FMC における加工対象部品選択の最適政策*

塩 山 忠 義^{*1}, 木 瀬 洋^{*1}, 串 山 正^{*1}

Optimal Part Selection in FMC

Tadayoshi SHIOYAMA, Hiroshi KISE, and Tadashi KUSHIYAMA

This paper deals with an optimal part selection problem in an automated manufacturing system in which a flexible manufacturing cell produces different parts for several production lines. The optimal control problem is formulated as an undiscounted semi-Markov decision process with the cost structure consisting of shortage cost and holding cost in the lines. In order to minimize the expected cost, the cell must decide what type of part to fabricate next at each epoch of the cell completing a part. Numerical results are shown in order to study the sensitivity of the optimal solution on the shortage cost and the holding cost.

Key Words: Optimal Part Selection, Flexible Manufacturing Cell, Undiscounted Semi-Markov Decision Process, Shortage Cost, Holding Cost

1. 緒 言

近年、多品種少量生産に対応する FMC などの自動生産システム⁽¹⁾が使われるようになったが、多種類の部品を加工するセルにおける部品選択を適切に行わないとシステムの効率が悪くなる。このような問題を解決する目的で、本論文では FMC における加工対象部品の最適選択問題を取扱う。セルが多種類の部品を加工し、各種類の部品をそれぞれ対応する生産ラインに供給するシステムを考慮する。セルが 1 個の部品を加工完了した時点で、各ラインの部品の在庫状態に基づいて次に加工すべき部品の種類を選択する。この FMC でのコントロール問題は単位時間当たりの期待コストを最小にするように部品を選択することである。

このモデルは上記の生産システム以外に複数の機械を管理するマテハンロボットの場合や複数の種類の需要に対応する在庫を管理する生産システムの場合にも応用でき、Seidmann-Schweitzer⁽²⁾や森・嶽⁽³⁾によって取扱われたが感度解析は行われていない。本論文で

は最適解がラインでの品切れによるペナルティコストと在庫コストにどのように依存するかを感度解析の立場から考察する。

本論文の構成は以下のとおりである。2 章でモデルの説明を行い、3 章で最適部品選択問題をセミ・マルコフ決定過程⁽⁴⁾として定式化する。4 章で最適解のコストに対する感度解析を行い、5 章で最適解の数値結果を示し考察を行う。

2. モ デ ル

考察の対象とする自動生産システムはセルと L 本の生産ラインとから構成される。各ラインは機械を含めて B_k , $k=1, \dots, L$ のサイズの入力バッファを有する。セルは一度に 1 個の部品を加工し、種類 k , $k=1, \dots, L$ の部品をライン k に供給する。種類 k の部品を 1 個セルが加工する時間は平均 $1/\mu_k$ の指数分布に従うものとする。また、ライン k の機械の処理時間は平均 $1/\lambda_k$ の指数分布に従うものとする。各ラインは入力バッファに部品が有る限り、一度に 1 個の部品をバッファから取り処理を行う。

ライン k , $k=1, \dots, L$ はバッファ内の部品 1 個、単位時間当たり C_k の在庫コストをこうむり、また、そのライン内の部品の品切れのためにラインの機械が休

* 昭和 63 年 3 月 12 日 東北支部第 23 期総会講演会において講演 原稿受付 昭和 62 年 4 月 10 日。

^{*1} 正員、京都工芸繊維大学工学部 (〒606 京都市左京区松ヶ崎)。

止せざるをえなくなったときには単位時間当たり C_k の品切れコストをこうむる。セルが1個の部品を加工完了したとき、そのコントローラは次に加工すべき部品の種類を決定する。コントローラは決定時において各ラインの状態に関する完全な情報を持っていると仮定する。最適コントロール問題は単位時間当たりの期待コストを最小にするために次に加工すべき部品の種類を選択することである。

3. 最適部品選択問題の定式化

生産システムの状態をセルが1個の部品を加工完了した時点において観測し、ベクトル $\mathbf{n}=(n_1, \dots, n_L)$ で表す。ここで $n_k, k=1, \dots, L$ はライン k において入力バッファに待機中または処理中の部品の数を表す。状態空間 Ω は集合 $\{\mathbf{n}=(n_1, \dots, n_L) | 0 \leq n_k \leq B_k, k=1, \dots, L\}$ で定義される。観測時点においてセルは休止するか否か、休止しなければ次に加工すべき部品の種類を決定する。この決定は集合 $\{0\} \cup \{k | n_k < B_k, k=1, \dots, L\}$ から選択される。ここで決定0はセルの休止を表す。セルの休止期間は平均 $1/\mu_0$ の指数分布に従うものとする。また、すべてのラインが部品で詰まっている状態 $\mathbf{B} \equiv (B_1, \dots, B_L)$ のときはセルはいずれか1本のラインのバッファに空が生ずるまで休止するものとする。この休止期間は $\bar{\lambda} \equiv \sum_{i=1}^L \lambda_i$ によって $\bar{\lambda}$ を定義すると平均 $1/\bar{\lambda}$ の指数分布に従う。したがって、状態 $\mathbf{n}=(n_1, \dots, n_L)$ における決定空間 $A(\mathbf{n})$ は

$$A(\mathbf{n}) = \{0\} \cup \{k | n_k < B_k, k=1, \dots, L\}$$

で与えられる。政策は観測された状態 $\mathbf{n}$ に依存する決定のルール $\{k(\mathbf{n}) \in A(\mathbf{n}) ; \mathbf{n} \in \Omega\}$ で定義される。すなわち、政策 $\{k(\mathbf{n}) ; \mathbf{n} \in \Omega\}$ のもとではセルは観測された状態 $\mathbf{n}$ において次に種類 $k(\mathbf{n})$ の部品を加工する。

セルが状態 $\mathbf{n}$ において決定 k を選択したとき、セルの加工期間 ($k=0$ のときは休止期間) にライン $i, i=1, \dots, L$ で n_i 個の部品のうち j_i 個が消耗される条件付確率を $P(\mathbf{j} | \mathbf{n}, k)$ で表す。ここで $\mathbf{j}=(j_1, \dots, j_L)$ とする。 $P(\mathbf{j} | \mathbf{n}, k)$ は付録において与えられる。

観測された状態 $\mathbf{n}$ においてセルが決定 k を選択してから種類 k の部品の加工完了するまでの期間 ($k=0$ のときはセルの休止期間) における直接期待コストを $q(\mathbf{n}, k)$ で表す。このうち、品切れによるコストを $q_s(\mathbf{n}, k)$ 、在庫によるコストを $q_h(\mathbf{n}, k)$ とすると

$$q(\mathbf{n}, k) = q_s(\mathbf{n}, k) + q_h(\mathbf{n}, k)$$

となり、 $q_s(\mathbf{n}, k)$ と $q_h(\mathbf{n}, k)$ に関する以下の補題を得る。

(補題1)⁽²⁾ 直接期待コスト $q_s(\mathbf{n}, k)$ は以下のよう

$$\begin{aligned} q_s(\mathbf{n}, k) &= \sum_{i=1}^L (C_i / \mu_k) \{ \lambda_i / (\mu_k + \lambda_i) \}^{n_i}, \\ &\quad \mathbf{n} \in \Omega, k=1, \dots, L \\ &= 0, \quad \mathbf{n} = \mathbf{B} \end{aligned}$$

(補題2) 直接期待コスト $q_h(\mathbf{n}, k)$ は以下のよう

$$\begin{aligned} q_h(\mathbf{n}, k) &= C_h \sum_{i=1}^L \left[\gamma_{ik} / \{ \lambda_i (1 - \gamma_{ik}) \} \right] \{ n_i - \gamma_{ik} \\ &\quad \times (1 - \gamma_{ik}^{n_i}) / (1 - \gamma_{ik}) \}, \quad \mathbf{n} \in \Omega \\ &= (C_h / \bar{\lambda}) \sum_{i=1}^L B_i, \quad \mathbf{n} = \mathbf{B} \end{aligned}$$

ただし、 γ_{ik} は

$$\gamma_{ik} \equiv \lambda_i / (\mu_k + \lambda_i), \quad i=1, \dots, L, k=0, \dots, L$$

で定義される。

(証明) 状態 $\mathbf{n}$ で決定 $k, k=0, \dots, L$ を選択したときの一遷移期間を z とする。この期間 $[0, z]$ 内でライン $i, i=1, \dots, L$ の機械の処理時間の分布に従う時間

間隔で生起する点過程の点の数が $\bar{j}_i$ のときの在庫コスト $H(\bar{\mathbf{j}}=(\bar{j}_1, \dots, \bar{j}_L), \mathbf{n}, k, z)$ は以下のよう

$$H(\bar{\mathbf{j}}, \mathbf{n}, k, z) = C_h \sum_{i=1}^L \left[\left\{ \sum_{j=1}^{\bar{j}_i} \{ z / (\bar{j}_i + 1) + (n_i - \bar{j}_i) z \} \delta(\bar{j}_i < n_i) + \left\{ \sum_{j=1}^{n_i} \{ z / (\bar{j}_i + 1) \} \delta(\bar{j}_i \geq n_i) \right\} \right\} \right] \dots \dots \dots (1)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \delta(\bar{j} < n) &= 1, \quad \bar{j} < n \\ &= 0, \quad \bar{j} \geq n \\ \delta(\bar{j} \geq n) &= 1, \quad \bar{j} \geq n \\ &= 0, \quad \bar{j} < n \end{aligned}$$

式(1)は次のように書き直される。

$$H(\bar{\mathbf{j}}, \mathbf{n}, k, z) = C_h \sum_{i=1}^L z \{ (n_i - \bar{j}_i / 2) \delta(\bar{j}_i < n_i) + [n_i(n_i + 1) / \{ 2(\bar{j}_i + 1) \}] \delta(\bar{j}_i \geq n_i) \}$$

ここで $\bar{j}_i < n_i$ のときは $\bar{j}_i = j_i$ である。したがって $q_h(\mathbf{n}, k)$ は以下のよう

$$\begin{aligned}
q_h(n, k) &= \int_0^\infty dz \mu_k \exp(-\mu_k z) \sum_{j_i=0}^\infty \cdots \sum_{j_L=0}^\infty H(\bar{j}, n, k, z) \left[\prod_{i=1}^L \{(\lambda_i z)^{j_i} / j_i!\} \exp(-\lambda_i z) \right] \\
&= C_h \int_0^\infty dz \mu_k \exp(-\mu_k z) \sum_{i=1}^L \left[\sum_{j_i=0}^{n_i-1} (n_i - j_i/2)(j_i+1)/\lambda_i \{(\lambda_i z)^{j_i+1} / (j_i+1)!\} \exp(-\lambda_i z) \right. \\
&\quad \left. + \{n_i(n_i+1)/(2\lambda_i)\} \left[1 - \sum_{j_i=0}^{n_i-1} \{(\lambda_i z)^{j_i} / j_i!\} \exp(-\lambda_i z) \right] \right]
\end{aligned}$$

次の関係

$$\int_0^\infty \mu_k \exp(-\mu_k z) \{(\lambda_i z)^{j_i} / j_i!\} \exp(-\lambda_i z) dz = \mu_k \lambda_i / (\mu_k + \lambda_i)^{j_i+1}$$

を用いて $q_h(n, k)$ は次のように書き直される。

$$\begin{aligned}
q_h(n, k) &= C_h \sum_{i=1}^L \left[\{n_i \mu_k / (\mu_k + \lambda_i)^2\} \sum_{j_i=0}^{n_i-1} (\bar{j}_i + 1) \gamma_{ik}^{\bar{j}_i} - \{\mu_k / (2(\mu_k + \lambda_i)^2)\} \sum_{j_i=0}^{n_i-1} \bar{j}_i (\bar{j}_i + 1) \gamma_{ik}^{\bar{j}_i} \right. \\
&\quad \left. + \{n_i(n_i+1)/(2\lambda_i)\} \left\{ 1 - \sum_{j_i=0}^{n_i-1} \mu_k \gamma_{ik}^{\bar{j}_i} / (\mu_k + \lambda_i) \right\} \right]
\end{aligned}$$

$\gamma^{\bar{j}}, \bar{j} \gamma^{\bar{j}}, \bar{j}(\bar{j}-1) \gamma^{\bar{j}}$ の $\bar{j}$ に関する和の関係式を用いることにより $n \neq B \in \Omega$ に対する補題の $q_h(n, k)$ が得られる。 $n = B$ の場合には z はいずれか 1 本のラインのパッファに一つの空が生ずるまでの時間であり、平均 $1/\bar{\lambda}$ の指数分布に従うため $n = B$ に対する補題の $q_h(B, k)$ を得る (証明終)。

本システムでは任意の状態 n と任意の政策 $\{k(n) \in A(n); n \in \Omega\}$ に対して、システムが有限の回数で状態 n からある状態 (例えば $0 = (0, \dots, 0)$ または B) へ遷移する正の確率が存在する。したがって、遷移確率行列は任意の政策に対して単一エルゴード連鎖を持つため、初期状態に依存しない最小時間平均コスト (コストレート) g を達成する最適政策が存在する。そのときの g と相対値 $v(n)$ は以下の最適方程式⁽⁴⁾を満たす。

$$v(n) = \min_{k \in A(n)} \left[q(n, k) - g / \mu_k + \sum_{0 \leq j \leq n} P(j|n, k) v(n - j + e^k) \right], \quad n \neq B \in \Omega \quad (2)$$

$$v(B) = q(B, 0) - g / \bar{\lambda} + \sum_{i=1}^L (\lambda_i / \bar{\lambda}) v(B - e^i), \quad n = B \quad (3)$$

$$v(0) = 0 \quad (4)$$

ただし、 e^k は k 方向の単位ベクトルを表し、 $e^0 \equiv 0$ とする。式(2)~(4)の最適解は Schweitzer の反復法⁽⁴⁾、または式(2)~(4)で表されるセミ・マルコフ決定過程をマルコフ決定過程に変換して Howard の政策反復法⁽⁵⁾を用いて求めることができる。

次に式(2)~(4)で求めた最適政策のもとでの各ラインの生産率を求める。そのために、セルが種類 $i, i = 1, \dots, L$ の部品を加工するときは一遷移期間にライン i は一単位の利得を得る過程を考える (平衡状態ではラインの出力は入力と等しい)。ライン i での単位時間当たりの出力の期待値 (すなわち生産率) を A_i とすると最適政策 $k(n)$ のもとでの利得のセミ・マルコフ決定過程は次のように表される。

$$\begin{aligned}
\omega(n) &= r(n) - A_i / \mu_{k(n)} + \sum_{0 \leq j \leq n} P(j|n, k(n)) \\
&\quad \times \omega(n - j + e^{k(n)}), \quad n \neq B \in \Omega \quad (5)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\omega(n) &= -A_i / \bar{\lambda} + \sum_{i=1}^L (\lambda_i / \bar{\lambda}) \omega(B - e^i), \quad n = B \\
&\quad \dots \dots \dots (6)
\end{aligned}$$

$$\omega(0) = 0 \quad (7)$$

ただし、 $\omega(n)$ は相対値で $r(n)$ は一遷移期間での直接期待利得であり次のように与えられる。

$$\begin{aligned}
r(n) &= 1, \quad k(n) = i \\
&= 0, \quad k(n) \neq i
\end{aligned}$$

ライン i の生産率 $A_i, i = 1, \dots, L$ は式(2)~(4)で求めた最適政策 $\{k(n) \in A(n); n \in \Omega\}$ のもとでの $\omega(n)$ 、 A_i に関する式(5)~(7)の連立方程式を解くことにより求められる。この $A_i, i = 1, \dots, L$ を用いてセルおよびラインの稼働率 CU および $U_i, i = 1, \dots, L$ は次のように与えられる。

$$CU = \sum_{i=1}^L A_i / \mu_i$$

$$U_i = A_i / \lambda_i, \quad i = 1, \dots, L$$

4. 最適解のコストに対する感度

本章では品切れコスト $C_i, i = 1, \dots, L$ や在庫コスト C_h をパラメータとみなしたとき、最適政策のもとでのコストレート g がパラメータにどのように依存するかを感度解析により考察する。パラメータが α のときの最適政策のもとでの直接期待コスト、期待遷移期間、遷移確率、コストレート、相対値をそれぞれ $q(n; \alpha), T(n; \alpha), Q(n'|n; \alpha), g(\alpha), v(n; \alpha)$ で表す。また、ベクトル $q(\alpha), T(\alpha), v(\alpha)$ およびマトリ

ックス $Q(\alpha)$ を以下のように定義する.

$$q(\alpha) \equiv [q(n; \alpha)]$$

$$T(\alpha) \equiv [T(n; \alpha)]$$

$$v(\alpha) \equiv [v(n; \alpha)]$$

$$Q(\alpha) \equiv [Q(n; \alpha)]$$

パラメータが α のときの状態 n における平衡状態
確率 $\pi(n; \alpha)$ に対してベクトル $\pi(\alpha)$ を

$$\pi(\alpha) \equiv [\pi(n; \alpha)]$$

により定義すると, $\pi(\alpha)$ は

$$\pi(\alpha) = \pi(\alpha) Q(\alpha)$$

を満足し, この $\pi(\alpha)$ を用いて $g(\alpha)$ は次のように与えられる.

$$g(\alpha) = (\pi(\alpha), q(\alpha)) / (\pi(\alpha), T(\alpha))$$

ここで, $(\pi(\alpha), q(\alpha))$ はベクトル $\pi(\alpha)$ と $q(\alpha)$ のスカ
ラ積を表す. このとき, $g(\alpha)$ の α に対する感度 $dg(\alpha)/$
 $d\alpha$ は次式のように求められる⁽⁶⁾.

$$dg(\alpha)/d\alpha = S(\alpha) + (\pi(\alpha), -g(\alpha)dT(\alpha)/d\alpha \\ + dQ(\alpha)/d\alpha v(\alpha)) / (\pi(\alpha), T(\alpha)) \quad \cdots \cdots (8)$$

$$S(\alpha) \equiv (\pi(\alpha), dq(\alpha)/d\alpha) / (\pi(\alpha), T(\alpha)) \quad \cdots \cdots (9)$$

表 1 代表的な状態 n に対する最適決定 $k(n)$ と
相対値 $v(n)$

$$C_h = 0, \\ C_1 = 105, \\ C_2 = 195, C_3 = 150$$

n	$v(n)$	$k(n)$
(000)	0.00	2
(010)	-12.89	3
(011)	-24.04	2
(012)	-33.39	2
(343)	-72.57	3
(444)	-75.01	0

コスト C_h あるいは $C_i, i=1, \dots, L$ をパラメータ α
としたとき, 式(8)の右辺の2項のうち, コストを陽
に含む $q(\alpha)$ に関係する第1項 $S(\alpha)$ が $dg(\alpha)/d\alpha$ に大
きく影響を及ぼすものと思われる. この $S(\alpha)$ に関す
る以下の命題が補題1, 2と式(9)から導かれる.

(命題1) $\alpha = C_i, i=1, \dots, L$ のとき, $S(\alpha)$ は次の
ように与えられる.

$$S(\alpha) = \sum_{n \in \Omega} \pi(n; \alpha) T(n; \alpha) \{ \lambda_i / (1/T(n; \alpha) + \lambda_i) \}^{n_i} / (\pi(\alpha), T(\alpha)) \quad \cdots \cdots (10)$$

(命題2) $L=3, C_2=C_3+\Delta, C_1=C_3-\Delta, \alpha=\Delta$ のとき, $S(\alpha)$ は次のように与えられる.

$$S(\alpha) = \sum_{n \in \Omega} \pi(n; \alpha) T(n; \alpha) [\{ \lambda_2 / (1/T(n; \alpha) + \lambda_2) \}^{n_2} \\ - \{ \lambda_1 / (1/T(n; \alpha) + \lambda_1) \}^{n_1}] / (\pi(\alpha), T(\alpha)) \quad \cdots \cdots (11)$$

特に $\lambda \equiv \lambda_1 = \lambda_2, B_1=B_2$ のときは

$$S(\alpha) = \sum_{n \in \Omega} \pi(n; \alpha) T(n; \alpha) [\{ \lambda / (1/T(n; \alpha) + \lambda) \}^{n_2} - \{ \lambda / (1/T(n; \alpha) + \lambda) \}^{n_1}] / (\pi(\alpha), T(\alpha)) \\ \cdots \cdots (12)$$

となる.

式(12)において $\{ \lambda / (1/T + \lambda) \}^n$ は n に対して単調に減少するため, $n_2 > n_1$ の状態確率が大なるときは $S(\alpha) < 0$
が成立つ.

(命題3) $\alpha = C_h$ のとき $S(\alpha)$ は次のように与えられる.

$$S(\alpha) = \left[\sum_{n \in \Omega} \pi(n; \alpha) T(n; \alpha) \sum_{i=1}^L \{ n_i - \gamma_i(n) (1 - \gamma_i(n)^{n_i}) / (1 - \gamma_i(n)) \} \right] / (\pi(\alpha), T(\alpha)) \\ + (1/\bar{\lambda}) \pi(B; \alpha) \sum_{i=1}^L \gamma_i(B) (1 - \gamma_i(B)^{B_i}) / ((1 - \gamma_i(B)) (\pi(\alpha), T(\alpha))) \quad \cdots \cdots (13)$$

ただし

$$\gamma_i(n) \equiv \lambda_i / \{ \lambda_i + 1/T(n; \alpha) \}$$

$$\gamma_i(B) \equiv \lambda_i / \{ \lambda_i + 1/T(B; \alpha) \} = \lambda_i / (\lambda_i + \bar{\lambda})$$

式(13)の第1項は在庫量の総和 $\sum_{i=1}^L n_i$ の平均値に主に依存し, 第2項はブロッキング状態の確率 $\pi(B; \alpha)$ と B_i
に対して単調増加する

$$\sum_{i=1}^L \gamma_i(B) (1 - \gamma_i(B)^{B_i}) / (1 - \gamma_i(B))$$

の積に比例する.

5. 数値計算結果と考察

$L=3, B \equiv B_1=B_2=B_3=4, \lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=10, \mu_1=\mu_2=\mu_3=33$ の場合を考察する。表1に $C_h=0, C_1=105, C_2=195, C_3=150$ の場合の代表的な状態 n に対する最適決定 $k(n)$ と相対値 $v(n)$ を示す。表において、 $n=(0,0,0)$ に対する決定 $k(n)$ は2で、 $n=(0,1,0)$ に対する決定は3となっていることからわかるように、すべてのライン中でライン2が優先され、また、ライン3がライン1に対して相対的に優先されている。これはコストの相対的關係 $C_2 > C_3 > C_1$ に対応している。また $n=(0,1,1)$ に対する $k(n)$ が2であるように、最適政策のもとではある場合においては空のラインを選択する代わりにすでに在庫の有るラインを選択する傾向がある。表2に $v(0,0,n)-v(0,0,n+1), n=0, \dots, 3$ の値を示す。この値はライン3の在庫量を1増加することにより得られる相対的利得を表す。この値は n とともに単調減少し、また、コスト差 ΔC の増大によって値は小さくなる。

表2 $v(0,0,n)-v(0,0,n+1); C_h=0, \Delta C=100(C_2-C_3)/C_3=100(C_3-C_1)/C_3$

n	$v(0,0,n)-v(0,0,n+1)$	
	$\Delta C=30$	$\Delta C=50$
0	12.04	11.57
1	9.98	8.96
2	8.27	7.14
3	6.73	5.70

表3 最適政策の下でのコストレート g , セルの稼働率 CU とライン i の稼働率 $U_i, i=1,2,3; C_h=0, \Delta C=100(C_2-C_3)/C_3=100(C_3-C_1)/C_3$

ΔC	g	CU	U_1	U_2	U_3
10	26.2	85.5	92.1	95.9	94.2
30	24.6	85.2	89.2	97.1	95.0
50	21.6	84.8	86.2	97.5	96.2
70	17.4	83.9	81.7	98.1	97.1
90	12.3	83.6	80.3	98.2	97.2

表4 代表的な状態 n に対する最適決定 $k(n)$ と相対値 $v(n); C_h=15, C_1=105, C_2=195, C_3=150$

n	$v(n)$	$k(n)$
(000)	0.00	2
(010)	-9.65	3
(011)	-17.03	1
(012)	-21.43	1
(343)	-27.77	0
(444)	-24.36	0

表3に $C_2 > C_3 > C_1, \Delta C=100(C_2-C_3)/C_3=100(C_3-C_1)/C_3$ としたときのコストレート g , セルの稼働率 CU とライン i の稼働率 $U_i, i=1,2,3$ を示す。コストの差 ΔC の増大によりライン間の稼働率の差が増大し、セルの稼働率はわずかに減少することがわかる。これはコストの高いライン2の優先度が増大することによる結果である。また、 g が ΔC の増大とともに減少しているのは式(12)が負になるためと思われる。

表4に $C_h=15, C_1=105, C_2=195, C_3=150$ の場合の最適決定 $k(n)$ と相対値 $v(n)$ を示す。表1との比較〔例えば $n=(0,1,1)$ における決定〕でわかるように C_h の増加によりライン2の優先度は減少する。また、 $C_h=15$ のときには $n=B$ 以外の状態でも $k(n)=0$ が選択されることがわかる。表1, 表4から、 $C_h=0$ のときには相対値は状態 n に対して単調に減少するが、 $C_h=15$ のときには相対値はある状態において極小値を持つことがわかる。

表5に B を5から2まで変化させたときの $g, CU, U_i, i=1,2,3$ を示す。 $C_h=0$ のとき、 B を減少することによりラインでの品切れの確率が増すため、 g は増加し、 CU および $U_i, i=1,2,3$ はセルのブロッキング

表5 最適政策のもとでのコストレート g , セルの稼働率 CU とライン i の稼働率 $U_i, i=1,2,3; C_1=105, C_2=195, C_3=150$

C_h	B	g	CU	U_1	U_2	U_3
0	2	69.0	76.0	78.2	88.3	84.5
	3	39.4	82.1	85.3	94.5	91.2
	4	24.6	85.2	89.2	97.1	95.0
	5	16.2	87.1	92.5	98.2	96.8
15	2	130.1	76.3	80.6	87.1	84.2
	3	130.5	82.4	87.9	93.1	90.8
	4	131.5	80.7	85.4	91.8	89.0
	5	131.5	80.7	85.4	91.8	89.0

図1 C_h の変化 $\Delta C_h=1$ に対する g の変化 Δg

グ確率の増大のため減少することがわかる。一方、 $C_h = 15$ のとき、 B の減少は在庫コストの減少に寄与するため g は B の減少とともに減少する。

図 1 に C_h の変化 $\Delta C_h = 1$ に対する g の変化 Δg を示す。 $C_h = 0$ のときには最適政策のもとではできるだけ在庫量を増すような決定を下すため B の増大とともに平均在庫量が増し、式(13)の第 1 項が大となり g の C_h に対する感度 Δg が増大するものと思われる。しかし、 $C_h = 5, 10$ のときには在庫を増す政策が必ずしも最適とならないため B の増大とともに式(13)が一樣に増加しない。すなわち、 g の C_h に対する感度の大きな領域で在庫圧縮を行う決定を下すため、 B の大きな領域で Δg の B に対する増加率が減少する領域が現れる。この領域は C_h が大なるほど、 B の小なるところで現れることがわかる。

6. 結 論

本論文は複数のラインに部品を供給する FMC の生産コントロール問題をセミ・マルコフ決定過程として定式化した。最適政策のもとでのコストレート g が品切れコストと在庫コストによってどのように影響を受けるのかを感度解析により検討した。本論文で取扱ったコントロール問題の最適政策は定常政策によって与えられる⁽⁷⁾。ゆえに、最適解を求める計算がたとえ膨大となっても、オフラインで最適解を求めておき、記憶装置に収められたその解をセルのマイクロプロセッサが利用するという方式をとることにより、容易に最適コントロールの実施が行えると思われる。

終わりに当たり、有益な助言をいただいた名古屋工業大学の野勝久教授に謝意を表す。また、数値計算の際に助力いただいた山口力君と茂木一宏君に感謝する。

付 録

$P(j|n, k)$ は以下のように与えられる⁽²⁾。

$$P(j|n, k) = \mu_k \sum_{m_1=1}^{s_1} \cdots \sum_{m_L=1}^{s_L} \bar{l}(n, m)!$$

$$\times \left\{ \prod_{i=1}^L x_i(n_i, j_i, m_i) \right\} / \{ \mu_k + \bar{w}(n, m) \}^{1 + \bar{l}(n, m)},$$

$$n \in B \in \Omega$$

ただし、 $m \equiv (m_1, \dots, m_L)$ で、 $\bar{l}(n, m)$ と $\bar{w}(n, m)$ は

$$\bar{l}(n, m) \equiv \sum_{i=1}^L l_i(n_i, j_i, m_i)$$

$$\bar{w}(n, m) \equiv \sum_{i=1}^L w_i(n_i, j_i, m_i)$$

で定義され、また、 $s_i, l_i(n_i, j_i, m_i), w_i(n_i, j_i, m_i), x_i(n_i, j_i, m_i), i=1, \dots, L$ は以下のように与えられる。 $n_i=0$ のとき $\delta_{j,0}$ をクロネッカの δ とすると、

$$s_i = 1$$

$$l_i(n_i, j_i, 1) = 0$$

$$w_i(n_i, j_i, 1) = 0$$

$$x_i(n_i, j_i, 1) = \delta_{j,0}$$

$n_i \geq 1, 0 \leq j_i \leq n_i - 1$ のとき

$$s_i = 1$$

$$l_i(n_i, j_i, 1) = j_i$$

$$w_i(n_i, j_i, 1) = \lambda_i$$

$$x_i(n_i, j_i, 1) = \lambda_i^j / j_i!$$

$n_i \geq 1, j_i = n_i$ のとき

$$s_i = n_i + 1$$

$$l_i(n_i, j_i, m_i) = m_i - 1, \quad 1 \leq m_i \leq n_i$$

$$= 0, \quad m_i = n_i + 1$$

$$w_i(n_i, j_i, m_i) = \lambda_i, \quad 1 \leq m_i \leq n_i$$

$$= 0, \quad m_i = n_i + 1$$

$$x_i(n_i, j_i, m_i) = -\lambda_i^{m-1} / (m_i - 1)!, \quad 1 \leq m_i \leq n_i$$

$$= 1, \quad m_i = n_i + 1$$

文 献

- (1) 伊東・岩田, フレキシブル生産システム, (昭 59), 5, 日刊工業新聞社.
- (2) Seidmann, A. and Schweitzer, P. J., *AIIE Trans.*, **16** (1984), 355.
- (3) 森・滋, 京都大学数理解析研究所講究録 596, (昭 61), 71.
- (4) Schweitzer, P. J., *J. Mathematical Analysis and Applications*, **34** (1971), 495.
- (5) ハワード, R. A. (関根・ほか 2 名訳), ダイナミックプログラミングとマルコフ過程, (昭 35), 42, 培風館.
- (6) Schweitzer, P. J., *Operations Research*, **17** (1969), 716.
- (7) Derman, C., *Finite State Markovian Decision Processes*, (1970), 25.

討 論

〔質問〕 大 場 史 憲〔広島大学工学部〕

(1) FMCにおける加工対象部品選択の最適政策とあるが、貴論文では加工対象部品はすでに与えられており、その加工順序を決定する問題ではないか。

(2) モデルにおいてセルと生産ラインの関係が把握しにくいのだが、各対象部品の最初の工程のみがセルで加工され、残りの工程が生産ラインで加工されるということか。実際にはどのようなシステムを想定されているのか。

(3) 表3において、在庫費用が零でセル稼働率が低下しているにもかかわらず、コストレートが減少するのは実際問題としておかしいのではないか。

〔回答〕 (1) 本論文で取扱っている問題は加工対象の部品が初期に与えられているスタティックな問題ではなく、ライン側の在庫状態に応じて、長期間における時間平均コスト（コストレート）を最小にするようにセルが加工すべき部品を逐次決定するダイナミックな問題である。

(2) 多種類の部品加工に対応できるFMCとそれから供給された部品を使って組立てなどの処理をする

ラインから構成されるシステムを想定している。

このモデルは、ラインの処理率 λ_i を部品 i に対する需要の頻度に対応させることにより、多品目の在庫に対して部品を供給するFMCのシステムにも適用できる。

(3) 本論文の取扱っているモデルではセルの遊休に対するペナルティは考慮されていない。したがって、セルの稼働率を上げることが目的ではなく、コストレートを最小にすることが目的である。在庫費用が零のとき、セル稼働率が低下しているにもかかわらず、コストレートが減少している理由は以下のとおりである。

ΔC の増加とともにライン間の優先度の差が増し、セルは優先度の高いラインの供給を重点的に行うようになり、実質的なラインの数は減少する結果、セルの稼働率は低下する。一方、コストは ΔC の増加とともに主に優先度の高い（すなわち、品切れコストの高い）ラインの在庫の充足度によって支配されるため、コストレートが ΔC の増加とともに減少している。