直交化モードを用いたモード合成法の精度向上*

安井良次^{*1}, 八坂哲雄^{*2}Improvement Component Mode Synthesis
by Using Orthogonalized Attached Modes

Yoshitsugu YASUI and Tetsuo YASAKA

Improved methods on the Component Mode Synthesis (CMS) are proposed, using both unconstrained flexible modes and physical boundary displacements as the generalized coordinates, to facilitate the effective application to the dynamic analysis in the structural design procedure. A component can be treated as one of the elements of FEM analysis, if their connection points are in the physical coordinates. But utilization of unconstrained modes makes the analysis sensitive to higher mode truncation effects. The static modes are introduced to compensate for the truncation errors. By using mode orthogonal transformations, it is found that the errors are substantially reduced. Two methods are derived depending on the method of transformation, regulated on either normal modes or static modes. These theories are applied to a simplified satellite model. From these examinations, it is proved that the proposed methods are as accurate as those established methods using constraint modes.

Key Words: Vibration, Modal Synthesis, Finite Element Method, Component Mode, Modal Truncation, Substructure Design, Mode Orthogonality

1. 緒言

振動解析におけるモード合成法は少ない自由度で振動解析を行うことができるため、大規模な構造の解析に非常に有効であることが報告されている⁽¹⁾⁻⁽³⁾。のみならず、振動特性を必要最小限のデータで表現できるこれらの手法は、複数の設計者によって分割して構造設計を行う場合にも、設計の変更によるデータの受け渡しを簡略化できるため、有効な設計手法として利用できる。例えば大形の人工衛星は、振動特性に影響を及ぼす柔軟で複雑な多数の機器から構成され、かつ、それぞれの機器は機器特性を保証するための個別の設計変更が頻繁に行われるが、モード合成法を用いれば少ない解析データで振動特性を表現できるため、大幅な再解析の必要がなく設計の効率化が図れる。

モード合成法には、拘束モードを用いるものと、不拘束モードを用いるものがあるが、実験との比較を考慮して後者を用いたい。ところが、不拘束モードを用いる方法は、接合点の自由度数より多くモードを採用

する必要があることや、モードの打ち切りに敏感であるという問題点がある。このため、従来、モードの選択に工夫を加える方法や、静的な変形モードを付加する方法などの改善方法が提案されている⁽⁴⁾⁽⁵⁾。

複数の設計者が分割設計法としてはん用的に用いるためには、他の構造物との接合点を物理自由度として残しておくのが便利である。ところが、モード合成法のほとんどは、解析自由度としてモードだけを用いているので、上記改善方法を、接合点を物理自由度として残すモード合成法に、そのまま用いることはできない。

そこで本稿では、接合点を物理自由度として残すモード合成法に、不拘束モードを適用する場合の精度劣化を改善する手法として、静的な変形モードを付加する方法を取り上げ、モードの直交化変換を用いてコンポーネントモードを構成する方法を提案し、その理論と解析手法について報告する。

2. 不拘束モード法と境界剛性

不拘束モード法は、その取扱いが比較的簡単なことと、接合点を不拘束状態にしないと測定できない実験データの取込みを可能とするため、多くの実施例が報告されている⁽⁶⁾⁽⁷⁾。基本的には一般化自由度で表され

* 昭和63年10月19日 第66期全国大会講演会において講演、原稿受付 昭和63年3月7日。

^{*1} 正員、日本電信電話(株)無線システム研究所(〒238-03 横須賀市武1-2356)。

^{*2} 日本電信電話(株)無線システム研究所。

るモード空間を接合点の変位拘束式で結合する。

分割して設計するときには、設計の変更に柔軟に対処するため、他の部分構造を一つの有限要素のようにしておけば、取扱いが簡単になる。そこで分割設計に用いるモード合成法では、接合点を物理自由度として表現する。すなわち、接合点を物理自由度で表現した部分構造を用いて、あたかも有限要素を追加するのと同じようにして他の部分構造に結合する。

物理変位 $\{u\}$ は、弾性モード $\{\phi\}$ と一般化自由度 $\{q\}$ を用いて、

$$\begin{Bmatrix} u_a \\ u_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \phi_a \\ \phi_b \end{Bmatrix} \{q\} \dots\dots\dots (1)$$

と表すことができる。ここで添字 b は接合点、 a はそれ以外の点である。

一般化自由度 $\{q\}$ から $\{u_b\}$ と同じ大きさの自由度 $\{q_l\}$ を選んで、接合部の物理自由度に変換する。ここで、 $\{q\}$ の残りの自由度を $\{q_R\}$ とすると、 $\{q_R\}$ と $\{q_l\}$ が一次独立であれば、

$$\begin{Bmatrix} q_R \\ q_l \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ \phi_{bR} & \phi_{bl} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_R \\ q_l \end{Bmatrix} = [T_c] \begin{Bmatrix} q_R \\ q_l \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (2)$$

なる変換式が成り立つ。

これを用いて、以下のコンポーネントモードを規定する運動方程式を得る。

$$\begin{aligned} [T_c]^{-1T} [m_i s^2 + k_i] [T_c]^{-1} \begin{Bmatrix} q_R \\ u_b \end{Bmatrix} \\ = [T_c]^{-1T} \begin{bmatrix} \phi_{aR} & \phi_{al} \\ \phi_{bR} & \phi_{bl} \end{bmatrix}^T \begin{Bmatrix} F_a \\ F_b \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

ここで、 m_i 、 k_i は一般化質量、一般化剛性で、 s はラプラスの演算子である。

また、境界 b 以外には未知の外力が作用しないので、 $F_a=0$ として、式(3)を展開すると、式(4)のようになる。

$$\begin{bmatrix} m_R s^2 + k_R + \phi_{bR}^T Z_l \phi_{bR} & -\phi_{bR}^T Z_l \\ -Z_l \phi_{bR} & Z_l \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_R \\ u_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ F_b \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (4)$$

ここで、

$$\begin{aligned} [Z_l] &= [\phi_{bl}]^{-1T} [m_l] s^2 [\phi_{bl}]^{-1} \\ &+ [\phi_{bl}]^{-1T} [k_l] [\phi_{bl}]^{-1} \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

である。

この場合、 $[T_c]^{-1}$ を求めるために、接合点の数だけモードが必要となる。

さて、コンポーネントの動的効果が無視できるような低い解析周波数領域では、境界の物理自由度 $\{u_b\}$ は、剛性による静的変形によって与えられるはずである。ところが、打切りのある数個の動的なモードの変換によって、そもそもコンポーネントが持っていた境界の

剛性の釣合いを満足させることには無理がある。そのため、一般的にモードの打切りによって誤差を生ずる。

3. 境界モードを付加するコンポーネントモード

モード合成法は式(1)に示したように物理自由度の変形をある限られた一般化自由度の一次結合として表現しているが、モードの打切りによって、先に述べたような精度の劣化が起こる。そこで、低い解析周波数での剛性による釣合いを満足するように、静的変形を新たなモードとして、付加することを考える。

ここで、新たに付加するモード $\{\phi_k\}$ と弾性モード $\{\phi_l\}$ とが、質量と剛性に関して直交であると、その一般化自由度 $\{q_l\}$ と $\{q_k\}$ は独立な自由度となる。そのため、式(2)と同じ変換式を用いて、付加したモードの一般化自由度 $\{q_k\}$ を物理自由度に変換して、式(1)～(3)と同様の方法でコンポーネントの運動方程式を構成することができる。

また、 $\{\phi_k\}$ と $\{\phi_l\}$ が直交しておれば、運動方程式を以下のように分離できる。

$$\begin{aligned} &[\phi_l \phi_k]^T [M s^2 + K] [\phi_l \phi_k] \begin{Bmatrix} q_l \\ q_k \end{Bmatrix} \\ &= (m_l s^2 + k_l) \begin{Bmatrix} q_l \\ q_k \end{Bmatrix} \\ &+ [\phi_k]^T [M s^2 + K] [\phi_k] \begin{Bmatrix} q_k \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

ここで解析自由度 j は $l+k$ となり、添字 l, k はそれぞれ弾性モードと付加するモードを示す。

3.1 Residual Attachment Mode を用いる方法

静的な変形の伝達関数は、

$$\{u_s\} = [G] \{F\} \dots\dots\dots (7)$$

であり、静的な変形モードも $[G]$ (これを Attachment Mode と呼ぶ⁽⁴⁾) となる。拘束点のない自由状態では $[G]$ は求まらないが、この場合の取扱いはRubin⁽⁸⁾や長松⁽²⁾によって示されている。ここでは、コンポーネント内部に拘束点がある場合について以下説明を行い、自由状態における取扱いについては本稿では省略する。

ここで、接合点の物理自由度に変換する $\{q_k\}$ の一般化剛性を正確に表せるように、Attachment Mode $[G]$ を剛性 $[K]$ について弾性モード $\{\phi_l\}$ と直交するように変換することを考える。そのため、 $[G]$ のかわりに $\{\phi_l\}$ に対して独立な $[G_R]$ を定義する。すなわち弾性モードによる寄与分を取る。

$$[G_R] = [G] - [\phi_l][c] \dots\dots\dots (8)$$

$[c]$ は係数行列である。 $\{\phi_l\}$ と $[G_R]$ は直交であるから、剛性 $[K]$ に関して、

$$[\phi_l]^T [K] [G_R] = 0 \dots\dots\dots (9)$$

が成り立つ。これに式(8)を代入すると $[c]$ は、

$$[c] = [k_i]^{-1} [\phi_i]^T [K] [G] \quad \dots\dots\dots (10)$$

となる。ここで、 $[G] = [K]^{-1}$ ゆえ、

$$[G_R] = [G] - [\phi_i] [k_i]^{-1} [\phi_i]^T \quad \dots\dots\dots (11)$$

と求めることができる。一方、 $[G]$ は完全系を成す弾性モード $[\phi] = [\phi_i \phi_k]$ を用いて、以下のように表すことができる。 l は採用する弾性モード、 k は打ち切った弾性モードを示す。

$$\begin{aligned} [G] &= [K]^{-1} = [\phi] [k_i]^{-1} [\phi]^T \\ &= [\phi_i] [k_i]^{-1} [\phi_i]^T + [\phi_k] [k_k]^{-1} [\phi_k]^T \quad \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

したがって、

$$[G_R] = [\phi_k] [k_k]^{-1} [\phi_k]^T \quad \dots\dots\dots (13)$$

であり、 $[G_R]$ は打ち切ったモード $[\phi_k]$ の剛性に関する影響を補償するものであることを示している。また、式(13)から明らかなように、 $[G_R]$ は質量 $[M]$ に関しても直交となり、 $\{q_i\}$ と $\{q_k\}$ は独立になる。

このモードを用いて、式(6)のように一般化自由度 $\{q_k\}$ に関する一般化質量と一般化剛性を計算すると、

$$[G_R]^T [M s^2 + K] [G_R] = [M_R] s^2 + [K_R] \quad \dots\dots\dots (14)$$

となる。これは分離されず密行列になる。ここで、静的なモードのうち、接合点 b に働く外力による変形モードの数は b 個であるため、式(14)からこのモードに関するものを取り出して、 $[M_{Rb}]$ 、 $[K_{Rb}]$ とする。これは、 $b \times b$ の正方行列となる。

ここで、式(2)と同様の変換式として、付加したモード自由度 $\{q_k\}$ を接合点の物理自由度に変換する。 $[\phi_{bk}]$ は $[G_{Rb}]$ に一致するため、変換式は、

$$\begin{Bmatrix} q_i \\ u_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} I & 0 \\ \phi_{bi} & G_{Rb} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} q_i \\ q_k \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (15)$$

となる。この変換式を用いて、式(16)のコンポーネントの運動方程式を構成する。これを、『接合点を物理自由度で残す場合の Residual Attachment Mode を用いる方法』と呼ぶことにする。

$$\begin{Bmatrix} m_i s^2 + k_i + \phi_{bi}^T Z_{Rb} \phi_{bi} - \phi_{bi}^T Z_{Rb} \\ -Z_{Rb} \phi_{bi} \quad , \quad Z_{Rb} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} q_i \\ u_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ F_b \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (16)$$

ここで、 $[Z_{Rb}]$ は以下のようになる。

$$[Z_{Rb}] = [G_{Rb}]^{-1T} [M_{Rb}] s^2 [G_{Rb}]^{-1} + [G_{Rb}]^{-1} \quad \dots\dots\dots (17)$$

3.2 モード修正法 前記方法は、モードの直交性を確保するために Attachment Mode を修正したが、この方法ではモードの打ち切りによって接合点の剛性が変化するため、解析上不安定になる可能性がある。

そこで、接合点での剛性を確保するため、もう一つの方法として、弾性モードを修正することを考える。静的なモード $[G]$ のうち、接合点 b に働く外力による

変形モードを取り出して $[G_b]$ とすると、これらの静的なモードによる内部領域 a の変形は境界 b の変形から決定され、

$$[G_b] = \begin{Bmatrix} G_{ab} \\ G_{bb} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} T \\ I \end{Bmatrix} [G_{bb}] \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$[T] = -[K_{aa}]^{-1} [K_{ab}] \quad \dots\dots\dots (19)$$

のように示される。ここで、式(8)と同様に、モード $[\phi]$ の代わりに $[\phi_c]$ なる直交モードを定義して、静変形寄与分を弾性モードから取る。

$$[\phi_c] = [\phi] - [G_b] [c] \quad \dots\dots\dots (20)$$

$[\phi_c]$ と $[G_b]$ は直交であるから、

$$[G_b]^T [K] [\phi_c] = 0 \quad \dots\dots\dots (21)$$

となり、内部領域 a と接合点 b の領域にわけて、

$$\begin{aligned} [G_b]^T [K] [\phi - G_b c] \\ = [G_{ab}^T G_{bb}^T] \begin{Bmatrix} K_{aa} & K_{ab} \\ K_{ba} & K_{bb} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_a - G_{ab} c \\ \phi_b - G_{bb} c \end{Bmatrix} \\ = 0 \quad \dots\dots\dots (22) \end{aligned}$$

とし、ここに式(18)、(19)を代入する。式(19)の転置をとると、

$$[T]^T = -[K_{ab}]^T [K_{aa}]^{-1T} \quad \dots\dots\dots (23)$$

であり、剛性 $[K]$ は相反定理より対称行列であって、逆行列の部分行列に対しても、

$$[K_{aa}]^{-1T} = [K_{aa}]^{-1} \quad \dots\dots\dots (24)$$

となるため、これを用いると、

$$\begin{aligned} [G_{bb}]^T [K_{bb} - K_{ba} K_{aa}^{-1} K_{ab}] [\phi_b - G_{bb} c] \\ = 0 \quad \dots\dots\dots (25) \end{aligned}$$

となる。そこで $[c]$ は、

$$[c] = [G_{bb}]^{-1} [\phi_b] \quad \dots\dots\dots (26)$$

となる。式(20)に式(26)を代入すると、

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \phi_{ca} \\ \phi_{cb} \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} \phi_a \\ \phi_b \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} G_{ab} \\ G_{bb} \end{Bmatrix} [G_{bb}]^{-1} [\phi_b] \\ &= \begin{Bmatrix} \phi_a \\ \phi_b \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} T \\ I \end{Bmatrix} [\phi_b] \quad \dots\dots\dots (27) \end{aligned}$$

となる。書き代えると、

$$\begin{aligned} [\phi_{ca}] &= [\phi_a] - [T] [\phi_b] \\ [\phi_{cb}] &= 0 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (28)$$

とおくことができる。

修正された新しいモードは b 点で動かないモードである。式(1)に相当する変位を一般化自由度で表すと以下のようになる。

$$\begin{aligned} \{u_a\} &= [\phi_a - T \phi_b] \{q_i\} + [G_{ab}] \{q_k\} \\ \{u_b\} &= [G_{bb}] \{q_k\} \quad \dots\dots\dots (29) \end{aligned}$$

ここで、 $\{u_b\}$ と $\{q_i\}$ は独立となるので、新たに独立な一般化自由度 $\{q_k\}$ を用いて、式(2)のような変換を用いなくても、拘束モード法⁽¹⁰⁾と同様に、 $\{u_b\}$ と $\{q_i\}$

の一次結合として変位を表すことができる。すなわち、式(1)、(2)に相当する変換として、式(19)と式(29)より以下の変換式を用いる。

$$\begin{Bmatrix} u_a \\ u_b \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{ca} & T \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_i \\ u_b \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (30)$$

これは、拘束モード法の基礎式と同じような形を持つ。これを、『モードを修正する不拘束モード法』と呼ぶことにする。

4. 解析モデルと結果

分割設計の適用例として図1に示すような大形静止衛星の衛星構体とアンテナを考える。ここで、アンテナを設計する設計者は、コンポーネントモードに変換した衛星構体を、アンテナのFEMモデルに結合して解析することによって、全体の構造特性を考慮した最適な構造設計を行うことができる。

4.1 固有振動数に及ぼす影響 ここでは分割設計のモデルとして、図2のような衛星構体とアンテナ構造を少ない自由度で模擬したものを用いる。接合点は1点で、並進三自由度とねじりを除いた回転二自由度の計五自由度を物理自由度として接合する。表1に解析に用いたモードの周波数とモードの分類を示す。ここでは解析の精度の検証の意味からX-Zに対称な構造にして、理論上同じ固有振動数が存在するようにした。

モードを付加しない不拘束モード法の場合、Residual Attachment Modeを用いる方法の場合、モードを修正する不拘束モードを用いた方法の場合、および比較のため拘束モードを用いた方法の場合のそれぞれ結合解析時の固有振動数を表2にまとめる。また、図3に結合解析時に目標とするモード形状を示す。境界モードを用いない方法では式(3)の逆行列が存在しないと解析できないが、ここでは解析可能となる最小限のモード数5個を用いることとし、各手法も同様とした。

結果として、境界モードを用いない方法では最低次の一次モードの固有振動数から全般に誤差を生ずる。

これに比べ、Residual Attachment Modeを用いる方法では良い一致を示す。しかし、計算が煩雑になり、拘束モードを用いたものと比べて、若干の固有振動数で精度に劣化が見られる。

次に、モードを修正する不拘束モード法では、全体的に良い精度で結合時の固有振動数を表すことができる。また、拘束モードを用いたモード合成法と比べても、同程度以上の精度を確保することが可能であることがわかる。

以上の結果から、解析精度の点からは、モードを修正する不拘束モード法を用いるのが最もよい。また、計算方法も Residual Attachment Mode を用いる方法より簡単である。

5. 考 察

5.1 剰余剛性を用いた方法との比較 前記剛性不足を補う方法に、打ち切った高次モードの影響を剛性に反映させてやる方法がある。これは、Residual flexibility を考慮した方法あるいは、剰余剛性を考慮した方法である。この方法と本方法を比較する。

これらの方法のうち、長松⁽²⁾や Rubin ら⁽⁸⁾⁽⁹⁾は、打ち切った高次モードの剛性に関する影響 (Residual flexibility) $[G_R]$ を、低次モードと $[G]$ を用いて求めている。この $[G_R]$ は、式(13)の $[G_R]$ と同じになる。

ところが、Residual flexibility で構成されるコンポーネントの運動方程式は、前記 Residual Attachment Mode を用いた方法の式(17)における $[M_{Rb}]$ を無視したものに一致する。すなわち、本稿で提案した方法では、Residual flexibility による付加モード $[G_R]$ によって質量と剛性の両方を変換するため、打ち切った高次のモードの質量に対する影響も考慮さ

図1 大形静止衛星とアンテナ

図2 コンポーネントモデル

れる。このため、打ち切った高次のモードの影響がより正確に考慮される。

また、モードを修正する方法は、境界剛性を正確に与えているので、Residual flexibilityを考慮する必要はない。

5・2 モードの直交性 ここでは、モードの直交化の方法を用いたが、モード間の直交性の度合いについて示す。解析モデルを用いた、直交化前の Attachment Modeと弾性モードとのモードの直交性を表3に示す。モードの直交性 K_{oi} は剛性マトリックスを介して以下に示すようにして求める。

$$K_{oi} = \frac{|\phi_i^T K G_j|^2}{|\phi_i^T K \phi_i| |G_j^T K G_j|} \dots\dots\dots (31)$$

ここで、 $\{G_j\}$ と $\{\phi_i\}$ はおのこの Attachment Modeと弾性モードである。

モード間に直交性があると K_{oi} は零になり、直交性がないと1に近づく。表より低次のモードで特に直交性がなくなることがわかる。

ここで、Attachment Modeと弾性モードの非直交性の影響を調べる。直交化変換をしないで解析を行った結果を表4に示す。Attachment Modeをそのまま用いると解析精度の向上はほとんどなく、むしろ劣化する。

5・3 採用モード数 一般にモード合成法では採用モード数を増やすと解析精度は向上する。ただし、Residual Attachment Modeを用いた場合には、採用モードの数を増やすことによって $\{G_R\}$ の成分が小さくなるが、ここで扱ったモデルの場合12個以上モードを採用すると $\{G_R\}$ の対角項の一部が零に漸近して解析が不可能になった。

ここで用いたモデルの場合において、式(11)で表される $\{G\}$ 、 $\{G_R\}$ の接合点での、対角項の成分ごとの割

表1 コンポーネントのモード

Mode NO	Frequency(Hz)	Mode Shape
1	2.580763	X-Bending 1-Order
2	2.580763	Z-Bending 1-Order
3	16.62753	Z-Bending 2-Order
4	16.62753	X-Bending 2-Order
5	46.96029	Z-Bending 3-Order

表2 固有振動数の比較

Mode NO	Frequency(Hz)				(Error%)
	FEM	(A)	(B)	(C)	(D)
1	0.7174239	0.7421517 (3.446)	0.7174318 (0.001)	0.7174239 (0.000)	0.7174240 (0.000)
2	0.7174239	0.7479688 (4.258)	0.7174330 (0.001)	0.7174239 (0.000)	0.7174244 (0.000)
3	4.531524	5.558570 (22.66)	4.531685 (0.004)	4.531524 (0.000)	4.531578 (0.001)
4	4.531524	5.804215 (28.09)	4.532710 (0.026)	4.531530 (0.000)	4.531942 (0.009)
5	12.77210	13.06058 (2.259)	12.77252 (0.003)	12.77210 (0.000)	12.77224 (0.001)
6	12.77210	13.09096 (2.497)	12.77589 (0.030)	12.77225 (0.001)	12.77298 (0.007)
7	25.14599	32.14936 (27.85)	25.16359 (0.070)	25.14729 (0.005)	25.15586 (0.039)
8	25.14599	38.73100 (54.85)	25.55657 (1.633)	25.21888 (0.290)	25.23598 (0.358)
9	41.50759	44.63493 (7.534)	41.52864 (0.051)	41.51157 (0.010)	41.54654 (0.094)
10	41.50759	84.72580 (104.1)	47.32749 (14.02)	44.04654 (6.117)	41.88897 (0.919)

Method (A): Conventional Method Without Boundary Modes
 (B): Residual Attachment Mode
 (C): Modified Mode
 (D): Constraint Mode

合を図4にまとめる。

また, Residual Attachment Mode を用いる方法の採用モード数と結合解析時の固有振動数の解析誤差の関係を表5に示す。これからわかるように, 採用モードを増やすと解析精度が向上する。また, $[G_R]$ は低次モードの性質によって, そのモード形状が変わるが, $[G_R]$ の成分が変化しても, 顕著に劣化するモードはない。

部分構造は一般に打ち切ったモードで表現されるため, 高次のモードによる Residual 成分が零になることはない。しかしながら, 付加するモードの採用の方法については, 解析上の誤差なども含め, 対象とするモデルによって Residual 成分が零あるいは負にならないように注意する必要がある。

モードを修正する不拘束モード法では, この心配はない。しかし, 変換したマトリックスが密行列となるため, モードの増加とともにデータ数がかなり増大する。

6. 結 言

設計者が複数存在する分割設計にモード合成法を応用するため, 接合点を物理自由度にする不拘束モード法における, コンポーネントの運動方程式の新しい導出方法を提案した。

ここでは, 解析精度を向上させるため, 低い解析周波数におけるコンポーネントの静的な釣合いを満足さ

せることに着目し, 静的なモードを付加することを考えた。

本方法の特徴は, 付加する静的なモードと弾性モードが互いに直交となるように, いずれかのモードを変換して用いることにある。

直交化の基準を弾性モードとするか静的なモードとするかで, Residual Attachment Mode を用いる方法と弾性モードを修正する方法の二つの方法を導いた。

これらの方法は, 従来の方法のように, 弾性モードを数多く採用しないでも, 高い精度で解析することができる。後者は, 前者より取扱いが簡単であり解析精

表 3 静的変形モードと弾性モードの直交性 (K_{oij})

	G_1	G_2	G_3	G_4	G_5
ϕ_1	0.9353	0.0000	0.0000	0.0000	0.1941
ϕ_2	0.0000	0.0000	0.9353	0.1941	0.0000
ϕ_3	0.0000	0.0000	0.0418	0.0547	0.0000
ϕ_4	0.0418	0.0000	0.0000	0.0000	0.0547
ϕ_5	0.0000	0.0000	0.0068	0.0286	0.0000
ϕ_6	0.0068	0.0000	0.0000	0.0000	0.0286
ϕ_7	0.0000	0.0000	0.0012	0.0028	0.0000
ϕ_8	0.0012	0.0000	0.0000	0.0000	0.0028
ϕ_9	0.0000	0.7147	0.0000	0.0000	0.0000
ϕ_{10}	0.0000	0.0667	0.0000	0.0000	0.0000

表 4 非直交モードを用いた場合の固有振動数

Mode NO	Frequency(Hz)	
	FEM	(Error%)
1	0.7174239	0.5325248 (25.77)
2	0.7174239	0.5348032 (25.46)
3	4.531524	3.351886 (26.03)
4	4.531524	3.368976 (25.65)
5	12.77210	6.271258 (50.90)
6	12.77210	6.319651 (50.52)
7	25.14599	17.53578 (30.26)
8	25.14599	17.56677 (30.14)
9	41.50759	27.70834 (33.25)
10	41.50759	28.04206 (32.44)

Method (A): None Orthogonal Attachment Mode

図 3 モード形状

図 4 Flexibility の対角成分の変化

度もさらに向上するが、データ数が増大する。また、いずれの方法も、精度がよいとされる拘束モードを用いるモード合成法と同程度の解析精度が得られることを明らかにした。

設計者がモード合成法を用いる場合に、拘束モードを用いるか、不拘束モードを用いるかは大きな選択である。解析例に用いた片持ビームのような構造では、片持ち端側のコンポーネントでは不拘束モードを用いるのが自然である。なぜなら、ハードウェアを製作した後に、拘束モードの解析と比較するために、両端を拘束して試験を行うのは、大きな構造物であれば、実現性が薄くなるからである。一方、自由端側の構造物では、拘束モードのほうが扱いやすい。

このように、構造物によって両方を使い分けることが望まれる。また、いくつかのコンポーネントは FEM のままで扱う場合も考えられる。このような複合した使い方をする場合には、接合点の物理自由度をそのま

表 5 採用モード数と固有振動数誤差 (%)

Mode NO	Number of Component Modes		
	5	10	12
1	0.001	0.001	0.001
2	0.001	0.001	0.001
3	0.004	0.002	0.002
4	0.026	0.002	0.002
5	0.003	0.002	0.002
6	0.030	0.002	0.002
7	0.070	0.006	0.006
8	1.633	0.006	0.006
9	0.051	0.008	0.008
10	14.02	0.008	0.008

ま変数として表すことが便利であるが、従来のモード合成法のうち不拘束モード法では、モードの打ち切り誤差を十分補償できていない。

今回、接合点を物理自由度にする不拘束モード法の、精度を向上させる方法を提案したことは、設計者に新たな選択肢を与え、構造物のそれぞれのコンポーネントに最も適した数学的表現を用いる解析を可能にしたといえる。

文 献

- (1) Hurty, W. C., *AIAA J.*, 3-4 (1965), 678.
- (2) 長松, モード解析, (昭 60), 92, 培風館.
- (3) 野村・ほか 3 名, 機論, 51-471, C (昭 60), 2779.
- (4) Hintz, R. M., *AIAA J.*, 13-8 (1975), 1007.
- (5) Craig, R. R. and Chang, J. C., *Proc. AIAA/ASME 18th SDM Conf.*, 8 (1977), 89.
- (6) Goldenberg, S. and Shapiro, M., *NASA CR*, 112252 (1973).
- (7) Baker, *Proc. AIAA/ASME/ASE 25th SDM Conf.*, 15 (1984), 943.
- (8) Rubin, S., *AIAA J.*, 13-8 (1975), 995.
- (9) MacNeal, R. H., *Comput. Struct.*, 1 (1971), 581.
- (10) Benfield, W. C. and Hrudu, R. F., *AIAA J.* 9-7 (1971), 1255.

討 論

〔質問〕 頭 井 洋

〔(株)神戸製鋼所要素技術センター〕

不拘束モード法の精度向上をはかるあらたな方法を提案されたことに敬意を表する。しかし、貴方法では不拘束モード法の長所具体的には実験で求めたモデルパラメータを用いてコンポーネントマトリックスを作成できる、あるいは計算時間が短い、プログラムの

必要コアが少ないなどの長所が生かせないように思われるので以下の質問をさせていただく。

貴論文の式(30)の変換式を使う際、拘束モード法と同じく $[T] = -[K_{aa}]^{-1} \cdot [K_{ab}]$ を求める必要がある。したがって計算時間やプログラムの必要コアは拘束モード法と同様になり、かつ FEM の利用が前提になり先に述べた不拘束モード法の長所が失われることにな

らないか。

〔回答〕 本手法の開発の目的は、個別に設計される衛星搭載構造物が、衛星・ロケットに組み込まれた場合の動特性を正確に把握し、ロケットからの動荷重に耐えられる構造として設計することにある。もちろん個々の構造物の特性は実験によって確認されなければならないが、実験データによって特性をすべて同定するというより、実験データを用いてFEMモデルを修正することを現段階では考えている。ここでは、弾性モードに関する部分は実験データによって修正するが、静的モードに関する部分はFEMデータを用いることを第1段階として考えている。ご指摘のとおり、静的モードに関する部分の計算により、計算時間および領域が拘束モード法以下になることは期待できない。しかしながら不拘束モードを用いていることから、実験データと比較ができ、特性が確認されたデータとして格納しておける。本方法を用いれば、結合による誤差がほとんどないため、他の部分構造にいかなる変更や修正があっても、格納された部分については、境

界点の物理自由度と数個のモーダル自由度のみで再利用できるため解析全体の計算時間および領域の縮小という意味からは非常に有効であると考えている。

〔質問〕 日野 順市〔徳島大学工学部〕

適用例として衛星構体とアンテナを結合する際に、アンテナはFEMモデルを用いられているが、アンテナについても実験データまたはモード特性のみが与えられた場合の結合にも貴手法は適用可能なのか。

〔回答〕 本方法はFEMの利用を前提として考えているため、実験データのみによる結合解析については言及していない。実験によってすべてのデータを得るとすれば、本方法では静的モードに関するデータが必要となる。これは振動試験よりも、静荷重による試験を行うなどして得られるのではないかと思う。今後試してみたいと考える。また、本方法は接合点を物理自由度で表現するという特徴があるが、これは必ずしも結合するいずれかをFEMで与えなければならないという制限ではない。