不確実な生産環境における総合生産計画に関する研究*
(典型的総合生産計画方法に関する考察)王 晶*¹, 中村 信人*², 新宮 哲郎*²A Study of Aggregate Production Planning
in an Uncertain Production Situation
(The Performance of Typical Aggregate Production Planning Methods)

Jing WANG, Nobuto NAKAMURA, and Tetsuro SHINGU

The performance of four typical aggregate production planning methods, i. e., Linear Programming Model (LP Model), HMMS Linear Decision Rules (HMMS LDR), Goal Programming Model (GP Model), and Production Switching Heuristics (PSH), in an uncertain production situation which has complete demand forecasting and some unexpected orders was investigated from an experimental study. The results showed that (1) HMMS LDR and PSH in a stable production situation and the GP Model in the situation with intensive fluctuations have good adaptability; (2) the LP Model leads to results with low total production cost but intensive workforce level fluctuation in all situations; and (3) the GP Model gives poor performance in the situation in which distinct interference and/or advantageous differences between the objectives are not recognized.

Key Words: Production System, Uncertainty, Aggregate Production Planning, Linear Programming Model, HMMS Linear Decision Rules, Goal Programming Model, Production Switching Heuristics

1. 緒 言

一般的に、企業の生産活動において、利用できる資源、生産能力などは有限であり、顧客の製品に対する需要は時間とともに変動する。このような条件のもとで生産を維持し、与えられた需要を満足させるために、総合生産計画として、全計画期間の各期ごとの生産レベル、労働力レベル、残業の利用量、在庫とバックオーダー量などを決めなければならない。生産活動に影響する条件(需要、費用、設備など)が時間的に変動するとき、資源を効率的に利用するために、生産活動は総合的な方法で計画されなければならない⁽¹⁾。総合生産計画の計画期間は一般的に半年ないし1年半である⁽¹⁾。本研究においてもこのような総合生産計画を想定する。

今日の複雑な生産環境において、バランスのとれた生産を維持し、需要をできるだけ満足させ、生産費用を低減させることは、生産計画者にとって重要な問題となっていると考えられる。この問題を解決するためには、まずできるだけ生産環境に適合した生産計画を

作成し、この生産計画のもとで生産を効率良く遂行させることが最も重要であると考えられる。

総合生産計画は生産計画者の時間的に変動する需要に対する応答に関連し、企業の生産活動に対して重要な役割をもつ計画である。そのために、従来総合生産計画に対する研究が数多くなされている。これらの研究の多くは特定の総合生産計画法に対してなされたものである^{(3)(4)(7)~(9)}。また、各総合生産計画法を列挙し、それぞれの特徴について詳しく解説したものもある⁽²⁾。さらに、単一目的および多目的モデルの数値例による比較もなされている⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾。

一方、需要変動は生産活動に大きな影響を与える。そもそも生産活動は需要を満足させることによってその目的が達成される。需要が変動すれば、生産活動もそれに応じて適応させなければならない。需要変動は予測できるものと不確実なものに分けられる。季節変化による需要変動のようなものは需要予測において考慮される。これに対して、不確実な需要変動はまったく予測できないものであり、生産計画において対処しにくい。本研究においては、特に次にあげる条件を備えた変動を不確実な需要変動と定義する。

- (1) まったく規則性がない
- (2) まったく予測することができない

* 昭和63年3月12日 中国四国支部第26期総会講演会において講演、原稿受付 昭和62年4月22日。

*¹ 準員、広島大学大学院(〒724 東広島市西条町下見)。

*² 正員、広島大学工学部。

(3) いくつかの期に発生する

(4) 1回当たりの発生量が確定的でない

このような特徴を有する需要変動は現実には存在する突発注文と考えられる。また、生産能力の面から見ると、不規則な設備の故障が発生したとき、生産計画が乱され、故障期間中の仕事は次にまわされなければならないから、これは突発注文と同じ特徴をもつと考えられる。従来、安全在庫をもつことによってこれに対処することが一般的であるが、これは生産活動において効率が良くないし、往々にして大きな浪費を招き、経済的ではない。

総合生産計画法は数多く存在するが、上に述べた不確実な需要変動（すなわち突発注文の発生）に対してそれらがどのような適応性を示すかについて解析した研究はほとんどない。しかし現実には不確実な生産環境が一般的であるため、このような解析によって得られる結果は総合生産計画法の適用という観点から十分価値あるものと考えられる。

そこで本研究は各種の生産環境に対する四つの典型的な総合生産計画法、すなわち線形計画モデル⁽³⁾、HMMS 線形決定ルール⁽⁷⁾、目標計画モデル⁽¹⁰⁾および生産スイッチング法⁽⁹⁾を取り上げ、不確実な生産環境においてそれらの適応性あるいは解の効率を比較検討し、これによって、各総合生産計画法の応用方法を明らかにすることを研究の目的としている。

2. 方 法

本研究は次に挙げる四つの典型的な総合生産計画法に対して、その多製品生産の最も簡単な場合である2製品生産環境における不確実な需要変動に対する適応性を考察する。今日まで、総合生産計画に関する研究は単一製品に対して行われたものが多い。しかし、現実として、単一製品を生産する企業はほとんどない。考察に使われる問題としては、現実に近いことが望ましいが、計算機の計算能力などを考えて、本研究は2製品生産の場合に対して考察を行う。ここでは主に各総合生産計画法の不確実な需要変動に対する適応性について考察しているから、2製品以上の生産環境に対しても、本研究の結果は意味があると考えられる。

四つの総合生産計画法の特徴は次のとおりである（具体的な定式化については付録参照。ただし、生産スイッチング法については定式化は行われぬ）。

(1) 線形計画モデル (LP) 線形計画モデルは最も古い総合生産計画モデルの一つであり、実際に広く研究、応用されている。このモデルは線形目的関数と線形制約条件をもち、線形計画法のアルゴリズ

ムで簡単に解ける。

(2) HMMS 線形決定ルール (LDR) HMMS 線形決定ルールは良く知られている2次の目的関数をもつ総合生産計画モデルであり、その主な特徴は解析的な方法で使用に便利な線形決定ルールが誘導できることである。

(3) 目標計画モデル (GP) 近年、多目的意思決定法に関する研究の展開につれて、この方法の総合生産計画問題への応用も研究され始めた。その中でも目標計画法は最も多く研究、応用されている。目標計画モデルの主な特徴は問題中にある複数の目的をその重要度に基づいて先行順序に分け、これに従って順次達成させることである。このモデルは修正シンプレックス法 (The Modified Simplex Method) で解くことができる。

(4) 生産スイッチング法 (PS) 生産スイッチング法の目的関数は解析的モデルのように簡単化のための制限を受けないため、応用範囲が広く、使用も便利である。

生産スイッチング法はヒューリスティックな方法で、まずシミュレーションによって図1に示される在庫コントロールパラメータ A, B, C と生産レベル H, N, L を決めて、これらのパラメータを用いて次の方法で各製品の生産レベルを決める（各パラメータの具体的な値については付録参照）。

$$X_{it} = \begin{cases} H : I_{it-1} \text{ が上から下へ C を通過} \\ N : I_{it-1} \text{ が B を通過} \\ L : I_{it-1} \text{ が下から上へ A を通過} \end{cases}$$

ここで、 X_{it} : 製品 i の t 期における生産量

I_{it} : 製品 i の t 期における在庫量

生産活動に必要な他のパラメータもこれに応じて調整される。

上述の各総合生産計画法のいろいろな不確実な生産環境における振る舞いを検討するには、これらのモデルを用いて同じ総合生産計画問題を解き、得られた解を生産活動として実行したときの結果を比較すれば良い。本研究は比較・検討のために、次に挙げる一般性を

図1 生産スイッチング法

考慮した仮説的な総合生産計画問題を作成し、それに基づいて解析する。この問題に対する考察は一般的な総合生産計画問題に対して適用できる。

(1) 考察に用いられる総合生産計画問題

計画期間：12箇月

賃金：340 000 円/人、月

在庫費用：製品1 10 000 円/個、月

製品2 15 000 円/個、月

バックオーダー費用：製品1 25 000 円/個、月

製品2 40 000 円/個、月

残業費用：3 000 円/時間、人

遊休費用：1 700 円/時間、人

雇用費用：180 000 円/人

解雇費用：360 000 円/人

単位生産時間：製品1 20時間/個

製品2 12時間/個

これに対して、生産環境において、3種類の要因について考察する。

図2 需要パターン

図3 需要が比較的稳定な場合の総生産費用と労働力レベルの分散

(i) 需要パターン 3水準

需要変動係数が小さい場合 $C_d=0.0626$

需要変動係数が比較的大きい場合 $C_d=0.1273$

需要変動係数が大きい場合 $C_d=0.2667$

ここで、 $C_d = \sum_{i=1}^N \frac{\sigma_i}{\mu_i}$ は需要変動係数、 σ_i 、 μ_i はそれぞれ

製品 i の需要標準偏差と平均である。三つの需要パターンが図2に示される。

(ii) 突発注文回数 3水準

突発注文回数が少ない場合 1回

突発注文回数が比較的多い場合 3回

突発注文回数が多い場合 5回

(iii) 1回当たりの突発注文量 3水準

ここで、突発注文は製品1だけに発注すると仮定し

図4 需要変動が比較激しい場合の総生産費用と労働力レベルの分散

図5 需要変動が激しい場合の総生産費用と労働力レベルの分散

ているが、製品 1, 2 の両者に対して突発注文が発生する場合に対しても同じように取扱えるから、この仮定は考察の一般性には影響しない。

少ない場合 40 個/回

比較的多い場合 70 個/回

多い場合 100 個/回

ここで、総合生産計画は繰返し法 (rolling horizon) で行われるものとする。各モデルから得られた解は生産活動として実行されると仮定する。実行の結果として、総生産費用、各期の労働力レベル、雇用と解雇、残業と遊休、各製品の生産量、在庫量とバックオーダー量が得られる。本研究ではこれらのパラメータを評価基準として比較・検討を行う。

3. 実験結果と解析

生産活動において、総生産費用は企業の経済的な利益にかかわり、労働力レベルの変動は企業の生産状態の安定性に直接かわる。本研究は特にこの二つを重視して、実験結果を解析した。ここで特に重要であると考えられる状況の結果を図 3~5 に示す。また、各計画方法による残業・遊休時間と在庫・バックオーダーを

表 1 各計画方法による残業・遊休時間数の平均値 (時間)

LP	HMMS	GP	PS
661	819	629	605

表 2 各計画方法による在庫・バックオーダーの平均値 (個数)

	LP	HMMS	GP	PS
INVENTORY	91	351	806	415
BACKORDER	17	188	14	90

図 6 各総合生産計画法の適応性

表 1~2 に示す。ただし、生産スイッチング法の残業・遊休時間は需要変動が激しくなるにつれて急激に増加している。

実験の結果として、各総合生産計画法の各種生産環境に対する適応性について、次のようなことが明らかになった。

(1) 総生産費用だけを評価基準にするならば、図 6 に示すような適応性傾向がある。すなわち、HMMS 線形決定ルールと生産スイッチング法は生産環境が比較的安定な場合において、線形計画モデルは生産環境が比較的安定な場合から変動が比較的激しい場合までにおいて、目標計画モデルは変動の激しい生産環境において、それぞれ低い生産費用を与える。

(2) 需要変動が激しくなるにつれて各モデルによる労働力レベルの変動も大幅に激しくなる。相対的に言えば、労働力レベルに対して、線形計画モデルの結果が全般的に悪く、HMMS 線形決定ルールと目標計画モデルは全般的に良い結果を与える。

(3) 総生産費用と労働力レベルの安定性の両方を評価基準にする場合、1 回当たりの突発注文量に関係なく、突発注文回数が少なく需要変動係数が小さいとき、HMMS 線形決定ルールと生産スイッチング法の適応性が良い。また、突発注文回数が多く需要変動係数が大きい場合、目標計画モデルの適応性が良いと言える。

(4) 全般的に言えば、HMMS 線形決定ルールの残業と遊休の利用量が多い。また、生産スイッチング法の残業と遊休の利用量は需要変動が激しくなるにつれて著しく増加する。線形計画モデルと目標計画モデルの残業と遊休の利用量が相対的に少ない。

(5) 各モデルの在庫とバックオーダーの利用の仕方が異なる。目標計画モデルは在庫を多くもっている。これに対して、HMMS 線形決定ルールと生産スイッチング法はバックオーダーを多く利用している。線形計画モデルの在庫とバックオーダーの利用量が全般的に少ない。

このような結果になったことはそれぞれのモデルの特徴に密接な関係がある。以上の結果に対して、次のような考察が可能である。

(1) まず、線形計画モデルにおいて、線形費用関数で表される目的関数は各費用成分に対して単位費用を重みとして作成されたものである。このような目的関数を有するモデルは各費用成分が同じ重要度にあると仮定している。その結果、総生産費用を最小にしたが、労働力の安定性または生産状態の安定性に対して良い結果を与えない。HMMS 線形決定ルールと生産

スイッチング法は生産計画を作成する前にモデル中の各パラメータが決定されている。これに対して、突発注文が発生することは生産環境が変わったことになる。このとき、もとの各パラメータをそのまま使用したら生産計画に大きな誤差が引き起こされることが予想できる。実験の結果として、需要変動係数が大きいほど、突発注文回数が多いほど、1回当たりの突発注文量が大きいほど、総生産費用の結果が悪くなるのは予想と一致している。目標計画モデルは各費用成分を先行順序に分けて、各先行順序で生産費用の最小化をはかっている。特に本研究は費用の大きさに従って先行順序を労働力レベルの変動の最小化、バックオーダーの最小化、残業と遊休の最小化、在庫の最小化の順に分けている。実験結果として、目標計画モデルによる労働力レベルの安定性が最も良い。これに対して、在庫は四つのモデルの中で最も多く使用されている。これは理論と一致している。

(2) ここで特に取りあげたいのは目標計画モデルである。目標計画モデルは生産環境の変動が激しい場合において良い適応性を示した。このことは生産状態の安定性(労働力レベルの変動)を特に重視したためと考えられる。しかし、この特性は生産環境が比較的安定なとき、むしろ逆に高い総生産費用を引起こした。目標計画モデルの特徴は各目的を重要度に従って先行順序に分けて逐次達成させることである。先行順序を分けるとき、 $P(K) \gg P(K+1)$ という仮定が設けられている⁽⁹⁾。ここで $P(K)$ は順序集合の要素を表す。しかし、各目的間に矛盾関係がない総合生産計画問題においては、この仮定が成立しない。近年、総合生産計画モデルに関する研究が多く発表されているが、その多くは総合生産計画問題の各目的間に $P(K) \gg P(K+1)$ の関係が成立しないことを無視している。本研究の実験からわかるように、生産環境の変動が激しい場合において目標計画モデルは良い結果を与えたが、生産環境が比較的安定な場合においては特に良い結果を与えていない。これは先行順序を分けるとき、 $P(K) \gg P(K+1)$ の条件を無視した結果であると考えられる。

4. 結 論

本研究は四つの典型的な総合生産計画モデルを生産環境における三つの変動要因に対して考察した。考察の結果、本研究は各総合生産計画法に対して次のような応用方法を提案する。

(1) 比較的安定な生産環境に対して、HMMS線形決定ルールと生産スイッチング法を適用すべきである。

(2) 変動の激しい生産環境に対して、目標計画モデルが適している。

(3) 特に生産の経済性を強調するとき、線形計画モデルを適用すべきである。このとき、もし労働力レベルの激しい変動が望ましくないなら、労働力レベルに対して制約を付けることが一つの対処方法として考えられる。

また、考察の結果から、目標計画モデルを使用する際に、 $P(K) \gg P(K+1)$ の前提条件が重要であることを明らかにした。

付 録

本研究で用いた各総合生産計画法の定式化は次のとおりである(ただし、生産スイッチング法は数学的定式化は行われない)。

(1) 線形計画モデル

$$\begin{aligned} \text{Min } Z &= \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (c_{ii}I_{it}^+ + b_{ii}I_{it}^-) + \sum_{t=1}^T (r_t W_t \\ &\quad + o_t O_t + u_t U_t + h_t H_t + f_t F_t) \\ \text{s. t. } &I_{it-1} - I_{it-1}^- + X_{it} - I_{it}^+ + I_{it}^- = d_{it}, \\ &\quad (i=1, 2, \dots, N, t=1, 2, \dots, T) \\ &\sum_{i=1}^N k_i X_{it} - w_t W_t - O_t + U_t = 0, (t=1, 2, \dots, T) \\ &W_t - W_{t-1} - H_t + F_t = 0 \quad (t=1, 2, \dots, T) \\ &X_{it}, I_{it}^+, I_{it}^- \geq 0 \\ &\quad (i=1, 2, \dots, N, t=1, 2, \dots, T) \\ &W_t, O_t, U_t, H_t, F_t \geq 0, \quad (t=1, 2, \dots, T) \end{aligned}$$

(2) HMMS線形決定ルール

$$\begin{aligned} \text{Min } &\sum_{i=1}^N C_i \\ C_i &= c_1 W_i + c_{13} \\ &\quad + c_2 (W_i - W_{i-1} - c_{11})^2 \\ &\quad + c_3 (L_i - c_4 W_i)^2 + c_5 L_i - c_6 W_i + c_{12} L_i W_i \\ &\quad + \sum_{t=1}^T [c_{17} (I_{it} - c_{18} - c_{19} d_{it})^2] \\ \text{s. t. } &I_{it-1} + X_{it} - I_{it} = d_{it}, \\ &\quad (i=1, 2, \dots, N, t=1, 2, \dots, T) \\ &L_i = \sum_{t=1}^T k_i X_{it} \quad (t=1, 2, \dots, T) \end{aligned}$$

$c_1 \sim c_6, c_{17}, c_{18}, c_{19}, c_{11}, c_{12}, c_{13}$ は係数, L_i は標準生産時間, i は製品番号, ここでは,

$$\begin{aligned} c_1 &= 340, c_2 = 22.5, c_3 = 3.135, c_4 = 5.84, \\ c_5 &= -260.74, c_6 = 320, c_{17} = 0.245, c_{27} = 0.437, \\ c_{18} &= 0.15, c_{28} = 12, c_{19} = 0, c_{29} = 0, \\ c_{11} &= 2, c_{12} = 2.44, c_{13} = 0 \end{aligned}$$

(3) 目標計画モデル

$$\text{Min } Z = [P_1 \sum_{t=1}^T (h_t H_t + f_t F_t)],$$

$$P_2 \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (b_{it} I_{it}^-),$$

$$P_3 \sum_{t=1}^T (o_t O_t + u_t U_t),$$

$$P_4 \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (c_{it} I_{it}^+)]$$

$$\text{s. t. } I_{it}^- - I_{it-1}^- + X_{it} - I_{it}^+ + I_{it}^- = d_{it},$$

$$(i=1, 2, \dots, N, \quad t=1, 2, \dots, T)$$

$$\sum_{i=1}^N k_i X_{it} - w_t W_t - O_t + U_t = 0$$

$$(t=1, 2, \dots, T)$$

$$W_t - W_{t-1} - H_t + F_t = 0 \quad (t=1, 2, \dots, T)$$

$$X_{it}, I_{it}^-, I_{it}^+ \geq 0,$$

$$(i=1, 2, \dots, N, \quad t=1, 2, \dots, T)$$

$$W_t, O_t, U_t, H_t, F_t \geq 0 \quad (t=1, 2, \dots, T)$$

d_{it} : 製品 i の t 期における需要

c_{it} : 製品 i の t 期における単位在庫費用

b_{it} : 製品 i の t 期における単位バックオーダー費用

r_t : t 期における賃金

o_t : t 期における単位時間残業費用

u_t : t 期における単位時間遊休費用

h_t : t 期における単位雇用費用

f_t : t 期における単位解雇費用

k_i : 製品 i の単位生産時間

w_t : t 期における単位労働力の利用可能時間

X_{it} : 製品 i の t 期における生産量

W_t : t 期の労働力レベル

I_{it}^- : 製品 i の t 期における在庫量

I_{it}^+ : 製品 i の t 期におけるバックオーダー量

O_t : t 期における残業量

U_t : t 期における遊休量

H_t : t 期における雇用量

F_t : t 期における解雇量

P_{1-4} : 先行順序指数

(4) 生産スイッチング法で用いた各パラメータ

需要パターン 1

$$A=30, \quad B=20, \quad C=10$$

$$H=61, \quad N=59, \quad L=56$$

需要パターン 2

$$A=35, \quad B=20, \quad C=10$$

$$H=67, \quad N=60, \quad L=56$$

需要パターン 3

$$A=40, \quad B=20, \quad C=10$$

$$H=67, \quad N=58, \quad L=50$$

ここでは生産レベルを労働力レベルの換算値で示している。

文 献

- (1) Hax, A. C. and Candea, D., *Production and Inventory Management*, (1984), 69-124, Prentice-Hall.
- (2) Eilon, S., *AIIE Trans.*, 7-2 (1975), 118.
- (3) Hanssmann, F. and Hess, S. V., *Manage. Tech.* No. 1 (1960), 46.
- (4) Masud, S. M. and Hwange, C. L., *Int. J. Prod. Res.*, 18-6 (1980), 215.
- (5) Ignizio, J. P., *Goal Programming and Extension*, (1976), 31-116, Lexington.
- (6) Evans, G. W., *Manage. Sci.*, 30-11 (1984), 1268.
- (7) Holt, C. C., ほか 3 名, *Planning Production, Inventories, and Work Force*, (1960), 43-114, Prentice-Hall.
- (8) Bergstrom, G. L. and Smith, B. E., *Manage. Sci.*, 16-10 (1970), B-614.
- (9) Mellichamp, J. M. and Love, R. M., *Manage. Sci.*, 24-12 (1978), 1242.
- (10) Goodman, D. A., *Manage. Sci.*, 20-12 (1974), 1569.
- (11) Deckro, R. F. and Hebert, J. E., *IIE Trans.*, 16-4 (1984), 308.

討 論

〔質問〕 田村隆善〔名古屋工業大学〕

(1) 不確実な需要を「まったく規則性がない、まったく予測することができない」需要と定義しておられるが、一般的な定義からすると、それらを「部分的に含む」需要のことであり、その辺の定義をもう少し厳密にされたほうがわかりやすいのではないか。

(2) 総合生産計画に対する詳細生産計画において、予測のできない突発的需要などの日常的変動を考慮するのが実際のであり、総合生産計画の良否を日常的変動への適応性のレベルで論じるのはいかなものか。

(3) 突発的需要には正と負があるはずである。実験では正の需要しか扱っておらず、実験結果を偏りのあるものになっているように思われる。また、安全在庫を考慮すると、実験結果はかなり変わってくるのではないか。

〔回答〕 (1) 本研究が考えている生産環境は、ある需要パターンに加えて、不確実な需要が発生する場合を想定しているので、この観点から、ご指摘のように不確実な需要を含むといっても良いと思う。しかし、ここでは、不確実な需要を強く強調する意味から、このような定義にした。

(2) 総合生産計画を作成する目的の一つに需要を満足させることが挙げられる。ご指摘のように、突発的需要などは日常の活動で吸収するのが一般的であるかもしれないが、ここでは、そのような吸収ができない場合の変動を陰に想定し、それに対しては総合生産計画段階の各生産計画モデルの適応性などについて考察した。

(3) ご指摘のように、需要変動は正と負がある。しかし、需要を満足させるという観点から特に正の突

発的需要に着目した。

ご指摘のように安全在庫を考慮するかしないかによって実験結果は変わってくることも考えられる。安全在庫（時期および量に関して）を考慮するかしないかは別の大きな意思決定問題となるので、本研究ではこの点について考慮していない。したがって、本研究での取扱いは安全在庫を考慮しない場合についての考察ということになる。