ねじり加振による弾性ロータの釣合せ法に関する実験的研究*

(第1報, 不釣合い振動の特性と共振点近傍における釣合せ)

小野 京 右^{*1}, 中山 保 彦^{*2}

Experimental Study on Balancing of a Flexible Rotor by Torsional Excitation (1st Report, Characteristics of Unbalance Vibration and Modal Balancing near Resonance Frequency)

Kyosuke ONO and Yasuhiko NAKAYAMA

The fundamental experimental study on the torsionally excited unbalance bending vibration and modal balancing were carried out for the simple flexible rotor at the frequency of 96.4 percent of the first resonance frequency. As a result, it was found that the torsionally excited unbalance bending vibration is perpendicular to the unbalance vector and proportional to the unbalance amount as estimated from the theory. It was also found that the initial unbalance of the test rotor was mainly due to the initial deflection of the shaft and that the deflection and unbalance changed slightly according to the angular position of the rotor. The sensitivity of mass eccentricity to lateral vibration was 0.3 under the torsional excitation with frequency of 96.4 percent of the resonance frequency and an amplitude of 0.048 1 rad. This experimental value was in good agreement with the theoretical one.

Key Words: Vibration of Rotating Body, Balancing, Torsional Excitation, Initial Shaft Deflection, Flexible Rotor, Torsionally Excited Unbalance Bending Vibration

1. ま え が き

回転体の不釣合いの測定と釣合せは従来回転体を回転させることによって生ずる不釣合い力またはその不釣合い力によって生ずる振動を測定することによって行われてきた。しかし弾性ロータの共振点における不釣合いは、共振を生じさせることによってしか測定することはできない。このため、減衰の小さい弾性ロータのモード不釣合いの除去は困難で、一般に減衰をもつ軸受で支える必要がある。これに対して著者らのひとは、曲げの2次的危険速度現象がトルク変動によって生ずることに注目し、新たにねじり加振による不釣合いの測定と、釣合せに関する理論を提案した⁽¹⁾。この方法は回転させることが困難な部品の釣合せにも、これを弾性軸で支持すれば適用できると考えられる。

そこで本研究では、ねじり加振によるモード不釣合いの測定および釣合せの可能性を実験的に研究した。

すなわち、2個の円板をもつ水平弾性ロータの一方の端をDCモータに直結して、回転数零において曲げの共振点の96.4%の周波数でねじり加振し、弾性ロータの不釣合い振動応答を渦電流式非接触変位測定器によって測定し、モード不釣合いを推定し、1次釣合せを行った。その結果残留不釣合いを数 μm 以下にできること、また供試弾性ロータの初期不釣合いは主として供試軸の初期曲りに起因しており、初期曲りに起因する不釣合いの特性も明らかにすることができたので以下に報告する。

2. 理 論

ねじり加振による不釣合い曲げ振動とその釣合せに関する理論はすでに前報⁽¹⁾で詳細に述べている。ここでは本実験研究を理解するのに必要な1次共振点近傍のねじり加振による曲げの不釣合い振動に関する理論を簡単に述べる。

両端を単純支持した任意の質量分布をもつ弾性ロータの力学モデルと座標系を図1に示す。弾性ロータは後述する実験装置のように一方の端が固定されていてよい。軸方向位置 z における単位長さ当たりの重心の並進運動に関する運動方程式は、系の減衰を無視すれば次式で表される。

* 昭和63年8月24日 第951回講演会において講演、原稿受付 昭和63年1月12日。

^{*1} 正員、東京工業大学工学部(〒152 東京都目黒区大岡山2-12-1)。

^{*2} (株)日立製作所生産技術研究所(〒244 横浜市戸塚区吉田町292)。

$$m \frac{\partial^2}{\partial t^2} (r + \epsilon e^{j\varphi}) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(EI \frac{\partial^2 r}{\partial z^2} \right) = 0 \quad \cdots (1)$$

ここで r は軸中心の変位, m は線密度, EI は曲げこわさ, ϵ は局所の偏心ベクトルであり, いずれも z の関数である. また $j = \sqrt{-1}$ である. 回転速度零において, ねじり加振器により $\varphi = \Delta\varphi \sin \gamma t$ で加振したとすると, これを上式へ代入し, 微小量 $\Delta\varphi$ に関する 1 次項のみをとって整理すると

$$m \frac{\partial^2 r}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(EI \frac{\partial^2 r}{\partial z^2} \right) = j\gamma^2 u \Delta\varphi \sin \gamma \quad \cdots (2)$$

ここで

$$u = m\epsilon \quad \cdots (3)$$

は z 位置の単位長さ当たりの不釣り合いベクトルである.

弾性ロータの 1 次ねじり共振点は 1 次の曲げの共振点より十分高く, よってねじり振幅 $\Delta\varphi$ は定数とする. 弾性ロータの変位は, i 次の固有モード $\phi_i(z)$ を用いて

$$r = \sum_{i=1}^{\infty} a_i \phi_i \sin \gamma t \quad \cdots (4)$$

と表すことができる. そこでこれを式(2)へ代入し, 式(2)の運動方程式に $\phi_1 dz$ をかけて $z=0$ から l ままで積分し, 1 次モードのみの運動方程式を分離すると

$$a_1 = \frac{\gamma^2 \Delta\varphi \int_0^l u \phi_1 dz}{\bar{m}_1 (\Omega_1^2 - \gamma^2)} j \quad \cdots (5)$$

をうる. ここで $\bar{m}_1$ は 1 次モードのモード質量で

$$\bar{m}_1 = \int_0^l m \phi_1^2 dz \quad \cdots (6)$$

で与えられる. 減衰の極めて小さい弾性ロータの 1 次モードの共振点近傍の不釣り合い振動に注目する場合には, 式(4)において高次モードの影響を無視することができ, 曲げ不釣り合い振動は十分よい精度で

$$r = \frac{\gamma^2 \Delta\varphi \phi_1 \int_0^l u \phi_1 dz}{\bar{m}_1 (\Omega_1^2 - \gamma^2)} j \sin \gamma t \quad \cdots (7)$$

で表される. なお共振点の応答は系に存在する微小な減衰により,

$$r = \frac{\gamma^2 \Delta\varphi \phi_1 \int_0^l u \phi_1 dz}{\bar{m}_1 (\Omega_1^2 + 2\zeta_1 \Omega_1 \gamma - \gamma^2)} j \sin \gamma t \quad \cdots (8)$$

で表される. ここで ζ_1 は 1 次モードの減衰比である.

式(7)および(8)において $\int_0^l u \phi_1 dz$ は 1 次モードの曲げ振動を加振するモード不釣り合いであり, また $\Delta\varphi$ はねじり振動でロータの振動振幅はこれらいずれにも比例する関係にあることがわかる.

次にこの不釣り合いと等価な $z=l_1$ における等価不釣り合いを U とすると

$$\begin{aligned} \int_0^l u \phi_1 dz &= \int_0^l U \delta(z-l_1) \phi_1 dz \\ &= U \phi_1(l_1) \quad \cdots (9) \end{aligned}$$

が成立しなければならないから, U は

$$U = \int_0^l u \phi_1 dz / \phi_1(l_1) \quad \cdots (10)$$

で与えられる.

ゆえにねじり加振による振動振幅ベクトルを A とすれば, 式(7)および(10)から, A は

$$A = \frac{\gamma^2 \Delta\varphi \phi_1(l_1) \phi_1(l_2) U}{\bar{m}_1 (\Omega_1^2 - \gamma^2)} j \quad \cdots (11)$$

となる. ここで $\phi_1(l_2)$ は 1 次モードの観測点のモード振幅である. これから振動の方向は不釣り合いベクトルに直角となり, 振動の大きさは不釣り合いの大きさに比例することがわかる.

3. 実験装置と実験方法

実験装置の概略を図 2 に示す. 外径 10 mm の軸の一端を摩擦締結機構を用いたカップリングにより, ねじり加振用直流モータに高精度のアライメントで結合し, 他端は一對のころがり軸受の外輪で単純支持した. 軸のねじり加振点から $z=540$ および 560 mm の位置には外径 100 mm, 幅 20 mm の円板 1 および 2 が摩擦締結機構によって軸に 5 mm の長さの範囲で 2 個同心に固定されている. 1 個の円板の質量は締結部品をも含めて 1.29 kg である. 軸の固定点間長さは 900 mm である. ねじり加振は FFT アナライザ内の正弦波発振器出力または DC オフセット機能をもつ正弦波発振器の出力を, パワーアンプに入力して行う. ねじり振幅は, まずカップリングの側面に 1 回転 1024 パルスの光エンコーダを摩擦接触させ, 加振周波数と固定したときの入力電圧とロータのねじり振幅との関係をあらかじめ測定しておき, これを用いて $\Delta\varphi$ を設

図 1 ねじり加振される弾性ロータのモデルと座標系

定した。軸のたわみ振動はその水平、鉛直方向を渦電流式非接触変位測定器によって測定する。ただし渦電流式非接触変位測定器はあまり接近させると相互干渉を生ずるので、直径 10 mm の軸の水平、鉛直方向の測定位置は約 20 mm 軸方向にずれている。軸の初期曲りが初期不釣合いの主な原因であることが明らかとなったので、引き抜き加工市販ロッド軸の中から極力真直度のよいものを選んだ。またねじり加振軸中心と供試軸との心出し誤差も不釣合いの原因となるので、カップリング点の供試軸のふれは 10 μ m 程度に抑えた。

4. 実験結果とその考察

まずねじり加振時の周波数を変化させたときの曲げの 1 次の不釣合い振動を $z=600$ mm の位置で測定した。図 3 は FFT アナライザ内蔵の発振器から掃引正弦波出力をパワーアンプに入力したときの共振特性の代表例である。

供試ロータの曲げの 1 次の固有振動数は 11.2 Hz で、また共振点の Q 値は約 160 となっており、共振点ではかなりの感度で不釣合いが検出できることが予想される。図 4 は二つの円板位置に同じ大きさの不釣合いが存在すると仮定して、有限要素法により求めた共振点前後の振幅分布で、1 次の曲げの固有モードの 11 および 12 Hz に相当する。実際のロータでは幅 20 mm の円板が摩擦締結部品で幅 5 mm の長さで軸に固定されているが、計算では二つの円板が軸の曲げを拘束することなく軸に固定されていると考えている。この場合の固有振動数の計算値は 11.18 Hz であった。

共振点における釣合せの前に、共振点より低いすそ領域の 10.5 Hz を選び、この点で不釣合い振動の測定および 1 次釣合せを行うこととした。10.5 Hz で正弦波ねじり加振を行い、微小な直流成分を加えてロータをゆっくりと回転させると、 $z=600$ mm の位置の

軸中心は図 5 の擬似円軌道を描き、かつ代表位置で実線のようなほぼ直線的な振動を呈する。ただし振動軌跡は重ならないように 33.8 % に縮小してある。図中の番号は円板の側面につけた位置番号が最上位置にきたときを意味する。これからロータの軸中心はかなり大きくふれまわり、かつ必ずしも真円軌道を描かないことがわかる。円板に不釣合いがなく、円板の中心が軸の中心に固定されていると考えると、円板固定位置の軸のふれまわり半径と円板質量の積が円板位置で生ずる不釣合いである。 $z=600$ mm のふれまわり軌跡が $z=540$ および 560 mm の二つの円板中心のそれにほぼ等しいと考えると、図 5 において近似的中心から各位置の振動中心点にひいたベクトルが初期曲がりによる質量偏心ベクトルに相当すると考えることができる。図 5 の近似的中心から振動中心への位置ベクトルは振動方向とほぼ直角になっているところから、軸の初期曲りによる軸中心のふれまわりが不釣合いの主要原因であると予想される。

そこで、ねじり加振せずゆっくりとロータを回転さ

図 3 ねじり加振による不釣合い曲げ振動の共振特性

図 2 実験装置

図 4 ねじり加振による不釣合い曲げ振動の解析結果

せたときの軸の $z=50$ から $z=850$ mm まで 100 mm 間隔に、9 点の位置のふれまわりを測定した。図 6 (a) および (b) はそれぞれ $z=450, 650$ mm 位置の軸のふれまわりの測定例であり、また図 6 (c) は円板位置番号 4 および 10 が最上位置にきたときの初期曲り分布の測定例である。不釣合いとなる各位置の初期たわみは図 6 (a) および (b) の擬似円軌跡の各位置番号における曲率半径に相当するが、ここでは各位置の擬似円軌跡の共通の近似的中心点からの距離とした。この図からもわかるように軸は複雑に曲がっており、また同一の曲り分布が回転しているのではなく、ロータの姿勢位置によって曲り分布が若干異なることも明らかになった。その原因は不明であるが、初期曲りをもつ軸が自由に回転しているのではなく、初期曲りをもつ軸の一端が微小な偏心と傾きを有してモータ軸に固定され、かつ他端がころがり軸受の外輪で変位拘束されているためと思われる。そこで z 方向の 9 個の代表点で測定した初期たわみ分布に弾性ロータの等価質量分布をかけて初期不釣り合い分布 u_i を求め、さらに図 4 の 1 次の固有モード ϕ_1 の計算値と式 (10) を用いて、 $z=560$ mm の円板 2 の位置における 1 次モードの等価集中不釣り合いベクトルの方向と大きさを計算した。表 1 はロータ位置 4 および 10 における初期曲り分布の測定値から計算した $z=560$ mm 位置における x 方向および y 方向の等価集中不釣り合い U_{ix} および U_{iy} とその絶対値 $|U_i| = \sqrt{U_{ix}^2 + U_{iy}^2}$ および図 5 のねじり加振時における $z=600$ mm 位置の軸振動の測定値か

ら計算した対応する値 $U_{ixm}, U_{iy m}$ および $|U_{im}|$ である。この表からわかるように、両者の値はかなり近い値を示しており、よって軸の初期曲りが初期不釣り合いの主要因であることがわかる。

次に初期曲りによる初期不釣り合いを除くため、二つの代表的ロータ位置 4 および 10 において、それぞれ表 2 に示す U_{xb}, U_{yb} を円板 2 の位置につけ 1 次釣合せを行った。ただし修正質量としては、表 1 の U_{ix} および U_{iy} に近い値のビスを選んでいる。1 次釣合せの後、既知の不釣り合い U_x, U_y をそれぞれ x 方向および y 方向につけ、それによる y 方向および x 方向の振動振幅 A_y および A_x の変化を測定した。図 7 (a) および (b) はロータの位置 4 の場合の質量偏心 ε_x および ε_y に対する軸振動振幅のそれぞれ A_y および A_x の増加の様子で、また図 8 (a) および (b) はロータ位置 10 の場合の同様の結果である。ここで M の値として 2 個の円板の質量 2.58 kg を用いている。この図から付加不釣り合いとねじり加振振幅とは十分よい比例関係にあることがわかる。図 7 および図 8 における横軸の切片の値は 1 次釣合せ後の残留質量偏心を意味する。そこで 2 種類のロータ位置における図 7 および図 8 に対応する図から残留不釣り合いを求めたのが表 3 の U_{2xm}, U_{2ym} および $|U_{2m}|$ である。表 3 中には表 1 のねじり加振応答から測定した不釣り合いと表 2 の釣合せ量から計算した残留不釣り合い $U_{ixm} - U_{xb}, U_{iy m} - U_{yb}, |U_{im} - U_b|$ および表 1 の初期曲りの測定値から求めた不釣

図 5 軸の初期曲りによるふれまわり軌跡とねじり加振によって生ずる横振動 ($\Delta\varphi = 0.042$ rad, $\gamma/2\pi = 10.5$ Hz, $z = 600$ mm)

図 6 軸の初期曲りによるふれまわり軌跡と初期曲り分布

合いと表2の値から計算した残留不釣合い $U_{1x}-U_{xb}$, $U_{1y}-U_{yb}$, $|U_1-U_b|$ も示した。これから、一般に初期曲りの測定値から計算した残留不釣合いは、図7および図8によって測定した残留不釣合いとほぼ一致しているが、最初のねじり加振による測定値からの計算値, $U_{1xm}-U_{xb}$, $U_{1ym}-U_{yb}$ のそれぞれ U_{2xm} , U_{2ym} との差がやや大きい。特にロータ位置4では2回の測定値の差が質量偏心にして最大 $12\mu\text{m}$ 程度となっている。この原因としては各種の測定誤差が考えられるが、供試ロータ軸は同一位置で放置すると不釣合い分布が変化することが観察されたので、初期曲りと残留不釣合いを測定した状態が図7のデータを取った状態から変化

したことも考えられる。

ここで本方法による不釣合いの測定感度 S について考察すると、 S は質量偏心に対する1次モードの振動振幅の比に相当するから、式(11)より

$$S = \frac{|A|}{(U/M)} = \frac{\Delta\varphi\gamma^2}{(\Omega^2 - \gamma^2)} \times \frac{M\phi_1(l_1)\phi_1(l_2)}{\sum_{i=1}^9 m_i\phi_1(z_i)} \quad \dots\dots\dots(12)$$

で与えられる。ここで $\phi_1(l_1)$ および $\phi_1(l_2)$ はそれぞれ不釣合い付加点および振動観測点の1次のモード振幅であり、この実験においては $l_1=540\text{ mm}$, $l_2=600\text{ mm}$ である。供試ロータの質量分布 m_i の値および実験時のねじり角振幅 $\Delta\varphi=4.81\times 10^{-2}\text{ rad}$, ねじり周波数 $\gamma/2\pi=10.5\text{ Hz}$ を式(12)へ代入して求めた 10.5 Hz のときの不釣合い測定感度 S と、図7および図8から求めた実験値 $S_x=A_x/\varepsilon_y$ および $S_y=A_y/\varepsilon_x$ とを比較的に表4に示す。これから理論値と実験値はよく一致し

表1 初期曲り分布およびねじり加振による振動ベクトルから計算した円板2の位置における1次モード等価集中不釣合い ($\text{g}\cdot\text{mm}$)

Rotor position		4	10
Calculated from initial shaft deflection	U_{1x}	-80.7	92.6
	U_{1y}	-176.1	168.3
	$ U_1 $	193.7	192.1
Calculated from torsionally excited vibration	U_{1xm}	-109.0	92.2
	U_{1ym}	-150.9	159.2
	$ U_{1m} $	186.1	184.1

表2 釣合せのための不釣合い ($\text{g}\cdot\text{mm}$)

Rotor position	U_{xb}	U_{yb}	$ U_b $
4	68.1	152.0	166.6
10	-103.8	-132.2	168.1

図7 質量偏心量と振動振幅との関係 (ロータ位置番号4, $\Delta\varphi=0.0481\text{ rad}$, $\gamma/2\pi=10.5\text{ Hz}$)

図8 質量偏心量と振動振幅との関係 (ロータ位置番号10, $\Delta\varphi=0.0481\text{ rad}$, $\gamma/2\pi=10.5\text{ Hz}$)

表3 釣合せ後の残留不釣合いのねじり加振応答による測定値と推定値との比較 ($g \cdot mm$)

Rotor position		4	10
Residual unbalance	U_{2xm}	-14.2	-12.2
	$U_{1x}-U_{xb}$	-12.6	-11.2
	$U_{1xm}-U_{xb}$	-40.9	-11.6
U_{2y}	U_{2ym}	-31.0	44.2
	$U_{1y}-U_{yb}$	-24.1	36.1
	$U_{1ym}-U_{yb}$	1.1	27.0
$ U_z $	$ U_{2m} $	34.1	45.9
	$ U_1 - U_b $	27.2	37.8
	$ U_m - U_b $	40.9	29.4

ており、共振点の振幅の約1/20程度の振幅領域で、1 μm の質量偏心が約0.3 μm で測定できることがわかる。

5. 結 論

ねじり加振による不釣合い曲げ振動の測定とこれにより1次釣合せを、二つの円板をもつ弾性ロータの1次の共振点の96.4%の加振周波数で行い以下の結果を得た。

(1) ねじり加振による曲げ振動は、既報のねじり加振による不釣合い振動と釣合せの理論に従い、不釣合いベクトルと直角方向に不釣合いに比例した振幅が

表4 質量偏心に対するねじり加振振動振幅の検出感度 ($\Delta\phi=0.0481 \text{ rad}$, $\gamma/2\pi=10.5 \text{ Hz}$)

		Rotor position	
		4	10
Experiment	$S_x=A_x/\epsilon_y$	0.31	0.34
	$S_y=A_y/\epsilon_x$	0.33	0.31
Theory S		0.35	

生ずる。

(2) 供試ロータの初期不釣合いは主として軸の初期曲りに起因しており、一端固定、他端単純支持のロータではロータの回転位置によって初期曲りおよび初期不釣合い分布が異なる。これはねじり加振するモータ軸と供試ロータ軸との微小な心出し誤差に起因すると考えられる。

(3) 共振点の96.4%の周波数においてねじり角振幅 $\Delta\phi=0.0481 \text{ rad}$ でねじり加振すると質量偏心の約30%のたわみ振動振幅として検出することができ、この値は理論値とほぼ一致する。

最後に本研究は昭和59年度文部省科学研究費一般研究(C)の助成を受けたことを付記する。

文 献

- (1) 小野, 機論, 50-458, C (昭59), 1790.

討 論

〔質問〕 三 輪 修 三 (青山学院大学理工学部)

(1) 式(5)のように弾性ロータでは不釣合い u は直接測定できず、ロータ-軸受系の固有関数との積 $\int u\phi_1 dz$ が測定され、それによって釣り合せられる。

したがってねじり加振時に ϕ_1 の形が実使用時のそれと変化しないことが要求される。貴実験(図2)では軸の与え方が駆動側では図1の両端支持と対応していない。これをどう考えるか。また、一般の弾性支持ロータに対してねじり加振が ϕ_1 の形を損わないための技術的問題をどう考えるか。

(2) 釣合せ精度はこの方法の場合、何によって抑えられるか。

(3) この方法でやりにくいロータとしてどんな種類のものが考えられるか。

〔回答〕 (1) 本実験はねじり加振によるモード釣合せ法に関する基本的研究を行いその可能性を示したにすぎない。実用的にはモード関数 ϕ_i がねじり加振時と実使用時で異なることが問題であり、これを解決するには実使用条件でねじり加振できるカップリングの開発が必要となるがよい案がまだない。

(2) 本法による釣合せ精度は、本論文でも述べているように振幅の不釣合いに対する感度 S の大ききで決まる。 S を支配する量は、式(12)から、共振点でなければねじり加振加速度(=ねじりトルク/極慣性モーメント)と釣合せ位置および振動測定位置のモード振幅である。また共振点で釣り合せる場合には式(8)から Q 値に比例する。

(3) この方法ではねじり共振点を曲げ共振点に一致させるようなことをしない限りねじり加振トルクに

制限があるので基本的に小さなロータしか釣り合せられないと思う。スピードメータの指針のような回転させにくいものの釣合せ, 小形ロータの釣合せなどに利用できないかと考えている。

〔質問〕 江 村 超〔東北大学工学部〕

実験時の加振周波数を一次の共振周波数の 96.4%

に選んだ根拠をご教示いただきたい。

〔回答〕 第1報としては共振点近傍で, しかも減衰の影響がない点として共振点の 96.4%の周波数を選んだ。第2報では共振点における釣合せについて論ずる予定である。