16 構造変更後の系の固有振動数

Case	Natural Frequency (Hz)
Using Sensitivity Ω'_{thick}	243.4
Using Sensitivity $\Omega'_{vol.}$	243.2

図 8 フライホイールのモデル化と分系への分割方法 (a~dが変更許可領域)

4. 結 論

擬似最小二乗法を利用した構造物の動特性の構造変更手法と、その手法と部分構造合成法を結びつける方法を提案した。その理論説明に続いて、平板、H形構造およびフライホイール実機への本方法の適用結果を示し、実験と比較した。その結果、提案した方法が実用的に十分有効であることが判明した。

なお、いすゞ自動車(株)の秋葉機四郎氏と岩原光男氏には本提案方法の実機への適用題材を提供していた。両氏に対して心からお礼申し上げます。

文 献

- (1) Formenti, D. and Welaratna, S., *SAE paper*, 811043 (1981).
- (2) 長松・ほか2名, 機論, 49-439, C(昭58), 314.
- (3) 大熊・長松, 機論, 49-446, C(昭58), 1876.
- (4) Fox, R. L. and Kapoor, M. P., *AIAA J.*, 6-1(1968), 2426.
- (5) Kowalik, J., 非線形最適化問題, (昭45), 66, 培風館.
- (6) 柳井・竹内, 射影行列・一般逆行列・特異値分解, (昭61), 東京大学出版会.
- (7) 大熊, 東京工業大学, 博士論文「部分構造合成法による振動解析」, (昭62).
- (8) 岩原・大熊・ほか2名, 自動車技術会投稿中.
- (9) 長松, モード解析, (昭60), 251, 培風館.

討 論

〔質問〕 山 川 宏〔早稲田大学理工学部〕

擬似最小二乗法と部分構造合成法を使用した新しい最適設計の方法を提示されたことに対して敬意を表す。下記の点につき質問させていただく。

(1) 貴手法では設計変数のノルム最小化に基づく擬似最小二乗法を使っておられるが、ノルム最小化と質量との関係はいかか。最小重量などとの関係も興味があるがいかか。

(2) 設計変数の数 p が条件式数 q よりも大きくても解が求められることは貴解法の特徴かと考えるが、条件式の数と精度との関係はいかか。例えばダミーの条件式も入れておいたほうが精度の向上につながるのか。

(3) 著者らの考えられている振動数のほかに、例えば強度なども、スラック変数などを導入して等式条件式化して扱うことも可能かと考えるがいかか。この方法は誤差をあらかじめ設定して、例えば、(7)に含めて考えるときにも使用できそうだがいかか。

〔回答〕 (1) ノルム最小と最小重量などとは直接には異なるものである。本論文ではノルム最小としているが、この目的関数に各要素の表面積および密度を重みとして用いれば、最小変更重量の最適化方法になる。実用上有用な最小重量の最適設計法などの技術については今後研究を進めたいと思っている。

(2) 制約条件式を多くすると収束性はむしろ悪くなるのではないかと思う。場合によっては、ある許可された変更範囲内では目的とする変更を達成できないというケースも生じると思う。

(3) ご指摘のとおり可能であると思う。最適設計

の技術においては、動特性、強度、形状、機構などの諸特性を全体的にとらえて最適化をはかることが重要であると思う。著者らも今後この点も考慮した研究を行っていききたいと思う。

〔質問〕 萩 原 一 郎〔日産自動車(株)〕

感度解析、最適化解析、部分構造合成解析の組合せが一つの理想形と質問者も考えているが一方で次のような点を懸念している。

(1) 感度解析の特徴は全体自由度に対し設計変更自由度が小さいとき、構造変更後の特性算出に要す時間が非常に短いことである。したがって、一つ一つの設計変数が例えば一つの要素と小単位のとときは部分構造合成法を使うより感度解析だけを使用するほうが計算時間上も有利と考える。その点どうか。

(2) 一つの部分構造をまとめて一つの設計変数にする場合は、部分構造合成法の使用は有利とは考えられる。しかし、この場合にも、一つの部分構造を構成する要素の間で、目的関数に対する感度の符号が逆になる場合も考えられ、収束性は悪いということが考えられる。その点、どうお考えか。

〔回答〕 (1) 通常感度解析では一次感度係数のみを使用している。そこで、感度解析だけによって目的の構造変更の予測が得られても、その答が定量的に十分な精度である保証はない。求められた変更量によって目的とする動特性の変更が十分な精度で達成されていることを再解析して確認することが大切ではないかと思う。この場合、部分構造合成法を用いることは計算時間上も有利であると思う。

(2) 通常、系を構成する有限要素の間で、目的変

更に対する感度の符号はプラスをとるもののマイナスをとるものと混在している。部分構造合成法を用いたから収束性が悪くなるとか良くなるということは起きな

いと思う。部分構造合成法を用いる目的は、反復1回あたりの計算時間の短縮化をはかることであり、収束までの反復回数を少なくできることではない。

54巻502号, C編(昭63-6) 正誤表

執筆者名	ページ	欄	行	誤	正
岩永 敦ほか	1242	左	14	$y_1^R=0$	$y_1^R=a$
日高照晃ほか	1312	右	30	端軸	軸端
橋本 巨	1339	左	31	同筒状の	円筒状の