いつ流に伴うせきの自励振動の研究*

(第1報, スロッシングモードの自励振動の発生機構)

久野 勝美^{*1}, 金子 成彦^{*2}

Self-Excited Oscillation due to the Fluid Discharge over a Flexible Weir (1st Report, Excitation Mechanism of a Sloshing Mode)

Katsumi HISANO and Shigehiko KANEKO

The excitation mechanism of a self-excited oscillation due to the fluid discharge over a flexible weir was investigated both theoretically and experimentally. A new type of hydroelastic instability was discovered during test operations of the Super-Phenix LMFBR reactor in France. According to the recent report by Aita, this phenomenon includes two types of instability modes: one is sloshing mode which means the oscillation of a weir associated with coupled sloshing modes of both feeding and restitution fluid collectors; the other is a hydroelastic mode which means the oscillation of a weir associated with fluid-shell modes. In this report, the excitation mechanism of a sloshing mode is discussed by calculating the excitation energy brought by discharge to the fluid-structure system. The theoretical results for the range of sloshing mode instability almost agreed with the experimental data.

Key Words: Theory of Vibration, Fluid Vibration, Weir, Cylindrical Shell, FBR

1. 緒 言

フランスの高速増殖炉スーパーフェニックスの流動試験中に発生したせきの流力弾性振動について、現象発見の経過、実機および模型実験の結果と振動発生の理論モデルについての報告が、田中⁽¹⁾、Aitaら^{(2)~(4)}によって行われている。このせきは炉内を循環している高温の液体ナトリウムが直接主容器に接するのを防止することを目的として主容器内壁に沿って低温ナトリウムの流れる流路を形成するためのものであり、図1に示すように薄肉の同心円筒状構造物で構成されている。低温ナトリウムは供給側プレナム(Feeding Collector)からいつ流して回収側プレナム(Restitution Collector)に流下する。このとき、せきを流れ落ちる液体が回収側プレナムの液面にエネルギーを与え、せき構造-流体系が自励振動を引き起こす。自動振動には2種類のタイプがあると言われており、その一つはスロッシングモードと呼ばれる供給側と回収側プレナムのスロッシングとせき構造系が連成するモード

で、もう一つは流力弾性振動モードと呼ばれる流体-シェル構造連成モードである。一般に前者のモードは落下高さや供給流量が小さいときに生じ、振動が発生する落下高さには上限と下限があり、後者のモードは流量、落下高さがともに大きいほど生じやすい。

Aitaらの論文では、実機で発生した振動の特徴と、これを模擬するための縮小モデルについての説明のうち、せきを流れ落ちる流体の流量と流下する液体によって発生する流体力を結び付ける関係式について解説がなされている。そして、有限要素法に基づく流体-構造連成計算プログラム OSCAR による現象の解析に際してこれらを用い、振動の発生する条件が求められている。しかし、振動の発生条件を導出する過程は示

図1 スーパーフェニックスいつ流部概略

* 昭和63年10月19日 第66期全国大会講演会において講演、原稿受付 昭和63年3月23日。

^{*1} 学生員、東京大学大学院 (〒113 東京都文京区本郷7-3-1)。

^{*2} 正員、東京大学工学部。

されているものの物理的意味がわかりにくい。そこで本論文では、せき構造-流体系に流入する振動エネルギーの大きさに注目し、スロッシングモードの自励振動の発生条件とその物理的意味を検討し、実験結果と比較する。

2. 主 な 記 号

- A : スロッシングの無次元振幅
 A_F, A_R : 供給側, 回収側スロッシングの無次元振幅
 B : 速度ポテンシャルの無次元振幅
 C : せきのいつ流に関する係数
 E : 仕事量
 g : 重力の加速度
 h : 液体の深さ
 h_w : せきの高さ
 k : 波数
 L : 長方形容器の場合は容器幅, 円筒容器の場合は $(\pi \times \text{半径})$ を表す
 p : 液体の圧力
 q : 体積流量
 t_F, t_R : せきの振動に対する供給側と回収側のスロッシングの時間遅れ
 t_D : せきをいつ流した液体が回収側液面に達するまでの時間
 v_0 : 液体の供給と回収に起因する流入流出流速
 δ : h_w/L
 η : スロッシングによる液面変位
 $\theta(t)$: せきの傾き角
 θ_0 : θ の振幅
 ρ : 液体の密度
 ϕ : 速度ポテンシャル
 ω : 角振動数
 $\max[a, b]$: a, b のうち大きいほうを表す。
サブスクリプト F, R, W はそれぞれ供給側液体, 回収液体, せきを表す。

3. 基 礎 方 程 式

図2, 3に示すように平行あるいは同心円状の壁面で囲まれた容器が弾性的なせきで仕切られ、せきをいつ流して液体が流れている状況について考察する。液体の供給と回収は共に容器の底部において行われる。せきによって分けられた供給側と回収側液面でスロッシングが発生し、せきも振動する。せきと向かい合った二つの容器内壁との間隔は十分狭く、供給側, 回収側で発生するスロッシングは二次元的であると仮定する。また、流れは非圧縮、渦なしとする。

せきで隔てられた二つの領域は、液深と底部での流体の出入りの方向が異なるのみなので、液体の運動を記述する際には同一の基礎方程式で議論することができる。図に示すように上下方向に y 軸, 水平方向に x 軸をとる。また, x, y 方向の流速をそれぞれ u, v とする。このとき流体の運動を記述する方程式は以下のように書き表せる。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2}(u^2 + v^2) + \frac{p}{\rho} + gy = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0 \quad (y=0) \quad \dots\dots\dots (3)$$

なお、液面変位を求めるときには次式を用いる。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (y=0) \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで図3に示すアニュラス領域については、液体は半径方向には運動しないと仮定すると、式(1)に相当するものは、

$$\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

である。半径 r の円周に沿って $x=r\theta$ となるように x 軸をとると、

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad \dots\dots\dots (6)$$

となるので、前記の直角座標系の式でアニュラスの場合についても解析することが可能である。

つぎに、以下に示すような無次元化を行う。

$$t' = t/(L/c_0)$$

$$x' = x/L$$

$$y' = y/h_0$$

$$\eta' = \eta/h_0$$

$$v' = v/c_0$$

$$p' = p/(\rho c_0^2)$$

$$F' = F/(\rho c_0 h_0)$$

図2 長方形容器でのいつ流

$$E' = E / (\rho \omega_1 c_0 h_0^2 L^2 / \pi)$$

$$\phi' = \phi / (c_0 L)$$

$$k' = k / k_1$$

$$\omega' = \omega / \omega_1$$

$$g' = g / (c_0^2 / h_0)$$

$$h' = h / h_0$$

$$q' = q / (c_0 h_0)$$

ただし L は長方形容器の場合は容器幅を表し、円筒容器の場合は ($\pi \times$ 半径) を表す。また、

$$c_0 = \omega_1 / k_1$$

$$h_0 = h_w$$

$$k_1 = \pi / L$$

$$\delta = h_0 / L$$

$$\omega_1 = \sqrt{g k_1 \tanh k_1 h_0}$$

である。なお h_w は容器の底からせきの上端までの高さを表す。これらを使って式(1)~(4)を無次元化すると、次式を得る。

$$\frac{\partial^2 \phi'}{\partial x'^2} + \frac{1}{\delta^2} \frac{\partial^2 \phi'}{\partial y'^2} = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial \phi'}{\partial t'} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \phi'}{\partial x'} \right)^2 + \frac{1}{\delta^2} \left(\frac{\partial \phi'}{\partial y'} \right)^2 \right] + p' + g' y' = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2 \phi'}{\partial t'^2} + \frac{g}{\delta^2} \frac{\partial \phi'}{\partial y'} = 0 \quad (y' = 0) \quad (9)$$

$$\frac{\partial \eta'}{\partial t'} = \frac{1}{\delta^2} \frac{\partial \phi'}{\partial y'} \quad (y' = 0) \quad (10)$$

また底面での境界条件は、

$$\frac{\partial \phi'}{\partial y'} = 0 \quad (y' = -h') \quad (11)$$

である。ただし h は液体の深さである。これより以降では無次元を表すダッシュを省略し、有次元の場合にはバーをつけて表すこととする。波数を k とすると式(7)~(11)を満足する ϕ , η は次式で与えられる。

$$\phi = B \sin \pi \omega t \sin \pi k x \cdot \cosh \pi \delta k (y + h) \quad (12)$$

$$\omega^2 = \frac{gk}{\pi \delta} \tanh \pi \delta k h \quad (13)$$

$$\eta = A \cos \pi \omega t \sin \pi k x \quad (14)$$

$$A = -\frac{kB \sinh \pi \delta k h}{\delta \omega} \quad (15)$$

以上の計算では、容器の底部における流体の流入流出を無視しているが、流入流出流速 v_0 を重ね合わせる速度ポテンシャルは、

$$\phi = B \sin \pi \omega t \sin \pi k x \cdot \cosh \pi \delta k (y + h) + v_0 y \quad (16)$$

となる。しかし問題の性質上、平均的な液位は変化しないので η の計算には式(12)を用いた。

式(16)を式(8)に代入すると次式を得る。

$$\begin{aligned} p = & -\pi \omega B \cos T \sin X \cosh Y \\ & -v_0 \pi k B \sin T \sin X \sinh Y \\ & -\frac{1}{4} (\pi \omega B)^2 \sin^2 T (\cosh 2Y + \cos 2X) \\ & -gy - \frac{1}{2} v_0^2 \end{aligned} \quad (17)$$

ただし $T = \pi \omega t$, $X = \pi k x$, $Y = \pi \delta k (y + h)$ である。第1項から第3項までがスロッシングによる変動分である。

せきからのいつ流量 q は図4に示されるように、せき上端を基準にとった液面の高さ H を用いて有次元形で以下のように表される⁽⁵⁾。

$$\bar{q} = \frac{2}{3} C_d \sqrt{2g} \bar{H}^{3/2} \quad (18)$$

ただし C_d は無次元の係数である。文献(5)によれば $h \gg H$ のとき $C_d = 0.611$ である。上式を無次元化すると、

$$q = CH^{3/2} \quad (19)$$

となる。ただし $H = \bar{H} / h_0$ であり、

$$C = \frac{2}{3} C_d \sqrt{2g} \quad (20)$$

とおいた。

つぎに、供給側から落下した液体が回収側液面に及ぼす力を求める。いつ流した液体がせきの上端から回収側液面に達するまでの時間を t_0 、回収側液面に達し

図3 アニュラスでのいつ流

図4 せきからのいつ流

図5 落下する液体が液面に及ぼす力

たときの速さを v_D とする。せき上端での流出流量は時間遅れ t_D を伴い回収側液面に到達する。このときの質量流量 $\dot{m}$ を有次元形で記述すると、

$$\dot{m} = \rho \bar{q} (\bar{t} - \bar{t}_D) \dots (21)$$

である。運動量法則を適用すると、液面に及ぼす力は、

$$\bar{F} = \rho \bar{q} (\bar{t} - \bar{t}_D) \bar{v}_D \dots (22)$$

となる。これを無次元化すると、

$$F = q(t - t_D) v_D \dots (23)$$

を得る。

4. 自励振動発生メカニズムの理論的検討

せきの自励振動が発生するメカニズムを模式的に書くくと図6のようになる。回収側液体のスロッシングがせきを振動させ、せきの振動によって供給側液体のスロッシングが発生する。供給側液体のスロッシングによってせきのいつ流状況が変化し、いつ流した液体がせきに沿って流下することによって回収側液体のスロッシングにエネルギーを与える。以下では回収側液体のスロッシングがせきを振動させる過程をSTEP1、せきの振動が供給側液体のスロッシングを発生させる過程をSTEP2、いつ流した液体が回収側液体の液面にエネルギーを与える過程をSTEP3として各過程でのエネルギーを算出する。

図7のように記号を定める。平衡位置を基準としたせき、供給側液面および回収側液面の変位はつぎのように表せる。

$$\theta = \theta_0 \cos \pi \omega t \sin \pi k x \dots (24)$$

$$\eta_F = A_F \cos \pi \omega (t - t_F) \sin \pi k x \dots (25)$$

$$\eta_R = A_R \cos \pi \omega (t - t_R) \sin \pi k x \dots (26)$$

STEP1: 回収側液体がせきに対して1波長1サイクル当たりになす仕事 E_{RW}

回収側液体のスロッシングによって生ずる圧力変動は、液面の平衡位置を $y=0$ とする座標系で記述すると、

$$\begin{aligned} p_R = & -\pi \omega B_R \cos T \sin X \cosh Y \\ & + |v_0| \pi k B_R \sin T \sin X \sinh Y \\ & - \frac{1}{4} (\pi \omega B_R)^2 \sin^2 T (\cosh 2Y + \cos 2X) \end{aligned} \dots (27)$$

図6 振動発生機構

となる。ただし $T = \pi \omega (t - t_R)$, $X = \pi k x$, $Y = \pi \delta k (y + h_R)$ と置き換えた。

E_{RW} は、 p_R に $\theta(y + h_R)$ を掛けたものを x, y, t について積分することにより次式で与えられる。

$$E_{RW} = \int_0^{2/\omega} \int_{-h_R}^0 \int_0^{2/k} -\theta(y + h_R) p_R dx dy dt \dots (28)$$

積分を実行すると、

$$\begin{aligned} E_{RW} = & \frac{\omega \theta_0 A_R}{\delta k^3 \sinh H_R} \\ & \times \left[+ \frac{\omega}{k} \sin \pi \omega t_R (H_R \sinh H_R - \cosh H_R + 1) \right. \\ & \left. - |v_0| \cos \pi \omega t_R (H_R \cosh H_R - \sinh H_R) \right] \end{aligned} \dots (29)$$

を得る。ただし $H_R = \pi \delta k h_R$ とおいた。

STEP2: せきが供給側液体に対して1波長1サイクル当たりになす仕事 E_{WF}

圧力と v_0 の向きがSTEP1とは逆なことに注意し、STEP1と同様にして計算すると、

$$\begin{aligned} E_{WF} = & \frac{\omega \theta_0 A_F}{\delta k^3 \sinh H_F} \\ & \times \left[\frac{\omega}{k} \sin \pi \omega t_F (H_F \sinh H_F - \cosh H_F + 1) \right. \\ & \left. + |v_0| \cos \pi \omega t_F (H_F \cosh H_F - \sinh H_F) \right] \end{aligned} \dots (30)$$

を得る。ただし $H_F = \pi \delta k h_F$ とおいた。

STEP3: いつ流した液体が回収側液体に対して1波長1サイクル当たりになす仕事 E_{FR}

せきから落下する流量は、

$$q = C \cdot \max[(h_F - h_w) + \eta_F, 0]^{3/2} \dots (31)$$

で与えられる。式(23)から、いつ流した液体が液面に及ぼす力は、

$$\begin{aligned} F = & v_D C A_F^{3/2} \\ & \times \max[\varepsilon + \cos \pi \omega (t - t_F - t_D) \sin \pi k x, 0]^{3/2} \end{aligned} \dots (32)$$

で与えられる。ただし $\varepsilon = (h_F - h_w)/A_F$ である。

E_{FR} は、

図7 せき構造-流体系のモデルと記号

$$E_{FR} = \int_0^{2/\omega} \int_0^{2/k} (-F\dot{\eta}_R) dx dt \dots\dots\dots (33)$$

となる。これを整理すると、

$$E_{FR} = \pi\omega C v_D A_R A_F^{3/2} I \dots\dots\dots (34)$$

ただし、

$$I = \int_0^{2/\omega} \int_0^{2/k} \{ \sin \pi\omega[t - (t_R - t_F)] \sin \pi kx \\ \times \max[\varepsilon + \cos \pi\omega(t - t_D) \sin \pi kx, 0]^{3/2} \} dx dt \dots\dots\dots (35)$$

である。

せき、供給側液体、回収側液体以外にエネルギーが散逸しないとすると、振動の発生する条件は、 E_{FR} , E_{RW} , E_{WF} がすべて正であることと、以下の式を満足することである。

$$E_{FR} > E_{RW} \dots\dots\dots (36)$$

$$E_{RW} > E_{WF} \dots\dots\dots (37)$$

さらに図12のように回収側プレナムの内壁(せきB)がせきAと逆相で振動するときを考えると、回収側液体がせきBに対してなす仕事は、 E_{RW} の θ_0 をせきBの振幅 θ_1 に置き換えれば求められる。これを E_{RW1} とすると、式(36)は右辺にせきBに伝わるエネルギー E_{RW1} を加えて、

$$E_{FR} > E_{RW} + E_{RW1} \dots\dots\dots (38)$$

と書き改められる。これに E_{FR} , E_{RW} , E_{RW1} を代入し、

$$\frac{A_F^{3/2}}{(1+\alpha)\theta_0} > \frac{+\Omega_R - V_R}{\delta\pi C I v_D k^3 \sinh H_R} \dots\dots\dots (39)$$

が得られる。ただし I は正で、

$$\Omega_R = \frac{\omega}{k} \sin \pi\omega t_R (H_R \sinh H_R - \cosh H_R + 1) \dots\dots\dots (40)$$

$$V_R = |v_0| \cos \pi\omega t_R (H_R \cosh H_R - \sinh H_R) \dots\dots\dots (41)$$

$$\alpha = \theta_1/\theta_0 \dots\dots\dots (42)$$

である。

式(37)からは、

$$\frac{A_F}{A_R} < \frac{\sinh H_F}{\sinh H_R} \cdot \frac{+\Omega_R - V_R}{\Omega_F + V_F} \dots\dots\dots (43)$$

が得られる。ただし Ω_F と V_F は Ω_R , V_R と同様に次式のように定義される。

$$\Omega_F = \frac{\omega}{k} \sin \pi\omega t_F (H_F \sinh H_F - \cosh H_F + 1) \dots\dots\dots (44)$$

$$V_F = |v_0| \cos \pi\omega t_F (H_F \cosh H_F - \sinh H_F) \dots\dots\dots (45)$$

次に式(39), (43)を以下の二つの場合について検討する。

case 1. 供給側スロッシングと回収側スロッシングが

同相、すなわち、

$$\sin \pi\omega t_F = 1, \sin \pi\omega t_R = 1 \text{ の場合。}$$

このとき式(41), (45)から明らかなように V_R と V_F は零となる。これは同相の場合には、振動の発生は流入流出流速 v_0 に依存しないことを表す。

case 2. 供給側スロッシングと回収側スロッシングが逆相、すなわち、

$$\cos \pi\omega t_F = 1, \cos \pi\omega t_R = -1 \text{ の場合。}$$

このとき V_R と V_F は零とはならない。これは逆相の場合には、振動の発生は流入流出流速 v_0 に依存することを表す。

具体的な計算結果を図8~11に示す。図の横軸には落下高さ Δh をとり、波数 k をパラメータとしている。図8では縦軸に式(39)の左辺を、図10では v_0 の依存性を考慮するため式(39)の左辺を v_0 で割ったものをとった。図9, 図11では供給側のスロッシングの振幅と回収側のスロッシングの振幅の比を縦軸にとった。ただし、式(39)の計算に当たっては液体の落下を自由落下と仮定し、

$$t_D = \delta\sqrt{2\Delta h/g}, v_D = \sqrt{2g\Delta h}$$

とおき、 $\varepsilon=1$ とした。

式(39)を満足する領域は図8, 10の曲線の上側であり、式(43)を満足する領域は、図9, 図11の曲線の下側である。振動発生領域は両方の領域の重なりであった部分である。

図8, 図10から式(39)を満足する領域は落下高さに対して周期的に現れ、波数が大きくなるにしたがって落下高さの小さいほうへ移動することがわかる。図9, 図11からは、式(43)を満足する領域は逆相のときには波数依存性が小さく、同相のときには低次の波数に対しては波数依存性がみられることがわかる。

5. 実験及び実験結果の考察

5.1 実験装置

図12に実験装置の概略を示す。装置本体は厚さ約1mmの塩化ビニル製の二重円筒構造となっており、剛性の高い外円筒と排水側円筒で

図8 $E_{FR} = E_{RW} + E_{RW1}$ の曲線 (逆相)

はさまれている。図12において左から順に外円筒、せきA、せきB、排水側円筒を示す。半径とせきAの高さはそれぞれ24 cmで、円筒間のすきま幅は約15

図9 $E_{RW}=E_{WF}$ の曲線 (逆相)

図10 $E_{FR}=E_{RW}+E_{RW1}$ の曲線 (同相)

図11 $E_{RW}=E_{WF}$ の曲線 (同相)

図12 実験装置概略図

mmである。液体は外円筒壁の4箇所からほぼ均等に供給される。供給された液体は外円筒とせきAのすきまを上昇し、せきAの頂部からいつ流し、せきAとせきBのすきまを流下する。せきBは数箇所所で底板と接続しており、下部のすきまより排水を行う。

せきAとせきBが振動するが、せきAにセンサを取付けることは現象に影響を与えるので振動の測定はせきBで行った。液体としては水を用いた。

5.2 実験結果 実験によって得られた振動発生点を図13に示す。振動発生領域は $\Delta h=0.5$ の周辺にあり、流量の依存性はほとんどみられない。図14に落下高さに対するせきBの振幅を流量をパラメータとして示す。この振幅はせきAのものよりも大きい。また、せきBの振動の成長過程を図15に示す。実験で発生した振動の周波数は5.1~5.5 Hzであり、これはほぼ $k=25$ に相当する。

5.3 実験結果の考察 図13の振動発生領域は case 2 の $k=25$ の場合の領域とほぼ一致しており、逆相の振動が発生したものと考えられる。

図13 実験による振動発生点

図14 落下高さとせきBの振幅の関係

図15 せきBの振動波形

図 16 エネルギーの計算例 ($k=25$, $A_F=3 \times 10^{-3}$, $A_R=2 \times 10^{-2}$, $\theta_0=2 \times 10^{-3}$, $\theta_1=4 \times 10^{-3}$, $\varepsilon=1$, 逆相)

図 17 励振エネルギーの計算例
(計算条件は図 16 に同じ)

実際に E_{FR} , E_{RW} , E_{WF} , E_{RWI} を計算したものを図 16 に示す。また式(38)を満足する領域は図 17 の曲線の正の部分である。系に流入する落下高さに依存した励振エネルギーは振動発生領域の中央部付近で最も大きくなる。これは図 14 で、流量が小さい場合には振動発生領域の中央部付近で振幅が最大となる事実を裏付けるものである。しかし、流量が大きい場合には領域の中央部付近では振幅が小さくなる。これは他の要因が関与しているものと考えられる。

6. 結 言

せき構造-流体系に流入する励振エネルギーを算出し、供給側と回収側のスロッシングとせき構造系の振動が連成して発生するスロッシングモードの自励振動の発生機構について検討した。その結果以下のことが明らかになった。

(1) スロッシングモードの自励振動が発生するのは回収側液体のスロッシングがせきを振動させ、せきの振動により供給側液体にスロッシングが発生し、そ

のために生じた振動的ないつ流によって回収側液面にエネルギーが供給されるためである。

(2) 励振エネルギーは、供給側と回収側のスロッシングの位相が逆相のときは流量に強く依存し、同相のときはほとんど依存しない。

(3) 励振エネルギーが最大となるのは振動が発生する落下高さの領域のほぼ中央である。

最後に実験装置の製作と実験に協力いただいた石井達也君（東北大学院）に謝意を表する。

文 献

- (1) 田中, 日本原子力学会誌, 28-1 (昭 61), 54.
- (2) Aita, S., ほか 3 名, *Proc. Flow-Induced Vibration-1986*, ASME PVP, 104(1986), 41.
- (3) Aita, S. and Gibert, R. J., *Proc. Flow-Induced Vibration-1986*, ASME PVP, 104(1986), 51.
- (4) Aita, S., ほか 3 名, *Flow Induced Vibrations* (Proceedings of the 1st International Conference), (1987), 317, BHRA, Springer-Verlag.
- (5) Henderson, F. M., *Open Channel Flow*, (1966), 174, Macmillan Publishing Co., INC.

討 論

〔質問〕 小林 信之

〔石川島播磨重工業(株)技術研究所〕

現象的にももしろい問題であり、興味深く拝見した。以下の点についてお教え願いたい。

(1) 流速が小さいと仮定すれば、式(2)から式(3)を導出することができるが、自由表面で液面変形速度にくらべて流速は十分小さいと言えるのか。

(2) 式(5)により、半径方向の運動を無視しているが、式(24)のようなせきの運動によって半径方向の運動は実際には生じる。この運動は、不安定現象の発

生条件に影響を与えないほど小さいのか。

〔回答〕 (1) 液面変形速度 $v(\eta)$ をテイラー展開すると、

$$v(\eta) = \frac{\partial \phi}{\partial y} \Big|_{y=\eta} = \frac{\partial \phi}{\partial y} \Big|_{y=0} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \Big|_{y=0} \eta + \dots$$

となる。右辺第 2 項は第 1 項の $k\eta$ 倍 (k は波数) 程度だが、本論文中的実験において k は約 100 m^{-1} であり、 η が数 mm のオーダーまでなら液面の境界条件を $y=0$ で議論できる。また、式(2)を $y=0$ において時間 t で微分すると

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + u \frac{\partial u}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial t} + g \frac{\partial \eta}{\partial t} = 0$$

となる。オーダの比較を行うと左辺第2, 3項は第1項の kA 倍 (A は液面変動 η の振幅) 程度である。したがって第2, 3項を無視しう条件は前述と同一で η の振幅が数 mm のオーダということである。これが式(3)を導出するための条件だが、本論文中の実験ではこの条件は満たされている。

(2) せきの振動によって生ずる液体の半径方向流速のオーダは有次元で $\omega \theta_0 h$ [m/s], 半径方向の運動を考慮しないスロッシングによる円周、垂直方向の流速のオーダは ωA [m/s] である。論文中図 16 に用いた数値を使用すると、これらの比, $\theta_0 h/A$ は 0.2 程度となり近似的には無視することができる。しかしご指摘のとおり、より詳細な解析を行う際にはこれも考慮すべきと思われる。

〔質問〕 田中伸和〔電力中央研究所〕

式(45)以下の部分で、供給側スロッシングと回収側

スロッシングが同相の場合と逆相の場合について、不安定条件が検討されているが、せきの振動と各スロッシングの位相関係はどのように仮定されているのか。また、その仮定はどのような物理的な意味があるのか。

〔回答〕 位相関係を三角関数により表示したのでわかりづらくなり申しわけない。逆相の場合は供給側、回収側スロッシングがせきに対しおのおの 90° の位相の遅れ、進みがある。すなわち式(40), (41), (44), (45)において, $\pi \omega t_F = \pi/2$, $\pi \omega t_R = -\pi/2$ である。このときには v_0 の依存性を表す項 V_F, V_R が零となる。同相の場合はせきと供給側、回収側スロッシングとの間の位相のずれはない。すなわち $t_F = t_R = 0$ である。このときには波の伝ば速度 ω/k の依存性を表す項 Ω_F, Ω_R が零となる。