ジョブショップタイプ自動生産システムの サイクリックスケジューリング* (定常状態におけるジョブ出力間隔とバッファ容量の関係)

由 良 憲 二*¹

Multi-Job Cyclic Scheduling for an Automated Job-Shop-Type Manufacturing System (Relationship between Job Output Interval and Buffer Capacity)

Kenji YURA

A multi-job cyclic scheduling problem for an automated job-shop-type manufacturing system was analyzed. In the cyclic scheduling problem, an optimum schedule is a non-idle schedule, where a bottleneck machine produces jobs without idle time in the steady state. A dividing method of the jobs was introduced and the job output interval in the steady state was clarified. A lower bound on the buffer capacity was obtained to construct a non-idle schedule.

Key Words: Production System, Scheduling, Cyclic Production, Automation, Buffer, Network

1. 緒 言

近年、自動工作機械、自動マテリアルハンドリング設備およびコンピュータ制御技術などの発達により、多品種の加工物(以下、ジョブと呼ぶ)を混合して生産することができる自動生産システムが普及しつつある。

多品種のジョブを混合して生産する方式の一つに“繰返し生産方式”がある。これは、各ジョブの必要生産量に基づいて、いくつかの品種・数量のジョブで構成されるロットを適切に設定し、このロットを繰返し生産する方式である。繰返し生産を効率的に実施するためには、ジョブが機械から出力される間隔(ジョブ出力間隔)と機械においてジョブが処理される順序(ジョブ処理順序)との関係を分析し、ジョブ出力間隔を最小にするスケジュールを作成する必要がある。このような問題は“サイクリックスケジューリング問題”と呼ばれる。

バッファ容量に制限のない場合、繰返し生産方式を採用すると、定常状態におけるジョブ出力間隔をあい

路工程(処理時間総和が最大となる機械)の加工時間総和に等しくすることができる⁽¹⁾。このとき、あい路工程は遊休なく稼働し、生産が無駄なく遂行される。そこで、このようなスケジュールを「あい路工程常時稼働スケジュール」と呼ぶことにする。

一方、バッファ容量に制限のある場合、必ずしもあい路工程常時稼働スケジュールは得られない。前報⁽²⁾において、ジョブの流れが錯綜しないフロータイプ自動生産システムについて、あい路工程常時稼働スケジュールを得るために必要なバッファ容量を求めた。本研究においては、ジョブの流れが多方向で錯綜するジョブショップタイプ自動生産システムについて、あい路工程常時稼働スケジュールを得るために必要なバッファ容量を求める。

2. 解 析 対 象

2.1 自動生産システムの構成 対象とする自動生産システムは、図1に示すように、工作機械、入力ステーション、出力ステーション、専用バッファ、共通バッファならびにそれらを結合するコンベヤから構成される。専用バッファとは工作機械および出力ステーションの前に設けられ、その設備で処理されるジョブだけが入ることができるバッファであり、共通バッ

* 昭和63年7月13日 九州支部鹿児島地方講演会において講演、原稿受付 昭和62年12月10日。

*¹ 正員、姫路工業大学(〒671-22 姫路市書写2167)。

ファとは、どの設備で処理されるジョブも入ることができるバッファである。

2.2 ジョブの分割 各ジョブが処理される機械の順序を工程順序と呼ぶ。また、機械、入力ステーションおよび出力ステーションをノードで、ジョブの工程順序をアークで示したネットワークを「工程のネットワーク」と呼ぶことにする。ジョブの流れが錯綜する場合、工程のネットワークは閉路を含む(例えば、6章図3)。この場合、バッファ容量に制限のないときでさえ必ずしもあい路工程常時稼働スケジュールが得られない。

そこで、工程のネットワークが閉路を含まないように、ジョブが処理される工程をいくつかの部分に分割する。このジョブの分割は、閉路を構成するアークに対応したジョブの工程を分割することにより実行される⁽¹⁾。分割された工程だけで処理されるジョブを元のジョブの分割ジョブと呼ぶことにする。

2.3 ジョブの投入方式 ジョブの計画生産量に基づき1サイクルに投入するジョブ群を定める。このジョブ群を、各サイクル内のジョブの投入順序を固定し、自動生産システムへ繰返して投入する。

ある特定のジョブから分割されたジョブはそれぞれ異なったサイクルで処理される。そこで、ジョブを分割ジョブに分割して生産する場合、第1サイクルから分割ジョブを処理できるように、繰返してジョブを投入する前に、分割ジョブを特定の個数(調整用投入ジョブ数)だけあらかじめ投入し、処理する⁽¹⁾。

あるジョブから分割された分割ジョブは物理的には同一のジョブである。すなわち、ジョブ i の第 j 分割ジョブ i_j に対する調整用投入ジョブ数が ξ_{ij} の場合、サイクル l で加工される分割ジョブ i_j と第 $(l+\xi_{ij})$ サイクルで加工される分割ジョブ i_{j+1} が同一のジョブである。

図1 解析対象とする自動生産システム

2.4 ジョブの生産方式

(1) 各サイクルにおいてジョブを機械で加工する順序やバッファに貯蔵する順序などは固定し、計画生産量を満たすまで繰返し生産する。

(2) ジョブは、行先の専用バッファないし共通バッファが空いていて、そのジョブが貯蔵されるべき順番にある場合、直ちにバッファに搬送されて貯蔵される。専用バッファに貯蔵されているジョブは、機械が空けば直ちに機械に取付けられる。なお、専用バッファから機械にジョブを取付ける順序は、専用バッファに到着した順序とする。

3. 加工処理の流れのネットワーク表現

自動生産システム内の各位置(機械、入力ステーション、出力ステーション、バッファ)にジョブが取付けられる時刻と取り外される時刻を明らかにし、定常状態におけるジョブ出力間隔を分析するために、ジョブの加工処理の流れをネットワークに表現する。ネットワーク表現においては、前報⁽²⁾と同様にジョブが各位置に取付けられる事象をノードにより表現し、その時刻を決定できるようにノード間の関係をアークにより表示する。

3.1 記号の設定

n : 自動生産システムへ1サイクルに投入するジョブ数

M : 機械台数

I_S : 入力ステーション

O_S : 出力ステーション

$B_F(i, k)$: 機械 k における専用バッファの i 番めのスペース $\{i=1, 2, \dots, b_F(k)\}$

$B_F(i, O_S)$: 出力ステーションにおける専用バッファの i 番めのスペース $\{i=1, 2, \dots, b_F(O_S)\}$

$B_C(i)$: 共通バッファスペース i ($i=1, 2, \dots, b_C$)

$J(l, j, a)$: 位置 a (機械、入力ステーション、出力ステーション、バッファ)で第 l サイクルの j 番めに処理されるジョブ

$P(l, j, k)$: $J(l, j, k)$ の機械 k における加工時間

t_s : 入力ステーションへのジョブ取付時間

t_d : 出力ステーションへのジョブ取付時間

t_e : 出力ステーションからのジョブ取外時間

t_r : 入力ステーションないし共通バッファからコンベヤへのジョブ取付時間およびコンベヤから専用バッファないし共通バッファへのジョブ取付時間

$t_i(l, j, k)$: 専用バッファから機械 k への $J(l, j, k)$ の取付時間

$t_o(l, j, k)$: 機械 k からコンベヤへの $J(l, j, k)$ の取付

時間

 t_B : 専用バッファスペース間のジョブ移動時間 $H(a, a')$: ジョブを位置 a から位置 a' へ搬送するのに要する時間, ただし, $t_r, t_0(l, j, k)$ は $H(a, a')$ に含めないものとする. $S(0, a)$: 位置 a の利用可能開始時刻 $N(a)$: 位置 a において 1 サイクルに処理されるジョブ数 $S(l, j, a)$: 位置 a に $J(l, j, a)$ が取付けられる時刻, なお, $l \geq 2$ の場合, $S(l, 0, a)$ は $S(l-1, N(a), a)$ を示す. $l=1$ であり, 位置 a で処理される調整用投入ジョブが存在しない場合, $S(l, 0, a)$ は $S(0, a)$ を示す. $l=1$ であり, 位置 a で処理される調整用投入ジョブが存在する場合, $S(l, 0, a)$ は位置 a で最後に処理される調整用投入ジョブが位置 a に取付けられる時刻を示す. $x(0, a)$: $S(0, a)$ を示すノード $x(l, j, a)$: $S(l, j, a)$ を示すノード

3・2 ネットワークの構築 本論文で取扱う加工処理の流れが前報⁽²⁾と異なる点は, 分割ジョブの処理を含んでいることである. 分割されないジョブのネットワーク表現は前報と同様であるので, 分割ジョブのネットワーク表現についてだけ述べる.

ジョブ i_{j+1} の第 1 工程の機械を m_1 で表し, i_{j+1} が m_1 において処理される順番を各サイクルの s_1 番めとする. そして, i_j の最終工程の機械を m_2 で表し, i_j が m_2 において処理される順番を各サイクルの s_2 番めとする. また, i_j に対する調整用投入ジョブ数を ξ_{ij} で表す.

このとき, 第 l サイクルの i_{j+1} と第 $(l-\xi_{ij})$ サイクルの i_j は物理的に同一のジョブである. したがって, $J(l, s_1, B_F(1, m_1))$ を $B_F(1, m_1)$ に取付けるためには, $B_F(1, m_1)$ が空いているとともに, $J(l-\xi_{ij}, s_2, m_2)$ が $B_F(1, m_1)$ に到着していなければならない.

$J(l-\xi_{ij}, s_2, m_2)$ が m_2 から直接に $B_F(1, m_1)$ へ動かされる場合, 上記の条件は, 図 2 (a) のように, $x(l-\xi_{ij}, s_2, m_2)$ から $x(l, s_1, B_F(1, m_1))$ に至るアークと $x(l, s_1-1, B_F(2, m_1))$ から $x(l, s_1, B_F(1, m_1))$ に至るアークにより表現される. $x(l, s_1, B_F(1, m_1))$ の値は, $x(l-\xi_{ij}, s_2, m_2)$ の値にアークの値を加えた値と, $x(l, s_1-1, B_F(2, m_1))$ の値にアークの値を加えた値との大きいほうの値として求められる. m_2 に $J(l-\xi_{ij}, s_2+1, m_2)$ を取付けるためには, $J(l-\xi_{ij}, s_2, m_2)$ が m_2 から取外されていないなければならない. これは $x(l, s_1, B_F(1, m_1))$ から $x(l-\xi_{ij}, s_2+1, m_2)$ に至るアークにより表

される.

同様に $J(l-\xi_{ij}, s_2, m_2)$ が m_2 から共通バッファ (これを $B_C(C_1)$ で表す) に搬送され $B_F(1, m_1)$ へ動かされる場合, $J(l-\xi_{ij}, s_2, m_2)$ が $B_C(C_1)$ で第 $(l-\xi_{ij})$ サイクルの s_3 番めに貯蔵されるとすると, 図 2 (b) のように表すことができる.

繰返し生産の前に投入する調整用投入ジョブが第 1 工程から最後の工程までの各位置に取付けられる時刻は, 前報と同様にしてネットワークに表すことができる.

各ジョブならびに分割ジョブが各位置に取付けられる事象の関係を示すネットワークを結合することにより, 加工処理の流れを示すネットワーク (以下, 加工のネットワークと記す) を構築することができる. そして, 加工のネットワークより各ジョブが各位置に取付けられる時刻を求めることができる.

3・3 ネットワークの特徴 3・2 節で構築した加工のネットワークは, 分割ジョブの処理を考慮しているために, 前報の加工のネットワークに比べて次の二つの点異なる.

(1) あるサイクルの最後のノード $x(l, N(a), a)$ からその次のサイクルの最初のノード $x(l+1, 1, a')$

(a) 機械から専用バッファへ搬送される場合

(b) 共通バッファから専用バッファへ搬送される場合

図 2 分割ジョブが専用バッファに取付けられる時刻のネットワーク表現

に至るアーク以外に、あるサイクルのノード $x(l, j, a)$ [$j < N(a)$] からそれ以降のサイクルのノード $x(l+s, j', a')$ に至るアークが存在する場合がある。

(2) あるサイクルのノード $x(l, j, a)$ からそれ以前のサイクルのノード $x(l-s, j', a')$ に至るアークが存在する場合がある。

4. 定常状態のジョブ出力間隔

3章で構築した加工のネットワークに基づいて定常状態のジョブ出力間隔を求める。なお、加工のネットワークが閉路を含み、その閉路を構成するアークの値の和が正となる場合、そのジョブ処理順序で生産を遂行できない。そこで、以下の章では、加工のネットワークが、アークの値の和が正となる閉路を含まない場合について分析する。

生産システムに含まれる位置（機械、 I_s , O_s , バッファ）の数 d は次式で与えられる。

$$d = 2 + M + \sum_{k=1}^M b_F(k) + b_F(O_s) + b_C \dots\dots\dots (1)$$

ジョブ i ($i=1, 2, \dots, n$) の中で分割されるジョブの集合を S_D で表し、ジョブ i ($i \in S_D$) から生成する分割ジョブの集合を $S_E(i)$ で表すことにする。このとき、分割ジョブ i_j が最終工程に取付けられる時刻を示すノードから、調整用投入ジョブ数 (ξ_{ij}) サイクル後に分割ジョブ i_{j+1} が第1工程に取付けられる時刻を示すノードに至るアークが存在する。したがって、ある第 l サイクル以前のノードから第 $l+1$ サイクル以降のノードに至るアークの数、すなわちサイクル間の結合関係を示すアークの数 Q は次のように表される。

$$Q = d + \sum_{i \in S_D} \sum_{j \in S_E(i)} \xi_{ij} \dots\dots\dots (2)$$

加工のネットワークにおいて、ノード $x(a, b, c)$ からそれに連なるアークおよびノードを通してノード $x(d, e, f)$ に至る道筋を、 $x(a, b, c)$ から $x(d, e, f)$ に至る径路と呼び、径路を構成するアークの値の和を径路の長さと呼ぶ。また $x(a, b, c)$ から $x(d, e, f)$ に至る径路の中で、径路の長さが最も長い径路を、 $x(a, b, c)$ から $x(d, e, f)$ に至る最長径路と呼ぶ。

あるサイクルのノードの中で、それより前のサイクルのノードとアークにより結合されているノードの集合を S_1 とする。そしてあるサイクルのノード $x \in S_1$ から s サイクル後のノード x に至る最長径路を $L(s, x)$ で表し、 $L(s, x)$ の長さを $|L(s, x)|$ で表す。

いま、次式のように G を定める。

$$G = \max_{\substack{s \in \{1, 2, \dots, Q\} \\ x \in S_1}} \frac{|L(s, x)|}{s} \dots\dots\dots (3)$$

このとき、前報⁽²⁾同様、次の性質が成立する。

【性質】 時刻 $S(l+Q!, j, a)$ と $S(l, j, a)$ の差は、 l が大きい場合、 $GQ!$ に等しい。

5. バッファ容量とジョブ出力間隔

2・2節で述べたように、ジョブは工程のネットワークが閉路を含まないように分割ジョブに分けられている。いま、各分割ジョブが別個のジョブであると考えて、工程のネットワークを再構築する。この工程のネットワークにおいて、 I_s から機械 k ($k=M+1$ は O_s を表す) に至るすべての径路を考え、その各径路に含まれるノード数の最大値を $N_0(k)$ で表す。ジョブないし分割ジョブ I の第 k 工程（機械）を $m(I, k)$ 、工程数を $N_p(I)$ で表す。ただし、 $m(I, 0)$ は I_s を、 $m(I, N_p(I)+1)$ は O_s を表す。

あい路工程常時稼働スケジュールを得るために必要なバッファ容量は、調整用投入ジョブ数とジョブ処理順序によって変化する。また、 $t_l(l, j, k)$, $t_0(l, j, k)$, $P(l, j, k)$ に比較して $H(a, a')$, t_s , t_D , t_E , t_r , t_B が大きい場合は、機械における加工工程があい路工程にならない場合がある。そこで、本章では次の前提のもとで分析する。

(1) 分割ジョブ i_j に対する調整用投入ジョブ数 ξ_{ij} は $N_0\{m(i_j, N_p(i_j))\} - N_0\{m(i_{j+1}, 1)\}$ とする。

(2) ジョブならびに分割ジョブの処理順序を機械間でジョブの追越しのない順序に固定する。また、ある機械でジョブ i の複数個の分割ジョブを処理する場合は第 j 分割ジョブ i_j が第 $(j+1)$ 分割ジョブ i_{j+1} より先に処理されるように順序付ける。

(3) $H(a, a')$, t_s , t_D , t_E , t_r , t_B は加工時間と比較して小さい値であり、無視できる。

加工のネットワークにおいてノード $x(l, k, a)$ から出発してノード $x(l+s, k, a)$ ($s=1, 2, \dots, M-1$) に至る径路が $s+1$ 種類以上の機械での処理を示すアークを含まないようにすれば、式(3)の G の値は各機械における処理時間総和の最大値となり、あい路工程常時稼働スケジュールが得られる。

そのためには、各ジョブを I_s においてシステムへ入力してから $N_0\{m(i, k)\} - 2$ 個の機械ないし共通バッファを通り、 $N\{m(i, k)\} - 1$ 個の専用バッファを経由して機械 $m(i, k)$ で処理するようにすればよい。分割ジョブ i_j については、機械 $m(i_j, 1)$ から $N_0\{m(i_j, k)\} - N_0\{m(i_j, 1)\} - 1$ 個の機械ないし共通バッファを通り、 $N\{m(i_j, k)\} - 1$ 個の専用バッファを経由して $m(i_j, k)$ で処理するようにすればよい。そして、 $m\{i_j, N_p(i_j)\}$ の後に ξ_{ij} 個の共通バッファを経由させるようにすればよい。

ジョブ i が機械 $m(i, k-1)$ と機械 $m(i, k)$ の間に経由しなければならない共通バッファの数〔これを $N_N\{i, m(i, k-1), m(i, k)\}$ で表す〕は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} N_N\{i, m(i, k-1), m(i, k)\} \\ = N_Q\{m(i, k)\} - k^* - (k+1) \\ k=1, 2, \dots, N_P(i)+1 \dots \dots \dots (4) \end{aligned}$$

上式で、 k^* は $N_N\{i, m(i, l-1), m(i, l)\} (l=1, 2, \dots, k-1)$ の総和を示す。

同様に分割ジョブ i_j が機械 $m(i_j, k-1)$ と機械 $m(i_j, k)$ の間に経由しなければならない共通バッファの数〔これを $N_N\{i_j, m(i_j, k-1), m(i_j, k)\}$ で表す〕は次式で与えられる。なお i_1 については式(4)を用いる。

$$\begin{aligned} N_N\{i_j, m(i_j, k-1), m(i_j, k)\} \\ = N_Q\{m(i_j, k)\} - N_Q\{m(i_j, 1)\} - k^* - (k-1) \\ k=2, 3, \dots, N_P(i_j)+1 \dots \dots \dots (5) \end{aligned}$$

上式で、 k^* は $N_N\{i_j, m(i_j, l-1), m(i_j, l)\} (l=2, 3, \dots, k-1)$ の総和を示す。

専用バッファ容量が $N\{m(i, k)\} - 1$ より少ない場合は $\max[N\{m(i, k)\} - 1 - b_F\{m(i, k)\}, 0]$ 個の共通バッファを機械 $m(i, k)$ に、 $\max\{n-1 - b_F(O_s), 0\}$ 個の共通バッファを O_s に対して割り付け、専用バッファのように利用する。

表 1 ジョブを処理する機械と加工時間 (括弧内, 単位は min)

Job	1st stage	2nd stage	3rd stage
1	Machine 1 (13)	Machine 2 (8)	Machine 3 (5)
2	Machine 3 (13)	Machine 2 (8)	Machine 1 (13)
3	Machine 3 (6)	Machine 4 (8)	Machine 2 (8)

図 3 表 1 に対する工程のネットワーク

図 4 ジョブ分割後の工程のネットワーク

したがって、 $N_N\{i, m(i, k-1), m(i, k)\}$, $N_N\{i_j, m(i_j, k-1), m(i_j, k)\}$, ならびに ξ_{ij} の総和を b^* で表すと、あい路工程常時稼働スケジュールを得るために必要なバッファ容量の条件は次のようになる。

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^M \beta(k) + \beta(O_s) + b_c \geq \sum_{k=1}^M \{N(k) - 1\} \\ + (n-1) + b^* \dots \dots \dots (6) \end{aligned}$$

$$\beta(k) = \min\{b_F(k), N(k) - 1\} \quad k=1, 2, \dots, M \dots \dots \dots (7)$$

$$\beta(O_s) = \min\{b_F(O_s), n-1\} \dots \dots \dots (8)$$

6. 数値計算例

5章で述べた解析結果の簡単な数値計算例を示す。取り上げる問題は以下のとおりである。自動生産システムには4台の機械が設置され、 $b_F(1)=b_F(2)=b_F(3)=b_F(4)=b_F(O_s)=2$, $b_c=10$ である。 $t_s=t_D=t_E=0.5$ min, $t_T=t_B=0.2$ min, そして $t_1(l, j, k)$ と $t_0(l, j, k)$ はジョブにかかわらず一定の値 1 min である。1 サイクルに投入するジョブ数は3であり、ジョブを処理す

表 2 各ジョブの処理経路

Job	Process route
1 ₁	$I_S \rightarrow B_F(1,1) \rightarrow B_F(2,1) \rightarrow \text{Machine 1} \rightarrow B_C(1) \rightarrow B_F(1,2) \rightarrow B_F(2,2) \rightarrow \text{Machine 2} \rightarrow B_C(2) \rightarrow B_C(3)$
1 ₂	$B_F(1,3) \rightarrow B_F(2,3) \rightarrow \text{Machine 3} \rightarrow B_C(4) \rightarrow B_C(5) \rightarrow B_F(1,0_S) \rightarrow B_F(2,0_S) \rightarrow O_S$
2 ₁	$I_S \rightarrow B_F(1,3) \rightarrow B_F(2,3) \rightarrow \text{Machine 3} \rightarrow B_C(6) \rightarrow B_F(1,2) \rightarrow B_F(2,2) \rightarrow \text{Machine 2} \rightarrow B_C(7) \rightarrow B_C(8)$
2 ₂	$B_F(1,1) \rightarrow B_F(2,1) \rightarrow \text{Machine 1} \rightarrow B_C(9) \rightarrow B_C(10) \rightarrow B_F(1,0_S) \rightarrow B_F(2,0_S) \rightarrow O_S$
3	$I_S \rightarrow B_F(1,3) \rightarrow B_F(2,3) \rightarrow \text{Machine 3} \rightarrow B_F(1,4) \rightarrow B_F(2,4) \rightarrow \text{Machine 4} \rightarrow B_F(1,2) \rightarrow B_F(2,2) \rightarrow \text{Machine 2} \rightarrow B_F(1,0_S) \rightarrow B_F(2,0_S) \rightarrow O_S$

表 3 I_s , 機械, O_s におけるジョブ処理順序

Position	Production sequence
I_S	Job 1 ₁ , Job 1 ₁ , Job 2 ₁ , Job 2 ₁ , Job 1 ₁ , Job 2 ₁ , Job 3, Job 1 ₁ , Job 2 ₁ , Job 3,...
Machine 1	Job 1 ₁ , Job 1 ₁ , Job 1 ₁ , Job 2 ₂ , Job 1 ₁ , Job 2 ₂ ,...
Machine 2	Job 1 ₁ , Job 1 ₁ , Job 2 ₁ , Job 2 ₁ , Job 1 ₁ , Job 2 ₁ , Job 3, Job 1 ₁ , Job 2 ₁ , Job 3,...
Machine 3	Job 2 ₁ , Job 2 ₁ , Job 2 ₁ , Job 3, Job 1 ₂ , Job 2 ₁ , Job 3, Job 1 ₂ ,...
Machine 4	Job 3, Job 3,...
O_S	Job 3, Job 1 ₂ , Job 2 ₂ , Job 3, Job 1 ₂ , Job 2 ₂ ,...

になる。

7. 結 語

(3) あい路工程常時稼働スケジュールを得るために必要なバッファ容量の一つの下限値を求めた。

文 献

- 分割ジョブ 1_i と 2_i の調整用投入ジョブ数はともに 2 となる。各ジョブの処理径路ならびに各位置におけるジョブ処理順序は、それぞれ表 2 および表 3 のよう