アウトロータ形磁気軸受における振動と制御*

(第1報, 剛体モードの振動制御)

佐藤 一樹^{*1}, 長 広 仁 蔵^{*2}
村 上 力^{*3}, 中 島 厚^{*4}

Vibration and Control in Outer-Rotor-Type Magnetic Bearings

(1st Report, Vibration Control of the Rigid Mode)

Ichiju SATOH, Jinzo NAGAIRO,
Chikara MURAKAMI, and Atsushi NAKAJIMA

The magnetic bearings described here has been developed for high-speed rotating machinery. The manufactured experimental model is composed of two radially-active type-magnetic bearings which utilize permanent magnets. The model adopts the virtually zero power (VZP) method. Experiments and stability analysis of the model show that the VZP may cause an unstable precession mode. There are two kinds of conical or gyroscopic motion, i. e., precession and nutation. Based on angular momentum, a method to control conical motion of the rigid rotor is proposed and analyzed. We cannot actually observe the angular momentum vector or rate signal of coning motion. Instead of the rate signals, we adopted the inter-axis cross-coupling feedback of position signals of conical motion. Stability analysis of the model with a modified control method proved the effectiveness for damping conical motion. In experiments of the model, precession at about 10,000 rpm was cleared, and rotation speeds higher than about 30,000 rpm were attained.

Key Words: Magnetic Bearings, Gyroscopic Motion, Nutation, Precession, Virtually Zero Power (VZP), Inter-Axis Cross-Coupling Feedback

1. ま え が き

磁気軸受は回転体を非接触で支持できることや、制御回路によりある程度自由に特性を設定できることなどから、高速回転体への応用が盛んに進められている。今回著者らはラジアル制御(2軸制御)形の磁気軸受を応用して高速回転体用の4軸制御形磁気軸受を試作した。この試作機はコニカル振動のうちプリセッションモードが不安定となったが、角運動量ベクトルに着目した制御則を適用することにより約30,000 rpmまで安定に回転させることに成功した。本稿ではこの試作機の構造・特性を概説するとともに、角運動量ベクトルに着目したコニカル振動の補償法について詳しく述べ、その効果をシミュレーションと実験により示す。

2. 試作機の概要

2・1 試作機の構造

試作機は図1に示すように、

* 昭和62年7月17日 第24回シンポジウムにおいて講演、原稿受付 昭和63年2月8日。

^{*1} 准員, 東京電機大学大学院 (〒350-03 埼玉県比企郡鳩山町)。

^{*2} 正員, 東京電機大学理工学部。

^{*3} 東京都立科学技術大学 (〒191 日野市旭ヶ丘 6-6)。

^{*4} 航空宇宙技術研究所宇宙グループ (〒182 調布市深大寺東町 7-44-1)。

高速モータを中央に置き、その上下に2個の全く同じラジアル制御形の磁気軸受を対称に配置した構造となっている。また、ロータの挙動の観察が容易なように、ロータがステータの外側にあるアウトロータ形としてあり、高速回転試験のためのロータの半径はなるべく

図1 試作機の構造

小さく抑えているので、縦長（慣性モーメント比 $\gamma = 0.504$ ）の形状となっている。回転軸方向は永久磁石の磁気力による受動軸となるが、その剛性は回転軸を鉛直にした時の沈み込み量が 0.3 mm 以下になるように設計してある。これらの静特性を表1に示す。

2.2 システム構成 システム構成を図2に示す。ラジアル制御形磁気軸受の特長を生かすため、なるべく簡単なものとしてある。つまり、センサとしては変位センサが上下のそれぞれラジアル方向に二つずつあるだけであり、これらのセンサからの誤差信号を4軸とも全く同じ補償回路とパワーアンプによりそれぞれ独立に制御する方式をとっている。

3. 試作機の特性

3.1 系のモデリング 慣性座標 (X, Y, Z) の X 軸、 Y 軸回りの微小の傾き角をそれぞれ θ_x, θ_y とすると、回転数 ω で回転している剛体ロータの運動は並進運動と回転運動に分けられ、ジャイロカップリングを考慮すると図3のブロック線図で表現される。

ここで、 l_1, l_2 はそれぞれ上下のセンサからロータの重心までの距離で、 L_1, L_2 はそれぞれ上下のアクチュエータからロータの重心までの距離である。また、 $g_{x1}, g_{x2}, g_{y1}, g_{y2}$ は各軸のギャップの中立点からの距離で、 $F_{cx1}, F_{cx2}, F_{cy1}, F_{cy2}$ は各軸の制御力である。

表1 試作機の静特性

Rotor Mass	$M = 5.7 \text{ [kg]}$
Rotor Inertia	
Spin Axis	$I_p = 15.9 \times 10^{-3} \text{ [kg} \cdot \text{m}^2 \text{]}$
Radial Axis	$I_d = 31.5 \times 10^{-3} \text{ [kg} \cdot \text{m}^2 \text{]}$
Ratio	$\gamma = I_p / I_d = 0.504$
Axial Stiffness	$K_z = 2.46 \times 10^5 \text{ [N/m]}$
Radial Unbalance	
Stiffness	$K_u = 12.7 \times 10^5 \text{ [N/m]}$

図2 システム構成図

$H(s)$ は制御回路による伝達関数を示しており、基本的には4軸とも全く同じものである。

3.2 制御回路 制御回路は図4に示すように1段の位相進み補償と一次遅れで表されるパワーアンプに積分回路を正のフィードバックで入れた零パワー補償とから成っている。

制御回路の周波数特性を図5に示す。この特性において、低域でゲイン、位相とも減少しているが、これは“零パワー補償”のためである。零パワー補償とは永久磁石を用いた磁気軸受に特有の制御方式であり、外力やセンサのドリフトなどの定常的な偏差に対して、この偏差を零にするように制御するのではなく定常制御電流を零とするように制御する補償方法である。このためロータは本来の中立点とは違った新しい

図3 系のブロック線図

図4 制御回路のブロック線図

中立点 (定常外力と永久磁石による吸引力の釣り合う位置) に制御されることになる。この方法を用いれば、回転軸を水平にした場合でも定常制御電流を零にすることが可能である。

3.3 系の特性根と安定性 系の特性根は、永久磁石の吸引力と零パワー補償により不安定な極を持つが、各制御回路のループゲインを適当に調整することにより、すべての根を安定範囲に配置することができる。しかし回転を考慮した場合にはジャイロカップリングの影響で特性根の配置が変化してくる。回転数を変化させた場合のコニカル運動 (ニューテーション、プリセッション) の特性根の根軌跡を図6に示す。約20 000 rpmでプリセッションが不安定領域に入っ

図5 制御回路の周波数特性

図6 コニカル運動の特性根の軌跡 (コニカル制御のない場合)

いる。これは零パワー補償により低周波で位相が遅れることが原因であった。

3.4 回転試験結果 回転試験の結果でも、約10 000 rpm付近からプリセッションと思われる低周波の後回りの振動の発生が確認された。

4. 剛体のコニカル運動とその制御

4.1 剛体のコニカル運動 剛体ロータのコニカル運動を考えるために、図7に示すように慣性座標 (X, Y, Z) において回転軸 z が慣性座標の Z 軸から微小角 α だけ傾いており、全体の角運動量ベクトルがさらに微小角 β だけ傾いている状態を考える。

回転軸の X 軸, Y 軸回りの微小の傾き角をそれぞれ θ_x, θ_y とすると、全体の角運動量ベクトル $\vec{H}_T$ は次のように表せる。

$$\vec{H}_T = \vec{H}_z + \vec{H}_\perp \\ = I_p \vec{\omega}_z + I_d (\vec{\theta}_x + \vec{\theta}_y) \dots \dots \dots (1)$$

ここで基準化のために、 $Z=1$ を通り X-Y 平面に平行な平面を考え、この平面と交わる回転軸と角運動量ベクトルの交点をそれぞれ S と H とすると、その位置関係は図8のようになる。

ところで、回転数 ω で回転しているダンピングのない復元トルクだけを有する剛体ロータの運動方程式は

$$\begin{cases} I_d \ddot{\theta}_x + I_p \omega \dot{\theta}_y + K \theta_x = 0 \\ I_d \ddot{\theta}_y - I_p \omega \dot{\theta}_x + K \theta_y = 0 \end{cases} \dots \dots \dots (2)$$

となり、 $Z=1$ 平面上での回転軸 S と角運動量ベクトル H の軌跡は一般に図9のようになる。

この状態は歳差と章動が混在している状態であるが古典力学の定義ではこの二つのコニカル運動を明解に区別することができない。そこで、ここでは二つのコニカル運動の定義として、人工衛星の制御分野で通用している角運動量ベクトルに着目した次のような定義に従う⁽¹⁾⁽²⁾。

(1) 歳差とは外力による角運動量ベクトルの変

図7 慣性座標における回転軸と角運動量ベクトル

化。

(2) 章動とは回転軸の角運動量ベクトル回りの円すい運動。

この定義により、図9では原点回りの低周波のふれまわりが歳差で、それを中心にした高周波のふれまわりが章動であるということが容易にわかる。

4.2 コニカル運動の制御 4.1節で示した定義から、章動と歳差は角運動量ベクトルが回転軸および原点と一致していないために起こる運動といえる。ところで、角運動量ベクトルと加えられるトルクの関係は

$$\Delta H = T \Delta t \quad \dots\dots\dots (3)$$

となっており、この式は角運動量ベクトルが、外から加えられるトルクにより自由に変えられるということを意味している。よって、高速で回転しているロータのコニカル運動を制御するには、直接回転軸を中心に動かそうと制御トルクをかけるのではなく、角運動量ベクトルを移動して回転軸および原点に一致させるように制御トルクをかけてやれば良いということがわかる。以上のことから、章動と歳差について次のような制御則が得られる。

- (1) 歳差を制御するには H を原点に持っていく。
- (2) 章動を制御するには、H を S と一致させる⁽³⁾。

図7においてそれぞれの角運動量ベクトルの関係は

図8 Z=1の平面におけるHとSの位置関係

図9 剛体のコニカル運動の軌跡

$H_T \approx H_z, H_z \gg H_\perp$ となっているから $\overline{SH}, \overline{OH}(\overline{OS} + \overline{SH})$ が次のように求まる⁽¹⁾。

$$\overline{h} = \overline{SH} = \frac{\overline{H}_\perp}{|H_z|} = \frac{1}{\gamma\omega} (\dot{\theta}_x, \dot{\theta}_y) \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\overline{OS} = (\theta_y, -\theta_x) \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\begin{aligned} \overline{H} = \overline{OH} = \overline{OS} + \overline{SH} \\ = \left(\theta_y + \frac{1}{\gamma\omega} \dot{\theta}_x, -\theta_x + \frac{1}{\gamma\omega} \dot{\theta}_y \right) \quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

そこで、歳差を制御するには H を原点に持っていけば良いのであるから、

$$T_{cp} = P\overline{H}$$

$$= P \left(\theta_y + \frac{1}{\gamma\omega} \dot{\theta}_x, -\theta_x + \frac{1}{\gamma\omega} \dot{\theta}_y \right) \quad \dots\dots\dots (7)$$

という制御トルクをかければ良い。また、章動を制御するには H を S へ近づければ良いのであるから、

$$T_{cn} = N\overline{h} = N'(\dot{\theta}_x, \dot{\theta}_y) \quad \dots\dots\dots (8)$$

という制御トルクをかければ良い。

4.3 シミュレーション結果 ここで、式(2)(図9)で示した系にこの制御則を適用した場合のシミュ

図10 シミュレーション結果

図11 章動と歳差の周波数

図12 章動と歳差の分離フィルタ

$$H_1(s) = \frac{1 + T_1 s}{1 + T_2 s}$$

$$H_2(s) = \frac{K_c T_1 s}{T_c T_1 s^2 + T_1 s - K_c K_1}$$

図 13 コニカル制御回路

レーションの結果を示す(図 10)。非常に迅速に原点に収束している様子がわかる。

4.4 実際の制御系 以上のようにコニカル運動に関する制御則が得られ、その効果がシミュレーションにより確認されたわけであるが、式(7)、(8)を見てもわかるようにこの制御則を実行するには角速度情報が必要となる。しかし実際にその情報を正確に得るのは容易ではない。そこで、ここでは角速度情報を用いない近似制御法について考えてみた。

(1) 歳差は一般に原点回りの後回り運動と考えられるので、この運動における角変位と角速度の位相関係は

$$\begin{cases} \dot{\theta}_x \propto \theta_y \\ \dot{\theta}_y \propto -\theta_x \end{cases} \dots\dots\dots (9)$$

となっている。よって、制御トルクの式は次のように近似される。

図 14 コニカル運動の特性根の軌跡
(コニカル制御: P の効果) 図 15 コニカル運動の特性根の軌跡
(コニカル制御: N の効果)

$$T_{CP} = P \left(\theta_y + \frac{1}{\gamma\omega} \dot{\theta}_x, -\theta_x + \frac{1}{\gamma\omega} \dot{\theta}_y \right) \\ \approx P'(\theta_y, -\theta_x) \dots\dots\dots (10)$$

(2) 同様に、歳差の収まった後の章動 (定常章動運動) は原点回りの前回り運動と考えられるので、この運動における角変位と角速度の位相関係は

$$\begin{cases} \dot{\theta}_x \propto -\theta_y \\ \dot{\theta}_y \propto \theta_x \end{cases} \dots\dots\dots (11)$$

となっている。よって、制御トルクの式は次のように近似される。

$$T_{CN} = N(\dot{\theta}_x, \dot{\theta}_y) \\ \approx N'(-\theta_y, \theta_x) \dots\dots\dots (12)$$

この角度信号だけを用いた二つの制御則は符号が全く逆であり、単純に両方を同時に適用するのは意味がない。しかし、図 11 に示すように歳差と章動の振動数は回転数の上昇に伴い分離していくという性質があり、実際の試作機においても歳差と章動の振動数は、コニカル振動が問題となる回転数 ω_0 においては 10 倍以上離れていた。そこで、低周波の振動である歳差に関してはローパスフィルタを通して $(\theta_y, -\theta_x)$ をフィードバックし、比較的高周波の振動である章動に関してはハイパスフィルタを通して $(-\dot{\theta}_y, \dot{\theta}_x)$ をフィードバックするというフィルタ分離方式によりこの制御則を実現した。図 12 に分離フィルタの例を示す。

4.5 コニカル制御回路 コニカル制御回路は図 13 に示すように、これまでの四つの並進の制御ループに加え、X, Y それぞれの上下のセンサの差から角変位 θ_y, θ_x を算出して、これをローパスフィルタとハイパスフィルタを通して、符号を変えてそれぞれの軸に配分してやる簡単な回路である。

4.6 プリセッションの安定化 プリセッションの安定化を図るため、図 13 のコニカル制御回路において、 P の回路を入れたときのコニカル運動の特性根の軌跡を図 14 に示す。この補償回路によりプリセッ

ションが安定化されたことがわかる。

ここでは P を定数として与えているが、本来は回転数に比例して変化させるものであるから、実験においては回転数に応じて 2 段階に変化させて回転試験を行った。この結果 30 000 rpm を越えて安定な回転が実現できた。

4.7 N の回路の効果 ここまでの回転数ではニューテーションは減衰が十分で問題はいないが、今後、問題となる可能性もある。そこで、コニカル制御回路のうちニューテーション制御回路の効果を確認するためコニカル制御として、 P に加えて N の回路を入れたときの解析も行った。この結果、コニカル運動の特性根の軌跡は図 15 に示すように、ニューテーションの特性根が若干ではあるが虚軸から遠ざかっており、 N の回路が安定性に寄与したことがわかる。

5. ま と め

高速回転体用の磁気軸受として、ラジアル制御形の磁気軸受を応用して 4 軸制御形の磁気軸受を試作した。この試作機の、モデル化による解析とその回転実験を通して問題となったコニカル運動について、物理的解釈を示すと同時にその影響を解析計算と実験により明らかにした。この結果、永久磁石を使用した磁気軸受に特有の零パワー方式がプリセッションを不安定にすることがわかり、これを安定化するためには角運動量ベクトルを原点にくるように制御すれば良いことを示し、実際にこの回路を使うことにより試作機を 30 000 rpm を超えて安定回転させることに成功した。

文 献

- (1) 村上, 第 30 回自製講義, No. 1022, (昭 62), 55-56.
- (2) Jon. V. Harrison, *North-Holl and Space Communication and Broadcasting*, 5 (1987), 265-280.
- (3) 井上, 計自制論文集, 23-3 (昭 62), 294-300.

討 論

〔質問〕 野 波 健 蔵 (千葉大学工学部)

(1) 式(2)は回転運動のみの運動方程式であるが、並進運動の制御はどのようにされているか。

(2) 式(9), (11)の位相関係を利用してフィードバックする方法は有効と思われるが、だ円運動となる一般の場合は適用可能か。微分回路を避けた理由は何か。

(3) この場合、慣性モーメント比が $\gamma=0.504$ と

ジャイロ作用が特徴的に発生し、図 11 の Nutation と Precession が大きく離れている。一般のロータの場合、章動と歳差をフィルタで完全に分離できないように思われるがいかがか。

(4) 零パワー補償の場合、永久磁石と電磁石の相対的な吸引力の比が問題となってくるように思われるがどのようにされているか。

〔回答〕 (1) 並進運動の制御は図 4, 5 に示す

ようにPD(一次進み補償)と零パワー補償により行っている。

(2) ニューテーションはロータが回転対称体であれば完全な円運動になり、プリセッションは X, Y 方向のばね定数(制御力)が同じであればやはり完全な円運動となるので本論文ではだ円になる一般の運動は考慮していない。しかし一般のだ円運動の場合に本方式を適用しても効果は低下するかもしれないが有効だと思う。また、微分回路を避けた理由は使用したパワーアンプが高周波でゲインが上がると飽和の影響で位相特性が劣化するためである。

(3) 本論文はアウトロータ形のものを対象としているので慣性モーメント比が約0.5と比較的大きい値になっている。確かに一般のロータではプリセッションとニューテーションの周波数が近くなり分離が難しい場合もある。しかしその場合にはニューテーションの周波数が比較的に低くなるので単純なPD制御で安定化できるからプリセッションだけを分離すればよく、高次のローパスフィルタを使えばその分離は可能だと思う。

(4) ご質問の意味が良くわからないのだが、永久磁石の吸引力は回転軸を水平にして軸受を設置した場合にもロータをギャップの範囲内の移動量で支持できる大きさになっている。もちろん電磁石のスタティックな吸引力はどんな姿勢からこの永久磁石の吸引力に逆らってロータを浮上させることができる大きさになっている。

〔質問〕 松下修己〔(株)日立機械研究所〕

要領を得た説明で必要な図表がカバーされており、読みやすい論文となっていることに敬意を表す。しかし従来の研究についてのサーベイが不足しているように思われる。

コニカルな剛体モードの後向き(Precession)固有振動数は回転上昇とともにどんどん低下していき、積分要素の位相遅れのために、ついには不安定振動に至ることはすでに論文(付1)・(付2)で指摘されている。またそれを安定化させるために、 xy クロス回路やローパスフィルタ付き xy クロス回路が有効であることもすでに指摘されている。これらは xy 変位信号そのものを使うディセントライズ方式のものだが、貴論文のように傾き振動を使うセントライズ方式のもののクロス回路も論文(付3)にある。ご参考にしていただきたい。

(1) タイトルは「アウトロータ形…」となっているが、アウトロータの振動制御の特徴を主張する内容になっていないのではないかと。一般の剛体ロータに対

付図 1

して成立する内容ではないか。

(2) 後向き不安定振動発生回転数について 後向き固有振動数 ω_p が回転上昇とともにどんどんと低下し、図5の位相進み領域から遅れ領域へ入る8Hzくらいまで低下した回転数で不安定となるのではないかと。図6下図の20000rpm付近の ω_p はいくらか。

(3) 本論文のように、傾き振動に変換してローパスフィルタ付きクロスをとるセントライズ方法でなくとも、付図1のように、変位信号そのものをローパスフィルタ付きクロスにするディセントライズ方式でも同様の安定化は得られる。実験あるいはシミュレーションでお試しいたい。図3に述べておられるように、このほうが制御器構成上すこしは簡単ではないか。

(4) 後向き不安定性を救うために、積分器のゲイン→小あるいは時定数→大とすれば、図5の制御器の位相進み領域は下までのび、安定回転数範囲は広がると思うのだからいかか。

〔回答〕 確かに定常剛性を上げるために積分器を直列に回路に入れた積分補償はプリセッションを不安定にする可能性があるということを指摘した論文はこれまでにいくつかある。しかし本論文では、センサのドリフトや定常外乱に対して定常制御電流を零にするためパワーアンプに積分器を正のフィードバックで入れた零パワー補償について検討しており、これがプリセッションを不安定にする可能性を指摘したものだから

(付1) 大鶴・中関, 日経メカニカル 10:22 (昭59), 102. 藤本・ほか3名, *Koyo Eng. J.*, No. 128 (1985), 7.

(付2) Matsushita, O., ほか5名, *Proc. IFTOMM Int. Conf. Rotor dyn.*, Tokyo-Japan, (1986-9), 626.

(付3) 樋口・ほか2名, 精密機械, 50-9 (昭59), 95. 水野・ほか2名, 計測自動制御学会論文集, 19-12 (昭58).

らこれまでの論文とは違う。また、クロス制御についても本論文で主張することは、単に位置的に位相の進んだ信号を利用するというのではなくて、角運動量ベクトルが回転軸とは違い外部からのトルクで簡単に移動できることに着目して、プリセッションを制御するためには角度信号をローパスフィルタに通して近似的に角運動量ベクトルを求めそれを原点に来るようにトルクをかけ、ニューテーションを制御するためにはハイパスフィルタにより回転軸と角運動量ベクトルの距離を近似的に求め角運動量ベクトルを回転軸に一致させるようにトルクをかけるのが良いということである。これが結果としてクロス制御という形になったわけである。

(1) アウタロータ形なので慣性モーメント比が0.5程度となり、プリセッションとニューテーションの分離が容易になっている。

(2) 図6に示したように約4 Hzである。

(3) 本方式は角運動量ベクトルに関する物理的な考察の結果このような形になっており、それが本論文の特徴となっている。

(4) 確かに積分器のゲイン、時定数はプリセッションの安定性に大きな影響を与える。ただし、一般の積分補償と違い零パワー補償は定常電流を零にするものであるから、時定数を大きくすれば安定範囲は広がるが逆に時定数を小さくすれば消費電力、発熱を少なく抑えることができる。それは軸受の使用目的により選択するべきと思うが、場合によっては安定範囲の狭い比較的小さい時定数で使用する可能性もあるということである。

[質問] 井上正夫〔三菱電機(株)中央研究所〕

プリセッションの安定限界について、図6と実験結果とに差異があるようだ。私も同様の経験を持ってい

るが、この原因についてご意見があればご教示願いたいと思う。

[回答] 実験結果の10 000 rpmというのはふれまわりが観測され始めた回転数で、不安定となるのはさらに高い回転数となるが確かに計算値と実験結果は違っていた。この原因は特定できないが、モデルと実際の回路のパラメータの違いや、回転数が上昇していくと次第にプリセッションの減衰比が小さくなっていきそのふれまわりも大きくなっていくので不安定になるより先にタッチダウン軸受に接触することなどもあると思う。また、著者らの経験では大振幅の高周波信号に対してはパワーアンプの位相特性が劣化し系が不安定になるということがあったので、その影響もあるかもしれない。それについては「日中メカトロニクスシンポジウム('88, 10)」で発表する予定になっている。

[質問] 川本広行〔(株)日立製作所日立工場〕

回転体が“く”の字に変形するモードの三次危険速度の値はいくらか。またこのモードを超えて安定回転を実現するうえでの知見があればご教示いただきたい。

[回答] 回転体の共振周波数は正確には測定していないが1~2 kHzとかなり高い周波数となっている。これはアウタロータ形になっているおかげで、インナロータ形の場合にはロータの共振は深刻な問題だと思う(それについては文献(付4)~(付6)が参考になると思う)。著者らもまだインナロータ形の検討は行っていないので、その制御については今後の課題である。

(付4) Herbermann, H. and Bruntet, M., The Magnetic Bearing Enables Optimum Damping of Flexible Rotor, *A. S. M. E.*, 84-GT-117 (1984).

(付5) 大嶋・中関, 日経メカニカル, 22号(昭59), 102.

(付6) Matsushita, O., ほか5名, Flexible Rotor Vibration Analysis Combined with Active Magnetic Bearing Control, *Proc. JSME & IFTOMM. Int. Conf. Rotor-dyn.*, Tokyo, (1986-9).