感度解析を用いた構造物の同定法の検討*

萩原 一郎^{*1},永 淵 和 夫^{*2}Study of Structure Identification
Method using Sensitivity Analysis

Ichiro Hagiwara and Kazuo Nagabuchi

A method for modifying characteristic matrices (such as stiffness and mass matrices) derived from FEM analysis by eigenpairs measured through experiments is studied from two points of view using an FEM beam model. One is reducing the number of design variables, and the other is selecting the eigenvector sensitivity analysis method which provides the most effective modification. The former can be accomplished quantitatively by a method called the "Quasi-Stiffness Matrix Method." To determine the latter, several sensitivity analysis methods were tried in combination with the variable metric method in solving a problem involving simultaneous identification of multiple eigenvectors, and the "Simultaneous Inverse Sensitivity" which the authors developed was found to be most effective.

Key Words: System Identification, FEM, Characteristic Matrices, Simultaneous Inverse Sensitivity, Vibration, Iterated Perturbation, Sensitivity Analysis, Modal Analysis, Direct Optimization,

1 はじめに

構造物の動的解析モデルを決定する“システム同定”と呼ばれる手法についての検討を行う。自動車のように、複雑な構造になると、FEMで特性を同定するだけでは、目標とする精度が得られない場合がある。そこで、実験データを用いて同定することが考えられる。これには、実験データだけを用いて、同定する場合と、FEMで得られた特性値を実験データで修正する場合とがある。

前者の実験データだけを用いる方法のうち、FEMと同様のマトリクス形を求める方法には、例えば、次のようなものがある。

- (1) カーブフィット等で得られるモーダルパラメータを用いて、マトリクスを求める方法。これは、例えば、擬似剛性マトリクスは、次数 m (m = 全自由度数 n) のモード行列と等価剛性行列にスベ

クトル分解できることを利用したものである。^{(1),(2)}ここでは、これを擬似剛性マトリクス法と称す。

- (2) 実験で得られる強制振動応答のデータから直接特性行列 (剛性行列, 質量行列, 減衰行列) を算出する方法。^{(2),(3)}

一方、後者の手法は、感度解析を用いる方法に代表させることができる。^{(4),(5)}

ここで、同定の目的をあらためて考えてみると一つには、得られたマトリクスを部分構造合成法等に適用するところがあり、あと一つは、同じく得られたマトリクスを基に、より優れた構造を算出するところにあると思われる。

この二つの目的に対して、前者の実験データだけを用いてマトリクスを求める方法では、次の点で不利と思われる。

- ① 得られるマトリクスの自由度は、計測点の計測自由度だけである。したがって、回転自由度の成分を組込むことは難しく解析で得られるマトリクスとの結合は困難である。
- ② 得られたマトリクスの成分の数値は、FEM等で得られる数値とは異なるため、各設計変数の

* 昭和63年4月1日 第65期通常総会講演会において講演、原稿受付 昭和62年7月2日。

^{*1} 正員、日産自動車(株)開発システム部 (〒237 横須賀市夏島町1)。

^{*2} 日産自動車(株)開発システム部

効果を算定することは難しい。

一方、FEMで得られるマトリクスを感度解析と実験データを用いて修正する研究もいくつか見られる。これによると、基本的にFEMと同等のマトリクスが得られるため、上記の課題は満たす。しかし、これらの研究は主として集中マスバネ系を対象にしたもの、連続体を対象にした場合には、固有値だけの議論であることが多い。また、固有モードを対象にしたとしてもそれは、単独の固有モードである。しかも修正する量は非常にわずかなものに限られている。

自動車車体では、振動対策等でしばしばフロアに線上に連続したふくらみを有すビードや一箇所に集中したふくらみを有すエンボス等が設けられる。そして、FEMモデルを作成する場合、解析容量や解析時間等の関係で、ビードやエンボスを忠実に表現するほど、十分に密に分割できない場合がある。その際には、FEMで得られる面内剛性は時に、正解の30倍に達する場合がある。このような問題では、解析と実験とが対応するように複数の固有モードを用いて設計パラメータを大幅に修正する必要が生じる。

すなわち、梁やシェル等連続体問題で同時に複数の固有モードを対象に同定する場合には、一般に多くの最適化の繰り返し計算を要す。そして、最適化の過程で目的関数に対する設計変数の感度係数を多数回算出するがその際、FEMの代わりに固有モード感度解析が使用できると都合である。このことについて議論された報告例は見られないようである。本研究で、FEM梁モデルを基に、対象とする固有モード数が多い場合には、著者らの開発した固有モード感度解析が唯一これを行うための適切な手法であることを述べる。また、構造同定を行うときの設計変数の絞り込みについて考察を行う。演算時間は設計変数の数により大きく異なり、したがって、解析で得られる固有対と実験で得られる固有対とから解析で使われた設計変数のどの部分が正しくなかったかが分かれば同定の効率が向上するからである。この点についても議論された例は見られないが、擬似剛性マトリクス法により定性的にこれが可能であることを示す。

2 同定方法

ここでとりあげる解析の流れを図1に示す。解析と実験で得られる複数の固有モードの差から同定の目的関数 F をつくる。 F の最小化のルーチンとして可変計量法を採用する。

設計変数ベクトルを $D = (D_1, D_2, \dots, D_n)$ とすると図1の(B)の部分では、

$\Delta F / \Delta D_i$, $i=1, 2, \dots, n$ の演算を要し、(C)の部分では、更に、多くの $\Delta F / \Delta D_i$ の演算を要す。この(B)、(C)の部分で感度解析を使用することを考える。さて、従来、複数の固有モードを対象にする場合、

図1 感度解析と可変計量法を用いた同定解析の流れ

以下に述べる“摂動法”⁽⁷⁾や“モード重ね合わせ法”⁽⁸⁾が使用されているが、ここでは、更に、複数の固有モードを同時に扱える残りの二つの方法“摂動法”の拡張といえる菊地-相沢⁽⁹⁾の“繰り返し摂動法”と著者らの開発した“同時反復感度解析”⁽¹⁰⁾の計四つの感度解析で比較検討を行う。これらの方法について、著者は既に詳細に述べているのでここでは議論ができる程度に簡単に記す。まず、固有モード感度解析でとりあげる問題は、現構造の固有値解析式(1)に対し、剛性マトリクス $[K]$ が $[K] + [\Delta K]$ に、質量マトリクス $[M]$ が $[M] + [\Delta M]$ に変化したときの方程式(2)または、式(2')の固有値、固有モードを求めるものである。なおここで、簡単のため、減衰項は省略する。

$$[K]X_i = \lambda_i [M]X_i \quad (1)$$

$$([K] + [\Delta K])(X_i + \Delta X_i) =$$

$$(\lambda_i + \Delta \lambda_i)([M] + [\Delta M])(X_i + \Delta X_i) \quad (2)$$

$$[K']X_i' = \lambda_i' [M']X_i' \quad (2')$$

2.1 摂動法 構造変更後の固有モード X_i' を式(3)のように、現構造の1次から m 次までの固有モードを並べたモード行列 $[X]$ で表現する。

$$X_i = [X] a \quad (3)$$

式(3)を式(2')に代入し、左から $[X]^T$ をかけると式(4)を得る。

$$([\tilde{k}_i] + [X]^T [\Delta K] [X]) a = \lambda_i' ([\tilde{m}_i] + [X]^T [\Delta M] [X]) a \quad (4)$$

ここで、 $\tilde{k}_i, \tilde{m}_i$ は、現構造の i 番目等価剛性及び質量。従って、式(2)の n 次固有値方程式が式(4)の m 次の小さな固有値方程式に変換される。式(4)の固有ベクトルを並べた m 行 m 列のモード行列 $[a]$ を式(3)に代入すると変更後の固有ベクトルの近似値が得られる。

2.2 モード重ね合わせ法 式(2)において、2次の項を省略すると式(5)を得る。

$$([K] - \lambda_i [M]) \Delta X_i = -([\Delta K] +$$

$$\lambda_i ([\Delta M] + \Delta \lambda_i [M]) X_i \quad (5)$$

ここで、

$$\Delta X_i = \sum_{k=1}^m a_{ik} X_k, \quad m \ll n \quad (6)$$

として、 i 番目の固有モードの変動分を、現構造の固有モードを用いて表す。

2.3 同時反復感度解析⁽⁹⁾ 現構造の固有ベクトルを初期ベクトルとして、構造変更後の固有ベクトルを同時反復法を利用して、次の(i)~(v)の手順で得る。

(i) m 本の出発ベクトル $[X^0] = [X_1^0, X_2^0, \dots, X_m^0]$

を現構造の固有モードベクトルとする。希望する周波数近傍のベクトルを最低次とするための固有値のずらし量(シフト値)を μ とする。

(ii) $[X^1] = ([Z] + [\Delta Z])^{-1} ([M] + [\Delta M])[X^0]$ を計算する。

ただし、 $[Z] = [K] - \mu [M]$

$[\Delta Z] = [\Delta K] - \mu [\Delta M]$

(iii) $[X^1] = [X_1^1, X_2^1, \dots, X_m^1]$ をGram-Schmidtの方法により $[M]$ 直交させる。

(iv) 長さを調節する。

$[X_i]^T ([M] + [\Delta M]) [X_i] = 1$

(v) 収束判定を行い、未収束なら(ii)へ戻る。

ここで、(ii)の $([Z] + [\Delta Z])^{-1}$ は式(7)の m 項までの式で算出する。

$$([Z] + [\Delta Z])^{-1}$$

$$= ([I] + [B] + [B]^2 + \dots + [B]^m$$

$$+ ([I] - [B])^{-1} [B]^{m+1}) [Z]^{-1} \quad (7)$$

ただし、 $[B] = -[Z]^{-1} [\Delta Z]$ 。

同時反復感度解析では、式(7)の m を適切に決めることが重要であるが、著者により演算過程で容易に得られる次の $\bar{R}$ 値が 10^{-2} レベルになるまで m を増加させれば良いことが見いだされている。⁽⁹⁾

$$\bar{R} = |\text{Min}(\lambda_i - \mu)|^{-1} R_s$$

ここで、 λ_i : 現構造の i 番目固有値、 $R_s : [B]^m$ の非零項の絶対値の最大値

そして、同時反復の打ち切り条件を、

$$\text{Max}(|\lambda_i^{(k)} - \lambda_i^{(k-1)}| / |\lambda_i^{(k)}|) \leq 10^{-8} \text{ で与}$$

えている。ここで、 k : 繰り返し回数, i : モード番号。

2.4 繰り返し摂動法 式(2')の固有値 λ_i' , 固有モード X_i' を次のように表現する。

$$\lambda_i' = \lambda_i^* + \mu, X_i' = \sum_{j=1}^p \alpha_j X_j + Y \quad (8)$$

$$X_i'^T [M] Y = 0 \quad (1 \leq j \leq p) \quad (9)$$

すなわち、構造変更後の固有モードを現構造の低次の p 個($p < n$)の固有ベクトルと剰余項 Y で表現する。Duncanらの摂動法では、式(8)で Y が除かれている。式(8)で、 λ_i^* はシフト値。

式(8), (9)を式(2')に代入して整理すると、式(10)が得られる。

$$([K] - \lambda_i^* [M]) Y = ([A] + \mu [B]) \sum_{j=1}^p \alpha_j X_j + ([C] + \mu [B]) Y \quad (10)$$

ここに、 $[A] = \lambda_i^* [M] - [K] + \lambda_i^* [M] - [K]$, $[B] = [M] + [M]$, $[C] = \lambda_i^* [M] - [K]$

以下、反復法と一般化逆マトリクス演算を用いて μ , Y , α_j を求めてゆく。打ち切り条件は、 k を反復回数として、 $\text{Max}(|\mu_i^{(k)} - \mu_i^{(k-1)}| / |\lambda_i^* + \mu_i^{(k)}|) \leq 10^{-8}$ で与えている。ここに、 i : モード番号

3 解析例

ここでは、次の式(11)を最小にすることにより同定を行う。

$$F(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (\phi_{ji} - \phi_{ji}^*)^2 \quad (11)$$

ただし、 ϕ_{ji} : 第 i モードの第 j 成分の解析値

ϕ_{ji}^* : 第 i モードの第 j 成分の実験値

n : 使用モード数, m : 使用自由度数

$Di (i=1, 2, \dots, k)$: 設計変数, k : 設計変数の数

対象とする解析モデルを図2に示す。すなわち、等間隔に分割した11節点10要素の一樣梁モデルである。

左端(節点1)を完全固定している。

そして諸元は、

全長 $l = 500\text{cm}$, $S = 100\text{cm}^2$, ヤング率 $E = 2.1 \times 10^4 \text{Pa}$, ポアソン比 $\nu = 0.3$, 密度 $\rho = 8.01 \times 10^{-6}$

図2 有限要素法梁モデル

g/cm^3 , 断面2次極モーメント $I_P = 1.44 \times 10^4 \text{cm}^4$, 断面2次モーメント $I_Y = 7.33 \times 10^3 \text{cm}^4$, $I_Z = 1.35 \times 10^4 \text{cm}^4$

次の二つの例題をとりあげる。

例題1・・・要素1～5の断面定数を現行の20%上げた場合にFEMで得られる固有値, 固有モードを実験値とみなし, 同じく現行定数を用いてFEMで得られる固有値, 固有モードを解析値とみなして同定を行う。ここで, 使用するモードはZ方向の第1～第10モード, 対象とする成分値は, 節点2～11のZ方向振幅値, 設計変数は, 要素1～10の断面定数

例題2・・・実験値と解析値は, 例題1と同一, ただし, 使用するモードはZ方向の第1～5モード, 扱う数値は節点2～6のZ方向振幅値。設計変数は, 要素1～5の断面定数

3.1 例題1の解析 図1の流れ図の(B), (C)の部分をFEMで行う場合と上記四つの感度解析で行う場合で得られる結果の精度と演算時間を比較して表1に示す。ただし, “摂動法”と“モード重ね合わせ法”では収束しなかったので記載していない。

図1の(B)の部分での感度係数は設計変数を10%増加させたときの値を用いている。(C)の部分では, G_R で定まる方向ベクトル上, 黄金分割法で定められる点で, 目的関数値 F_a が算出され(A)における F_A を下回る点が探し出される。

この F_a の算出には, 感度解析または, FEMを用いる。黄金分割の各点ごとに F_a を算出し, 10点目までに F_A を下回る F_a が得られなければ(B)へ戻り, 与える変化量を5%として今の過程を繰り返す。(C)で最初に与えるベクトルは, 最初は, 最大成分が20%, それ以降(C)に至る回数を J として, $20 \times 0.9^{(J-1)}$ となるように与える。収束条件を満足しなくても(C)で最小値が得られなかった回数を I として, $I = 4$ または, $J = 30$ となった時点で, 反復を終了している。

FEMによる解析ではヤコビ法を利用している。表

表1 各計算法による演算時間及び反復計算後の形状比較

Method	Element No.										Time
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Measured (%)	20.0 (5.0)	20.0 (5.0)	20.0 (5.0)	20.0 (5.0)	20.0 (5.0)	0. (0.)	0. (0.)	0. (0.)	0. (0.)	0. (0.)	
FEM (%)	14.7	20.5	18.7	20.4	18.9	-0.2	-1.1	-0.3	-1.3	-0.2	1625 sec (5.0 sec)
Simultaneous Iteration Sensitivity (%)	14.6	20.5	18.7	20.4	18.9	-0.2	-1.1	-0.3	-1.3	-0.2	1165 sec (3.7 sec)
Iterated Perturbation (%)	2.5	5.4	5.0	5.4	4.6	0.0	-0.9	-0.6	-0.6	-0.6	1023 sec (3.1 sec)

注) Measured の()内数値及び Iterated Perturbation の収束値は5%変更したものの。Time の()内数値は、ひとつの感度係数を算出するのに要する演算時間

1に見るように“同時反復感度解析”では、FEMによる解に極めて近い値が得られている。演算時間もFEM解の1625secに対し1196secと短い。本方法では、直交化の所で演算時間がかかるため表1の計算では2・3節の(Ⅰ)～(Ⅴ)の繰り返しルーチンで2回に一度は、(Ⅲ)の直交化を省略している。毎回直交化をした場合も全く同一の結果を得ている。ただし、演算時間は、1684secである。ここで直交化を3回に一度に省略すると発散した。“摂動法”、“モード重ね合わせ法”のいずれも発散した。ここで両者ともZ方向のモードを10個利用している。すなわち式(3)のモード行列 $[X]$ は(10, 10)、また、式(6)で $m=10$ である。

“繰り返し摂動法”の場合も発散した。ただし、“繰り返し摂動法”では要素1～5の断面定数を5%上げた場合の同様の解析では収束した。表1はその結果である。ここで、式(8)で $p=10$ 。また同式の $Y^{(k)}$ (k :ステップ番号)を求める際、2ステップに一度は $Y^{(k)}$ と X_j , $j=1\sim 10$ との直交化を必要とした。これにより一つの感度係数の算出に要する時間は著しく長い。

3.2 例題2の解析 同様にFEM解と四つの感

表2 各計算法による演算時間及び反復計算後の形状比較

Method	Element No.					Time
	1	2	3	4	5	
Measured (%)	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0	
FEM (%)	13.2	16.0	18.8	21.0	19.7	490 sec (5.0 sec)
Simultaneous Iteration Sensitivity (%)	13.2	16.0	18.8	21.3	19.7	264 sec (2.7 sec)
Iterated Perturbation (%)	12.6	15.9	18.5	20.3	18.7	2211 sec (162 sec)
Perturbation (%)	12.7	15.3	16.2	18.9	16.7	129 sec (1.4 sec)
Mode Superposed Method (%)	17.5	22.5	22.6	17.2	27.3	156 sec (1.8 sec)

度解析による結果を比較して表2に示す。いずれの場合も収束している。“同時反復感度解析”以外、いずれも、例題1と同様、Z方向のモード10個を使用している。ここで、“繰り返し摂動法”で注意すべきは、式(8)で $p=10$ であるが、図1(C)部の最適化で扱うモード数は5であるため、5個のモードだけが更新されることになる。したがって、(C)部でFEMによる固有値解析の実行をせざるを得ない。また、本例題でも $Y^{(k)}$ と X_j , $j=1\sim 10$ との直交化を2ステップに一度必要とした。これらが演算時間の長い原因となっている。“摂動法”による演算時間は極めて短い。“モード重ね合わせ法”でやや演算時間が長くなっているのは、この方法では、精度上、許容できる変更量は極めて小さいため、図1の(C)部においてもFEMによる固有値解析を実行したからである。“モード重ね合わせ法”では、Z方向5個のモードを使用する場合も収束しこのときの演算時間は、わずか

図3 目的関数の収束状況

19secである。一方、“摂動法”では、Z方向5個のモードの使用では収束していない。ただし、この場合も図1の(C)のところでFEMを使用すれば収束する可能性があるがこれは試みていない。

“同時反復感度解析”のみ例題1のときと同様図1の(A)部においても感度解析を使用しているがFEM解とほぼ等しい値が得られている。また、この場合も2回に一度、直交化の過程を省略している。

FEM、“繰り返し摂動法”、“同時反復感度解析”それぞれの収束の様子を図3に示す。ここでもFEMと“同時反復感度解析”の状況は非常に近い。三者とも反復回数1で目的関数値は $1/10$ となり、その後、漸減している。1回目の反復後の形状は、目標モデルとかなり異なるが反復15回目で目標関数値は更に $1/10$ となり、形状も目標モデルに近いものになるが、反復15回はかなり多いといえる。より、効率のよい最適化法の開発が望まれる。

4 設計変数の選択に関する検討

前節の例で分かるように設計変数の数により演算回数が異なる。また、前節では述べなかったが一般に設計変数の選択により同定した結果が異なる。そこで本節では、解析値と実験値とから設計変数が絞り込めるかの検討を擬似剛性マトリクス法を用いて行う。その解析の流れを図4に示す。

ここで、擬似剛性マトリクス法は、任意の固有モードの任意の自由度の計測値からなる正方の固有モード行列 $[\Phi]$ を用いて、図4に示すごとく $[\Phi^{-1}]^T [\Omega]$ 、 $[\Xi^{-1}]$ で擬似特性行列 $[K]$ が得られることを利用す

図4 設計変数絞り込みのためのフローチャート

表3 各要素の確からしき係数

Case No.	Measured Modes	Measured Nodes	Changed Elements	Certainty Coefficient α_j of Element j									
				1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1~10	2~11 (11)	1~5	0.83	0.83	0.83	0.85	0.89	0.94	0.98	1.00	1.00	1.00
2	1~10	2~11 (5)	1~3 8~10	0.84	0.85	0.88	0.94	0.98	0.98	0.94	0.88	0.85	0.83
3	1~5	1~5 (1)	6~10	1.02	1.02	1.03	1.03	1.04					
4	1~5	4~8 (8)	1~5				0.86	0.86	0.85	0.85	0.88		
5	1~5	4~8 (4)	6~10				0.95	0.92	0.87	0.83	0.82		
6	1,3,5,7,9	1,3,5,7,9 (5)	1~3 8~10	0.35	0.35	0.17	0.17	0.16	0.16	0.18	0.18	0.37	0.37
7	1,3,5,7,9	4~8 (4)	1~3 8~10				0.75	0.75	0.75	0.81	0.70		

るものである。ここで、 $[\Omega]$ は、固有振動数 ω_i を対角に並べた対角マトリクスである。実験で得られる擬似特性行列 $[K]$ とFEMで得られる $[\bar{K}]$ の成分を用いて同じく図4に示す方法で要素 j の確からしさ係数 α_j の算出を行う。いくつかのケースで確からしさ係数 α_j を求めた結果を表3に示す。なお、同表の α_j は、表3()内節点のZ方向振幅でモードの規準化を行って得ている。表3で、計測モードは全てZ方向モード。また、節点の変位は全てZ方向変位である。同表に見るようにFEMモデルの節点数と同数のZ方向モードを用いると設計変数の絞り込みが可能であることがわかる。一方、モード数が5の場合には常に設計変数を絞り込めるとはかぎらない。この場合には、例えば計測点の自由度にマトリクスを縮約してから固有ベアを求め、以下同様の手順を踏む必要があるかも知れない。この点については今後更に検討してゆく。

5 大規模モデルでの同定解析に関する考察

図1で設計変数の変更すべき方向と大きさが求まったあとの目的関数 F を算出する(A)部で、FEMによる固有値解析を利用するのはよい。しかし、最適化ルーチンの中では感度解析で固有値、固有モードの変化を求めていけることが解析の効率化につながる。

3章で論じたように扱うモード数が多い場合には、これにかなう感度解析は、“同時反復感度解析”だけということができる。

ただし、この方法では、逆マトリクスを求めるところで自由度数を n とすると、 n^3 のオーダーの演算数を要する。したがって大自由度問題では、次のように式(7)で $[Z]$ の逆マトリクスではなく $[Z]$ の三角分解を利用するのが良い。すなわち、式(7)で $m = \ell$ とすると

$$\begin{aligned} [X'] &= ([I] + [B] + [B]^2 + [B]^3) [X^0] \\ \text{上式で、} [B]^3 [X^0] &= [B]^{(3)} ([B] [X^0]) \\ &= [B]^{(3)} (-[Z]^{-1} (\Delta Z) [X^0]) \end{aligned}$$

すなわち、 $[Z]$ の三角分解さえ求めておけば、三角分解を求めるのに要する演算数のオーダーは n^2 であるから上式の演算は、より短時間で可能である。

ただし、逆マトリクスを用いる場合には、図1の(A)部でも感度解析の利用が可能である。これは、逆マトリクスはどんどん更新できるからである。一方、三角分解は更新できないから、(A)部では、FEMの利用が必要である。また、三角分解を利用する場合には、

逆マトリクスを使う場合に得られた $\bar{R}$ 値のようなものをみつける必要がある。

6 まとめ

FEMで得られる特性行列を実験で計測される固有モードを使って修正する同定手法の検討を行った。この際、DFP法による可変計量法を用いて逐次、設計変数の修正を行った。最適化の繰り返し過程で感度解析がFEMの代わりに使用できれば、効率良い同定解析が可能となる。

そこで、図1の流れ図の(B)及び(C)の部分で、“摂動法”、“モード重ね合わせ法”、“繰り返し摂動法”、“同時反復感度解析”の四つの感度解析を用いて比較検討を行った。

① 対象とする固有モード数が比較的少ないときは、“摂動法”、“モード重ね合わせ法”の利用は有効である。いずれも演算時間は極めて短い。ただし、“モード重ね合わせ法”を使用する場合は、図1の(C)部にはFEMを使用する必要がある。この場合、使用するモード数が少くても収束し、演算時間も更に短くなるケースもある。

② 対象とする固有モード数が比較的多いときは、“同時反復感度解析”だけが適用可能である。同時反復の過程で直交化の回数を $1/2$ に減らすことで解析時間を短縮でき、しかもFEMと同程度の精度が得られる。

本方法では、図1の(A)部にも感度解析の適用が可能である。連続体問題で、複数の固有モードを用いてマトリクスを同定する場合は、多くの繰り返し計算を必要とするため、本方法の利用で多くの演算時間を節減できる。

③ 大規模モデルで“同時反復感度解析”を利用する際には、式(7)で $[Z]$ の逆行列の代わりに三角分解の利用が有効である。ただし、この場合には、図1の(A)部には他の感度解析と同様FEMの利用を必要とする。そして、また、新たに $\bar{R}$ 値のような指標が必要である。

④ 現在、比較的、定評のある可変計量法を用いても目標に達するまで多くの繰り返し計算を必要とする。大規模モデルで同様の解析を実施するには今後、最適化法の改良も必要と思われる。

⑤ 同定する際、設計変数の数により必要な演算回数が異なる。また、設計変数の選択により同定した結果が異なる。したがって、あらかじめ、設計変数を絞り込むことは有効である。擬似剛

性マトリクス法により図2のモデルに対しては、FEMモデルの節点数と同数のZ方向モードを用いると設計変数の絞り込みが可能であることを示した。しかし、一般の構造物に適用するには、例えば、計測点の自由度にマトリクスを縮約してから図4の手順を踏む等、今後更に検討が必要である。

文 献

- (1) Thoren, A. R., A I A A Paper No. 72-346 (1972)
- (2) 大熊, 長松, 機論, 51-471, C (昭60), 2959
- (3) Leuridan, J. M., A I A A Paper No. 82-0767 (1982)
- (4) Chen, J. C. et al, A I A A Paper 84-1051 (1984)
- (5) 藤川, ほか3名, 機論, 52-476, C (昭61), 1234
- (6) Fletchen, R. et al. Computer Jour., 6-2 (1968), 163
- (7) Duncan, A. E., SAE 811313 (1981)
- (8) Fox, R. L. and Kapoor, M. P. A I A A J., 8-10 (1970), 1798
- (9) 菊地, 相沢, 機論, 50-460, C (昭61), 2267
- (10) 萩原, 藤原, 永測, 機論, 52-482, C (昭61), 2607
- (11) 萩原, 永測, 機論, 53-497, C (昭和63), 124

討 論

〔質問〕 大熊 政明〔東京工業大学工学部〕

(1) 表1などに計算時間が示されているが、どの程度の処理能力のコンピュータを使用された結果なのか。

(2) 式(11)に目的関数が示されているが、複雑な構造物の解析では実験からも解析からも多くの固有ペアが得られ、モードの対応関係を判断すること自体難しい場合があると思う。また対応するモードの次数の順序が入れ変わっている場合もある。このように、モードの対応がよくわからなかったり、対応モードの次数順序が異なってしまう場合には、どのように目的関数を設定すればよいのか。

(3) 例題1に示される実験値とみなす系の固有ペアと解析値とみなす系の固有ペアはどの程度の違いがあるのか。

(4) 曲線適合では一般粘性減衰を仮定するものが最もよく使用されていると思うが、その場合には固有モードが複素数成分のベクトルとして得られる。この場合、設計変数の絞り込みのために使用する擬似特性行列を求める所での固有モード行列はどのように与えられるのが最も良いのか。

〔回答〕 (1) IBM 3081で処理スピードは、14 MIPSである。

(2) 本手法を現在、車室内騒音解析やエンジンシリンドラブロックからの振動放射音の問題に適用してい

る。前者については、文献(付1)で述べたように150 Hzまで特に興味のある共振モードについては見分けがつく。また後者の例についても文献(付2)で述べたように、ホログラフィー計測値と解析値はよく対応し、本手法はそのまま適用できると考える。しかし、ご指摘のように、150 Hz以上では、車はパネルの振動の計測が困難となる。このような問題に対しては、(i)モデルの要素分割をさらに細かくする。あるいは(ii)統計的エネルギー法(SEA法)や漸近的モード解析(AMA法)の利用を図るなどである程度の解析ができることが同定の前提であると考えている。

(3) Z方向第1モードからZ方向第10モードの共振周波数を付表1に、マス正規化した第1、第9モードの各節点の振幅値を付表2、3に示す。また第9モードを付図1に示す。第9モードの変化が最も大きく他のモードの変化は第1モードと同程度である。

(4) FEM解析では現在のところ、主として比例粘性減衰を仮定し、実固有値解析を行っている。実験でも参照点が複数で複数の共振点を同時に扱う曲線適合以外、比例減衰を利用している。したがって本研究では実固有モードを対象としている。一般粘性減衰を

(付1) 屋代・萩原・鈴木・荒井, 自技会講演前刷集, 832(昭58), 287.

(付2) 三浦・桜井・萩原・矢追, 自技会講演前刷集, 871(昭62), 25.

付表1 Z方向第1モード～第10モード共振周波数比較

Mode No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Analysis (Hz)	0.98	6.15	17.2	35.2	55.93	83.79	117.56	157.50	203.63	253.15
Experiment (Hz)	1.07	6.46	18.0	35.9	58.59	87.55	123.11	164.55	213.05	265.22

付表2 第1共振モード比較

Mode No.	Analysis	Experiment
2	5,301 E-2	5,244 E-2
3	2,019 E-1	1,997 E-1
4	4,313 E-1	4,268 E-1
5	7,265 E-1	7,189 E-1
6	1,073 E 0	1,062 E 0
7	1,457 E 0	1,446 E 0
8	1,867 E 0	1,860 E 0
9	2,293 E 0	2,293 E 0
10	2,725 E 0	2,734 E 0
11	3,160 E 0	3,178 E 0

付表3 第9共振モード比較

Mode No.	Analysis	Experiment
2	2,365	2,371
3	-2,335	-2,231
4	1,914	1,605
5	-1,056	-5,149
6	-3,920 E-2	-6,791 E-1
7	1,125	1,621
8	1,959	-2,201
9	2,362	2,412
10	2,105	-2,079
11	3,238	3,251

付図1 第9モード振幅比較

基に得られる複素固有モードから擬似特性行列を求めた経験はないが例えば文献(付3)の76～79ページを参考にすれば求めることも可能と考えている。

〔質問〕 室津義定・泉田 啓

〔大阪府立大学工学部〕

(1) 式(11)の評価関数に固有値(固有振動数)を考慮しないのはなぜか。

(2) 実験的には、固有振動数に比べて、固有モードを正確に同定することは困難であると考えられるが、どのような方法で固有モードを決定するのか。また、固有モードの計測に伴う誤差をどのように評価すべきか。

〔回答〕 (1) 固有振動数の収束は、固有モードの収束よりも早く式(11)の値がある程度小さくなれば

固有振動数は自然に一致してくるからである。

(2) 本研究では150 Hz以下の車室内騒音の検討として車体加振を2 kHz以下の車外騒音の検討としてシリンダブロックの加振を想定している。いずれの場合も正弦波加振あるいはランダム加振で得られる伝達関数をモーダル解析(カーブフィットなど)して固有モードを得ている。最も一般的な加速度ピックアップを用いる接触形の計測でも対象とする周波数範囲内では、計測誤差はさほど生じないと思う。わずかな誤差も許されない場合には、例えば、データのノイズが正規分布するとして、同定することを考えたい。

(付3) 長松, モード解析, (昭60), 76, 培風館.