3 形ウォームギヤの歯面修整法の研究*

(第 4 報, ウォームギヤの試作と歯当たり試験)

岸 佐年^{*1}, 両 角 宗 晴^{*2}, 吉田 嘉太郎^{*3}

A Study of the Crowning Method for the Type 3 Worm Gear (4th Report, An Experimental Manufacture of the Type 3 Worm Gear and a Test of Its Tooth Bearing)

Satoshi KISHI, Muneharu MOROZUMI, and Yoshitaroh YOSHIDA

An experimental manufacture of the type 3 worm gear and a test of its tooth bearing were conducted. Firstly, a calculation method is given to find the amount of clearance between the thread surface of the worm and the modified tooth surface of the wheel. By applying the calculation method to a numerical example of the type 3 worm gear, an equal-clearance diagram is obtained. Secondly, an experimental manufacture of the type 3 worm wheel and worm is carried out with the type 3 worm hob and the cone-shaped grinding wheel, respectively. Thirdly, a test of the tooth bearing is performed for the manufactured wheel and worm with the testing device of the tooth bearing. The result was that the red contact marking appeared on the wheel surface agrees well with the theoretical equal-clearance diagram. Finally, the validity of the theory for the crowning method and of the manufacturing process for the type 3 worm hob is confirmed by the test.

Key Words: Gear, Type 3 Worm Gear, Tooth Bearing, Equal-Clearance Diagram, Red Contact Marking

1. 緒 言

ウォームギヤの歯当りを良好にするために、ホイールの歯面にわずかに膨らみを付ける歯面修整法について種々の研究が行われている。著者らはウォームギヤとして最も多く用いられている 3 形ウォームギヤに対する歯面修整法について解析的研究を行い、所定の歯面膨らみ量を持つホイールを切削するホブの基礎ねじ面とこの基礎ねじ面工作用紡錘形工具との諸元を求める有効な数値計算法を示した⁽¹⁾。そして実用性を考慮してこの 3 形ウォームホブの切れ刃面をホブねじに対して垂直ねじれの 3 形ウォームのねじ面と定め、正しいホブ切れ刃を得るための二番取りバイト輪郭を求める数値計算法を示した⁽²⁾。さらにこの 3 形ウォームホブの二番取り研削時の便利のために砥石軸をホブ軸に対して三次元的に傾けて取付けた場合の二番取り研削砥石輪郭について解析的研究を行い、砥石輪郭を求める数値計算法を示し⁽³⁾、これらの場合について 3 形ウォームホブの試作実験を行い良い結果を得た。

本研究では、この試作した 3 形ウォームホブを用いてウォームホイールの切削実験を行い、また数値例に従ってウォームを試作し、この両者を所定の寸法に組み立てウォームとホイールとの歯当たり試験を行う。

表 1 は本文に用いる主な記号の説明である。

表 1 使用記号の説明

α	: pressure angle of worm at arbitrary radius in axial section
α_a	: pressure angle of worm at pitch radius in axial section
l	: lead of worm
n	: number of threads of worm
P	: pitch of worm ($= l/n$)
h	: reduced pitch of worm ($= l/2\pi$)
r_c	: pitch radius of worm
r	: arbitrary radius of worm
β_c	: lead angle of worm at pitch radius ($= \tan^{-1}(l/2\pi r_c)$)
Z	: number of teeth of wheel
k	: gear ratio ($= Z/n$)
R_c	: pitch radius of wheel ($= lZ/2\pi n = hk$)
R	: arbitrary radius of wheel
c	: center distance ($= r_c + R_c$)

* 昭和 63 年 7 月 15 日 東海支部浜松地方講演会において講演、原稿受付 昭和 62 年 12 月 23 日。

^{*1} 正員、長野工業高等専門学校 (〒380 長野市徳間 716)。

^{*2} 正員、信州大学工学部 (〒380 長野市若里 500)。

^{*3} 正員、(株)小金井製作所 (〒184 小金井市緑町 3-11-28)。

2. 解析理論

2・1 3形ウォームのねじ面 いま図1に示すように x 軸がねじみぞの中央を通り, z 軸がねじ軸となる $o-xyz$ 座標系で3形ウォームのねじ面を表すと次式となる⁽⁴⁾. ただし複号はねじ面①, ②の順とする.

$$\left. \begin{aligned} x &= r \cos \theta \\ y &= r \sin \theta \\ z &= -\rho \sin \theta \sin \beta_c \\ &\mp \left[\frac{W}{2} - (\rho - \rho_c) \tan \alpha_c \right] \cos \beta_c + h(\lambda + \theta) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ただし

$$r = \sqrt{A^2 + B^2} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\left. \begin{aligned} A &= a - \rho \cos \theta \\ B &= \rho \sin \theta \cos \beta_c \mp \left[\frac{W}{2} - (\rho - \rho_c) \tan \alpha_c \right] \sin \beta_c \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \rho &= \left(\frac{W}{2} \cot \alpha_c + \rho_c \right) \sin^2 \alpha_c + (a - r_c) \cos^2 \alpha_c \sec \theta \\ &\mp \sin \alpha_c \cos \alpha_c \tan \theta (a \cot \beta_c + r_c \tan \beta_c) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\tan \lambda = \frac{B}{A} \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで ρ はウォームを工作する紡錘形工具の任意半径, ρ_c は紡錘形工具のピッチ円半径, θ は工具面を表すための偏角, W は ρ_c における工具刃幅, α_c は工具圧角, a はウォーム軸と工具軸との最短距離 ($=\rho_c + r_c$) を示す. そしてウォームの軸断面輪郭の任意半径 r における接線が x 軸となす角 α は次式によって

図1 ウォームとホイールとの座標系の関係

表され, これらの各諸元は次に示す計算手順(I)により求めることができる.

$$\begin{aligned} \tan \alpha &= \mp \{ r \cos^2 \alpha_c \sec^2 \theta [(a - r_c) \sin \theta \\ &\mp (a \cot \beta_c + r_c \tan \beta_c) \tan \alpha_c] \\ &\times [(\sin \theta \sin \beta_c \mp \tan \alpha_c \cos \beta_c) \cdot A \\ &- r_c \tan \beta_c (\tan \lambda \cos \theta + \sin \theta \cos \beta_c \\ &\pm \tan \alpha_c \sin \beta_c) \cos^2 \lambda] \\ &+ r \rho [A \cos \theta \sin \beta_c \\ &+ r_c \tan \beta_c \cos \theta \cos^2 \lambda \\ &\times (\tan \lambda \tan \theta - \cos \beta_c)] \} \\ &\times [A \cos \theta - B (\sin \theta \cos \beta_c \pm \tan \alpha_c \sin \beta_c)] \\ &\times \cos^2 \alpha_c \sec^2 \theta [(a - r_c) \sin \theta \\ &\mp (a \cot \beta_c + r_c \tan \beta_c) \tan \alpha_c] \\ &- A \rho \sin \theta - B \rho \cos \theta \cos \beta_c \}^{-1} \cdot A^{-1} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (6)$$

2・2 ホイールの歯面と同時接触線 いま式(1)で与えられたねじ面を軸回りに回転角 ψ で回転運動させると, このねじ面と理論的にかみあうホイールの歯面は図1に示す $o-\xi_1\eta_1\zeta_1$ 座標系により次式で表される⁽¹⁾.

$$\left. \begin{aligned} \xi_1 &= R \cos \varphi \\ \eta_1 &= R \sin \varphi \\ \zeta_1 &= r \sin \gamma \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (7)$$

ただし

$$R^2 = A_w^2 + B_w^2 \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\left. \begin{aligned} A_w &= c - r \cos \gamma \\ B_w &= -\rho \sin \theta \sin \beta_c \mp \left[\frac{W}{2} - (\rho - \rho_c) \tan \alpha_c \right] \cos \beta_c + h(\lambda + \gamma - \psi) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\tan \varphi = \frac{\eta_1}{\xi_1} = \frac{A_w \sin \frac{\psi}{k} + B_w \cos \frac{\psi}{k}}{A_w \cos \frac{\psi}{k} - B_w \sin \frac{\psi}{k}} \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$\psi = \frac{1}{h} \left\{ \frac{r(r_c - r \cos \gamma)}{h \sin \gamma \pm r \tan \alpha \cos \gamma} - \rho \sin \theta \sin \beta_c \mp \left[\frac{W}{2} - (\rho - \rho_c) \tan \alpha_c \right] \cos \beta_c \right\} + (\lambda + \gamma) \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$r = \frac{1}{2} \{ (r_c \sec \gamma \pm B_w \tan \alpha) + [(r_c \sec \gamma \pm B_w \tan \alpha)^2 + 4 B_w h \tan \gamma]^{1/2} \} \quad \dots\dots\dots (12)$$

この式(11), (12)はウォームとホイールとの同時接触線の条件式でもある。いま任意の ξ_1 平面によるホイールの軸断面輪郭を求めるために式(7)の ξ_1 の式より次式をえる。

$$\gamma = \sin^{-1} \left(\frac{\xi_1}{r} \right) \quad \dots\dots\dots (13)$$

以上の各式を用いて、次に示す計算手順をホイールの歯底半径 R_b から歯先半径 R_k まで繰返し用いてホイールの軸直角断面輪郭を求めることができる。

次にウォームとホイールとの同時接触線を求めることを考える。この場合、ウォームとホイールとの相対的な回転位置関係に対応して同時接触線は無数に存在し、従ってウォームの回転角 ψ の値を定めてやることにより同時接触線は一義的に定まる。そこでウォームのねじ面上の任意の点 $[y=y(\xi_1=\xi_1), r=r]$ を通る同時接触線を求めるためには、 $r=r$ に対して計算手順(I)により $\rho, \theta, \lambda, \alpha$ を求め、また式(13)により γ を求め、これらを式(11)に代入して ψ を求めればよい。そしてこの ψ を用いて次に示す計算手順をホイールの歯幅方向に繰返し計算を行えば同時接触線を求めることができる。ホイールの歯幅方向の限界値 $\xi_{1\max}$ は歯幅の半分または $\xi_{1\max} = r_c \tan 30^\circ$ とする考え方があ

2.3 ホイールの歯面修整法とその計算手順

2.2 節まではウォームとホブとを識別せずに3形ウォームのねじ面として扱ってきた。ここからはウォームにかかわる各諸元に対して添字 w を、ホブにかかわる各諸元に対しては添字 h を付してそれぞれ識別して考える。

さてホイールの歯面修整法として、1形ウォームギヤの場合についてウォームの与えられた諸元 (l_w, a_{aw} など) に対してホブの基礎ねじ面のリード l_h と軸断面圧力角 α_{ah} とをわずかに小さくしたホブを用いて歯切りする方法が提案されており⁽⁵⁾⁽⁶⁾、このときのホイールのピッチ円筒上における膨らみ量を容易に正確に計算するための解析が行われている⁽⁷⁾。このようにして歯切りされたホイールとウォームとのかみあいにおいては、ホイールの中央平面付近で両者が接触し、ホイールの歯幅方向に遠ざかるにつれて両者にわずかにす

き間が生じ片当たりの発生を防ぐことができる。著者らは第1報において3形ウォームギヤの場合について上記のホイール歯面の修整法を適用して解析的研究を行った。この場合ウォームとホブとの諸元の関係式として次式が成り立つものとする。

$$l_w \cos \alpha_{aw} = l_h \cos \alpha_{ah} \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$c = R_{cw} + r_{cw} = R_{ch} + r_{ch} \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$\frac{2\pi R_{cw}}{Z} = \frac{l_w}{n} \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$\frac{2\pi R_{ch}}{Z} = \frac{l_h}{n} \quad \dots\dots\dots (17)$$

いま式(1)を満足するウォームとホブとの諸元 ($l_w, r_{cw}, a_{aw}, l_h, r_{ch}, \alpha_{ah}$ など) がそれぞれ与えられているものとし、このウォームにより仮想的に創成されるホイールの歯面およびホブにより実際に創成されるホイールの歯面とを考える。そしてホイールの中央平面内

($\zeta_1=0$)における任意点($r=r$)を通るウォームねじ面と仮想ホイール歯面との仮想同時接触線を考え、ウォームと実際のホイールとがかみあわされたとき、この仮想同時接触線に沿って両者の間に生じるホイールの円周方向すき間を求めることを考える。そこでホイールの中央平面によるそれぞれのホイール歯面の断面輪郭の諸元を R_{w0} , φ_{w0} , φ_{h0} などと表し、次に任意の値 $\zeta_1=\zeta_1$ 平面によるそれぞれのホイール歯面の断面輪郭の諸元を R_w , φ_w , φ_h などと表すと、これらの間の幾何学的関係をホイールの軸方向から見ると図2に示すようになる。そしてこれら仮想ホイール歯面と実際のホイール歯面とが中央平面内の $R=R_{w0}(r=r)$ で接触したとき、 $\zeta_1=\zeta_1$ 平面内の $R=R_w$ の円周方向において両者の間に生じるすき間 δ は次式により表される。

$$\delta = R_w[(\varphi_h - \varphi_{h0}) - (\varphi_w - \varphi_{w0})] \dots \dots \dots (18)$$

この場合 [$r=r$, $\zeta_1=0$ ($\gamma=0$)] を通る同時接触線を求めるには予め計算手順 (I) および式 (11) により ψ を定める必要がある。そしてこれらの各諸元は次の計算手順により求めることができる。

3. 数値例と実験

第1報においてウォームおよびホイールの諸元として $r_{cw}=26.150$ mm, $l_w=25.950$ mm, $n=2$, $Z=77$ を選び、ウォーム工作用紡錘形工具は $\rho_{cw}=195$ mm, $\alpha_{cw}=20^\circ$ とし、 $[R=R_{cw}(r=r_{cw}), \zeta_1=0]$ の点を通る同時接触線に沿って $\zeta_1=\zeta_{1\max}=r_{cw} \tan 30^\circ$ の平面内における仮想ホイール歯面と実際のホイール歯面との円周方向すき間 $\delta=\delta_0=0.055$ mm としてウォームとホブとの各諸元を求めた。その結果を表2に示し、本研究ではこれらの諸元をそのまま用いることにする。そこでこの場合について計算手順(IV)を用いて種々の同時接触線に沿っての仮想ホイールと実際のホイールとの円周方向すき間 δ を計算し、この結果を用いて等すき間線図を求め図3に示す。この図3より仮想ホイールと実際のホイールとのすき間 δ は期待どおりホイールの中央平面付近では小さく、中央平面から遠ざかるに従って大きな値となっており、実際のウォームとホイールとのかみあいにおいては良好な歯当たりが得られることを予想できる。

次に第3報で製作した3形ウォームホブをホブ盤(桎藤鉄工製 KR-600 型)に取付け、鋳鉄材(FC 20)を用いてホイールの歯切り実験を行った。図4に歯切りの様子を写真で示す。この場合ホブとホイール素材との間の中心距離は $c=185.160$ mm (理論値は $c=185.158$ mm) になるよう正確に調整した。またこの3形ウォームホブの切れ刃面は3形ウォームねじ面に仕上げられているのでやや中凸形となっているが、このことがホブの切削性に悪影響をおよぼす様子はまったくなく、製作されたホイール歯面の仕上り状態は良好で

図2 ホイールの断面輪郭と同時接触線

表2 計算結果

	Worm	Hob
l_w, l_h	(25.950)	25.832
r_{cw}, r_{ch}	(26.150)	26.870
n	(2)	(2)
P_w, P_h	12.975	12.916
β_{cw}, β_{ch}	8'58'30"	8'41'57"
α_{aw}, α_{ah}	20'12'26"	19'29'10"
ρ_{cw}, ρ_{ch}	(195)	(195)
α_{cw}, α_{ch}	(20')	19'17'52"
W_w, W_h	6.409	6.384
δ_0		(0.055)
Z	(77)	(77)
R_{cw}, R_{ch}	159.008	158.287
c	185.158	185.158
ψ_c	-45°	
$\varphi_{w0}, \varphi_{h0}$	-1'10'8"	-1'4'30"
R_w	158.785	
φ_w, φ_h	-0'57'47"	-0'50'56"

() : indicates given dimensions

あった。なおホイールの切削実験を行う前にこの試作3形ウォームホブの切れ刃によって形成されるホブ基礎ねじ面の軸断面輪郭をクリンゲルンベルク社製のホブテスタにより測定した。図5はその測定状態を示す。図6にホブ基礎ねじ面の軸断面輪郭の理論値を実線で示し、測定値を○印で示す。この図6よりホブ切れ刃は理論どおり正確に製作されていることが理解できる。

次に表2に示す諸元の3形ウォームの試作を行った。ウォーム素材としては、クロモリブデン鋼 (SCM 435) を用い、ねじ切削盤 (小川鉄工製 TM-14 型) により所定の寸法にねじ切削を行った後、高周波

焼入れ、焼ならしを施した。さらにこのウォームをねじ研削盤 (小川鉄工製 TMG 型) を用いて仕上研削を施した。使用した砥石は WA 54 I で外径は約 400 mm であり、水溶性研削液を用いて湿式で行った。このウォームの軸断面輪郭を、ホブテスタを用いてホブ切れ刃

図3 ホイール歯面とウォームねじ面との等すき間線図

図4 ホイールの歯切り実験

図5 ホブテスタによる切れ刃輪郭の測定

図6 ホブ基礎ねじの軸断面輪郭と測定結果

図7 ウォームの軸断面輪郭と測定結果

図8 ウォームとホイールとの歯当たり試験

の測定法と同様な方法で測定した。図7にこの3形ウォームの軸断面の理論輪郭を実線で示し、測定結果を○印で示す。この図7より、試作3形ウォームは理論どおりの形状にほぼ正確に仕上げられていたことが理解できる。

このようにして製作されたウォームとホイールとにより歯当たり試験機を用いて歯当たり試験を行った。図8に歯当たり試験の様子を写真で示す。この場合、まずウォームのねじ面に約50 μ m程度の厚さに光明丹を塗布した後、ウォームとホイールとを中心距離 $c=185.160$ mm (理論値は $c=185.158$ mm) に取付け、ホイール側面に約160Nのおもりを乗せてブレーキをかけ、ウォームを手動により回転させて両者をかみあわせた。図9にホイールの歯面に付着した光明丹 (赤当たり) の様子を写真で示す。この図9と前述の図3の等すき間線図とを比較すると、このウォームとホイールとの歯当たり結果は理論的歯当たり紋様はかなり近い様子を示していることが理解できる。また光明丹の塗布の厚さについては JISB 1741「歯車の歯当たり」の方法により経験的に測定した。

4. 結 言

3形ウォームギヤのかみあいにおける歯当たりを良好にするための歯面修整法の計算システムにより各々の諸元が定められた3形ウォームとホイールとを試作し、これらを所定の寸法に組立て歯当たり試験を行い

図9 ホイール歯面上の赤当たり

良い結果を得た。この計算システムは、与えられたウォームとホイールとの諸元に対してホイールの歯面にわずかに膨らみを与えるためのホイール切削用3形ウォームホブの諸元とこのホブ基礎ねじ面工作用紡錘形工具の諸元とを定めるもので、本研究の試験結果によりこの計算システムによる各諸元の定め方の正しさが確認された。また歯当たり試験結果は理論的歯当たり紋様とよく一致しており、3形ウォームギヤおよび3形ウォームホブの設計法と製法との正しさが確認された。

本研究に際し、3形ウォームギヤの試作と歯当たり試験に協力された(株)長岡歯車製作所と同所の山崎隆氏および(株)小金井製作所に対しまして感謝の意を表します。

文 献

- (1) 岸・両角・吉田, 機論, 52-481, C (昭61), 2443.
- (2) 岸・両角・吉田, 機論, 53-491 C (昭62), 1555.
- (3) 岸・両角・吉田, 機論, 54-503 C (昭63), 1535.
- (4) 両角, ねじ解析理論とその応用, (昭60), 27, 産経出版社.
- (5) 和栗・安東, 機論, 15-50 (昭24), IV-24.
- (6) 和栗・安東, 機論, 15-50 (昭24), IV-28.
- (7) Yoshimoto, I., *Bull. T. I. T.*, Ser. B, 5 (1959), 47.