すきま流動起振動に関する研究*
(第5報, 並進・回転2自由度連成系の安定性解析と実験)稲田 文夫*¹, 葉山 眞治*²A Study on Leakage-Flow-Induced Vibrations
(5th Report, Theories and Experiments on the Stabilities of Two Degree-of-freedom Coupled System of Translational and Rotational Motions)

Furnio INADA and Shinji HAYAMA

The stabilities of a rigid, thin plate which can vibrate in coupled modes of translational and rotational motions in a one-dimensional, narrow, tapered passage are studied, and the critical flow rates, natural frequencies and modes at the stability boundaries are determined theoretically and experimentally. The theoretical results agree very well with those obtained from experiments. The types of flutter are also examined theoretically. The divergent-type and flutter-type instabilities can occur, and flutter type is classified into single degree-of-freedom flutter, which can also occur in the case of single degree-of-freedom system, and two degree-of-freedom flutter, which can occur only in the case of two degree-of-freedom system. Single degree-of-freedom flutter hardly occurs when the passage is convergent or when the pivot of rotation is near inlet of the passage, but two degree-of-freedom flutter is apt to occur in either condition.

Key Words: Vibrations, Leakage Flow, Two Degree-of-freedom System, Translational and Rotational Vibrations, Self-excited Vibrations, Stability

1. 序 論

前報では, すきま壁面がすきま内流れと垂直方向に, 並進1自由度振動する場合に作用する流体力⁽¹⁾⁽²⁾, 回転1自由度振動する場合に作用する流体力のモーメント⁽³⁾および並進と回転の2自由度方向に振動する場合に作用する流体力およびそのモーメント⁽⁴⁾を求めた。以上の研究から, 1自由度系の場合にはフラッタタイプおよびダイバージェンスタイプの不安定が発生することがわかっている。また, 並進・回転2自由度連成系の場合には, 1自由度系のフラッタと同じ機構のフラッタと, 並進振動と回転振動が連成することによって生じる, 2自由度系に特有な機構のフラッタが発生する可能性のあることがわかっている。

ところで, 1自由度系の場合には, 付加減衰係数および付加剛性係数の正負を見れば, 流体力が系を不安定化するかどうか分かる。しかし, 2自由度系の場合には, 各流体力係数行列の成分をただただでは, 流体力が系を不安定化するかどうかや, 不安定のタイプがわからない。

そこで, 本報では, テーパーすきま内で並進と回転の2自由度の連成振動ができるように支持された平板の安定性, 固有値, 固有モードおよび不安定のタイプを, 第4報⁽⁴⁾で求めた流体力およびそのモーメントを用いて解析的に調べ, その妥当性を実験により検証した。

主 な 記 号

$\overline{\Delta E}$: 平板の振動1周期あたりに与えられる仕事

f_p, f_r : 並進振動および回転振動の固有振動数

$\overline{H}, H_0$: 定常すきまおよび入口定常すきま

ΔH : 平板の変位

$i = \sqrt{-1}$

I_r : 慣性モーメント比 [式(10)]

L_f, l_f : 平板支点の位置とその無次元位置

L_g, l_g : 平板の重心位置とその無次元位置

l_H : すきまと流路長さの比 [式(10)]

L_k : 板ばね軸間の距離

M_r : 質量比 [式(10)]

P^* : 代表圧力 $= \rho \overline{Q}^2 / H_0^3$

$\overline{Q}$: 片側流路の単位幅当たりの定常流量

q_r : 無次元流量 [式(10)]

Re : レイノルズ数 $= \overline{Q} / \nu$

* 昭和63年10月19日 第66期全国大会講演会において講演, 原稿受付 昭和63年3月17日。

*¹ 正員, (財)電力中央研究所 (〒201 柏江市岩戸北2-11-1)。

*² 正員, 東京大学工学部 (〒113 東京都文京区本郷7-3-1)。

Re_D : 動的レイノルズ数 [式(10)]

$s, \bar{s}$: ラプラス変換パラメータとその無次元パラメータ

$t, \bar{t}$: 時間および無次元時間

$\Delta z, e$: 並進変位およびその無次元振幅

α : テーパ流路の拡大率 $= (\bar{H}(L) - H_0)/H_0$

δ_t, δ_p : 回転方向および並進方向の無次元減衰

[式(10)]

ζ_t, ζ_p : 回転方向および並進方向の減衰比

$\Delta\theta, \theta$: 反時計方向回転角およびその無次元振幅

ν : 動粘度

ρ : 流体の密度

ϕ : 回転振動に対する並進振動の位相の進み角

$\Omega, \bar{\omega}$: 角振動数および無次元角振動数

ω_r : 並進振動と回転振動の固有振動数の比

[式(10)]

Ω_t, Ω_p : 回転振動と並進振動の固有角振動数

2. 解 析

2.1 座標系 図1に示すように、入口、出口間に圧力差 $P_{in} - P_{ex}$ が与えられた全長 L のテーパ流路内で、平板が、並進と回転の2自由度の連成振動ができるようにばね支持されている場合について考える。静止したテーパ流路の対称軸を Y 軸とし、入口を原点とする座標系を $O-YZ$ とする。平板は、単位幅当たりに、 $Y=L_f$ 点で、並進方向には並進ばね定数 K_p 、並進減衰係数 C_p 、回転方向には回転ばね定数 K_t 、回転減衰係数 C_t で支持されているとする。平板の単位幅当たりの質量、および $Y=L_f$ 点まわりの慣性モーメントを、それぞれ M_s および I_s とする。また、平板の平衡位置はテーパ流路の対称軸上、すなわち Y 軸上にあるとする。片側流路のすきまは、流路全長 L に比べて十分に小さく、すきま内の流れに、はく離は生じないとする。このときの平板の安定性を考える。

2.2 基礎式 $Y=L_f$ 点における平板の平衡位置からの変位（並進変位）を Δz 、反時計方向の回転角を $\Delta\theta$ とすると、平板の変位 ΔH は、次式のように表すことができる。

$$\Delta H = \Delta z + (Y - L_f)\Delta\theta \quad \dots\dots\dots(1)$$

このとき、平板の運動方程式は次式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} M_s & M_s(L_g - L_f) \\ M_s(L_g - L_f) & I_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta z'' \\ \Delta\theta'' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_p & 0 \\ 0 & C_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta z' \\ \Delta\theta' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_p & 0 \\ 0 & K_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta z \\ \Delta\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\Delta f \\ 2\Delta m \end{bmatrix}$$

図1 並進・回転2自由度連成系と座標系

$$\begin{bmatrix} C_p & 0 \\ 0 & C_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta z' \\ \Delta\theta' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_p & 0 \\ 0 & K_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta z \\ \Delta\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\Delta f \\ 2\Delta m \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(2)$$

ここで、 Δf 、 Δm は、平板の片側に作用する流体力および $Y=L_f$ 点まわりの反時計方向モーメントで、平板の両側に流路があるので2倍してある。 L_g は、平板の重心位置である。また、' は時間 t に関する微分を表す。

次に、ラプラス変換のパラメータを s とし、

$$\left. \begin{aligned} \Delta z &= \Delta Z \cdot \exp(st) \\ \Delta\theta &= \Delta\theta \cdot \exp(st) \\ \Delta f &= \Delta F \cdot \exp(st) \\ \Delta m &= \Delta M \cdot \exp(st) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(3)$$

とにおいて、式(2)をラプラス変換すると、次のようになる。

$$\begin{bmatrix} M_s & M_s(L_g - L_f) \\ M_s(L_g - L_f) & I_s \end{bmatrix} s^2 \begin{bmatrix} \Delta Z \\ \Delta\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_p & 0 \\ 0 & C_t \end{bmatrix} s \begin{bmatrix} \Delta Z \\ \Delta\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_p & 0 \\ 0 & K_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta Z \\ \Delta\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\Delta F \\ 2\Delta M \end{bmatrix} \quad (4)$$

ここで、片側壁面に作用する非定常流体力と非定常流体力のモーメント ΔF 、 ΔM は、 ΔZ と $\Delta\theta$ を、

$$e = \frac{\Delta Z}{H_0}, \quad \theta = \frac{\Delta\theta}{H_0/L} \quad \dots\dots\dots(5)$$

とにおいて無次元化するとき、第4報⁽⁴⁾において、壁面が角振動数 Ω で、振動している場合について、次の形に求められている。

$$\begin{aligned} \left[\frac{\Delta F/P^* L}{\Delta M/P^* L^2} \right] = & - \left\{ i\Omega t_0 \begin{bmatrix} m_{a11} & m_{a12} \\ m_{a21} & m_{a22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{a11} & c_{a12} \\ c_{a21} & c_{a22} \end{bmatrix} + \frac{1}{1+i\Omega t_0 T} \begin{bmatrix} c_{b11} & c_{b12} \\ c_{b21} & c_{b22} \end{bmatrix} \right\} \\ & \times i\Omega t_0 + \left\{ \begin{bmatrix} k_{a11} & k_{a12} \\ k_{a21} & k_{a22} \end{bmatrix} + \frac{1}{1+i\Omega t_0 T} \begin{bmatrix} k_{b11} & k_{b12} \\ k_{b21} & k_{b22} \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} e \\ \theta \end{bmatrix} \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

これをラプラス変換形にするには, $i\Omega$ を s と書きかえればよい。ここで, m_{aij} , c_{aij} , c_{bij} , k_{aij} , k_{bij} ($i=1,2; j=1,2$) および T は, すきまの拡大率 α , 流路有効圧力損失係数 $\beta (= \bar{\lambda} L / 4H_0; \bar{\lambda}$ は, すきま $\bar{H}$, 流量 $\bar{Q}$ のときの流路摩擦係数で, 層流域では, $\bar{\lambda} = 48/Re^{(5)}$), 入口, 出口の圧力損失係数 ξ_{in} , ξ_{ex} および支点の無次元位置 $l_f (= L_f/L)$ の関数である⁽⁴⁾。また t_0 は, 代表時間で,

$$t_0 = LH_0/\bar{Q} \dots\dots\dots (7)$$

である。

2.3 無次元化された基礎式と特性方程式 まず, 並進振動および回転振動の固有角振動数および減衰比を

$$\Omega_i = \sqrt{K_i/I_s}, \quad \Omega_p = \sqrt{K_p/M_s}, \quad \zeta_i = \frac{C_i}{2\sqrt{I_s K_i}}, \quad \zeta_p = \frac{C_p}{2\sqrt{M_s K_p}} \dots\dots\dots (8)$$

とおく。次に, t および s を無次元化する。

$$\bar{t} = t\Omega_i, \quad \bar{s} = s/\Omega_i \dots\dots\dots (9)$$

さらに次のように無次元パラメータを定義する。

$$\begin{aligned} q_r = \frac{\bar{Q}}{H_0 L \Omega_i}, \quad T_r = T t_0 \Omega_i = \frac{T}{q_r}, \quad Re_D = \frac{H_0 L \Omega_i}{\nu}, \quad \omega_r = \frac{\Omega_p}{\Omega_i} \\ l_f = L_f/L, \quad l_g = L_g/L, \quad l_H = H_0/L, \quad I_r = \frac{I_g}{2\rho L^3/H_0}, \quad M_r = \frac{M_s}{2\rho L^3/H_0}, \quad \delta_i = 2\zeta_i I_r, \quad \delta_p = 2\zeta_p M_r \end{aligned} \dots\dots\dots (10)$$

式(4)に式(6)を代入し, 式(5), (9)の無次元化を行い, さらに式(10)の無次元パラメータを用いると無次元化された基礎式は次のように表される。

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{bmatrix} M_r & M_r(l_g - l_f) \\ M_r(l_g - l_f) & I_r \end{bmatrix} \bar{s}^2 + \begin{bmatrix} \omega_r \delta_p & 0 \\ 0 & \delta_i \end{bmatrix} \bar{s} + \begin{bmatrix} \omega_r^2 M_r & 0 \\ 0 & I_r \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} e \\ \theta \end{bmatrix} \\ = - \left[\bar{s}^2 \begin{bmatrix} m_{a11} & m_{a12} \\ m_{a21} & m_{a22} \end{bmatrix} + \bar{s} q_r \left\{ \begin{bmatrix} c_{a11} & c_{a12} \\ c_{a21} & c_{a22} \end{bmatrix} + \frac{1}{1+\bar{s} T_r} \begin{bmatrix} c_{b11} & c_{b12} \\ c_{b21} & c_{b22} \end{bmatrix} \right\} + q_r^2 \begin{bmatrix} k_{a11} & k_{a12} \\ k_{a21} & k_{a22} \end{bmatrix} \right. \\ \left. + \frac{1}{1+\bar{s} T_r} \begin{bmatrix} k_{b11} & k_{b12} \\ k_{b21} & k_{b22} \end{bmatrix} \right] \begin{bmatrix} e \\ \theta \end{bmatrix} \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

式(11)の両辺に $(1+\bar{s} T_r)$ をかけて, 整理すると次のようになる。

$$\begin{bmatrix} G_0 & G_1 \\ G_2 & G_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (12)$$

$$G_n = A_{n0} \bar{s}^3 + A_{n1} \bar{s}^2 + A_{n2} \bar{s} + A_{n3} \quad (n=0 \sim 3)$$

ここで, 次のようにおいた。

$$\begin{aligned} A_{00} &= T_r(M_r + m_{a11}) \\ A_{01} &= T_r(\omega_r \delta_p + q_r c_{a11}) + M_r + m_{a11} \\ A_{02} &= T_r(\omega_r^2 M_r + q_r^2 k_{a11}) \\ &\quad + \omega_r \delta_p + q_r(c_{a11} + c_{b11}) \\ A_{03} &= \omega_r^2 M_r + q_r^2(k_{a11} + k_{b11}) \\ A_{10} &= T_r\{(l_g - l_f)M_r + m_{a12}\} \\ A_{11} &= T_r q_r c_{a12} + (l_g - l_f)M_r + m_{a12} \\ A_{12} &= T_r q_r^2 k_{a12} + q_r(c_{a12} + c_{b12}) \\ A_{13} &= q_r^2(k_{a12} + k_{b12}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{20} &= T_r\{(l_g - l_f)M_r + m_{a21}\} \\ A_{21} &= T_r q_r c_{a21} + (l_g - l_f)M_r + m_{a21} \\ A_{22} &= T_r q_r^2 k_{a21} + q_r(c_{a21} + c_{b21}) \\ A_{23} &= q_r^2(k_{a21} + k_{b21}) \\ A_{30} &= T_r(I_r + m_{a22}) \\ A_{31} &= T_r(\delta_i + q_r c_{a22}) + I_r + m_{a22} \\ A_{32} &= T_r(I_r + q_r^2 k_{a22}) \\ &\quad + \delta_i + q_r(c_{a22} + c_{b22}) \\ A_{33} &= I_r + q_r^2(k_{a22} + k_{b22}) \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

式(12)より, 特性方程式は,

$$\bar{s}^6 + D_1 \bar{s}^5 + D_2 \bar{s}^4 + D_3 \bar{s}^3 + D_4 \bar{s}^2 + D_5 \bar{s} + D_6 = 0 \dots\dots\dots (14)$$

となる。ここで,

$$\begin{aligned} D_0 &= A_{00} A_{30} - A_{10} A_{20} \\ D_1 &= \{(A_{00} A_{31} + A_{01} A_{30}) \\ &\quad - (A_{10} A_{21} + A_{11} A_{20})\} / D_0 \\ D_2 &= \{(A_{00} A_{32} + A_{01} A_{31} + A_{02} A_{30}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -(A_{10}A_{22} + A_{11}A_{21} + A_{12}A_{20})/D_0 \\
D_3 = & \{(A_{00}A_{33} + A_{01}A_{32} + A_{02}A_{31} \\
& + A_{03}A_{30}) - (A_{10}A_{23} + A_{11}A_{22} \\
& + A_{12}A_{21} + A_{13}A_{20})\}/D_0 \\
D_4 = & \{(A_{01}A_{33} + A_{02}A_{32} + A_{03}A_{31}) \\
& - (A_{11}A_{23} + A_{12}A_{22} + A_{13}A_{21})\}/D_0 \\
D_5 = & \{(A_{02}A_{33} + A_{03}A_{32}) \\
& - (A_{12}A_{23} + A_{13}A_{22})\}/D_0 \\
D_6 = & (A_{03}A_{33} - A_{13}A_{23})/D_0 \dots\dots\dots (15)
\end{aligned}$$

とおいた、最後に式(14)に Hurwitz の方法を適用して安定判別を行う。次に、安定限界流量における式(14)の $\bar{s}$ の根を Newton 法により数値計算し、不安定のタイプがフラッタであるかダイバージェンスであるかを決定する。固有値 $\bar{s}$ の虚数部が零でなければフラッタタイプ、零であればダイバージェンスタイプである。さらに、フラッタタイプである場合には、式(12)より、振動モードを求める。

2・4 フラッタのタイプの分類 図1に示されるような並進・回転2自由度連成系では、1自由度系のフラッタと同じタイプのフラッタのほかに、並進振動と回転振動が連成することによって生じる2自由度系に特有な機構のフラッタも発生しうる。そこで、本節では、安定限界流量において第4報⁽⁴⁾の式(28)と同様に、流体力および構造系の減衰が平板の振動に対してなす仕事を計算することにより、フラッタのタイプを分類する。

今、安定限界流量において考えているので、

$$\bar{s} = i\bar{\omega} \dots\dots\dots (16)$$

とおくと、壁面の変位は、式(3)の Δz , $\Delta \theta$ で実数部のみを取れば、

$$\begin{aligned}
\Delta z/H_0 = z &= |e|\cos(\bar{\omega}\bar{t} + \phi) \\
\Delta \theta/(H_0/L) = \theta &= |\theta|\cos(\bar{\omega}\bar{t}) \dots\dots\dots (17)
\end{aligned}$$

と書ける。ここで、 $||$ は絶対値を、 ϕ は並進振動と回転振動の位相差を表す。

第4報⁽⁴⁾の式(21), (22)で示したように、付加質量係数行列 $[M_a]$, 付加減衰係数行列 $[C_w]$, $[C_e]$, および付加剛性係数行列 $[K_a]$ を定義すると、平板の振動1周期当たりに流体力および構造系の減衰が平板の両側の壁面から供給する仕事は、次のように求まる。

$$\begin{aligned}
\frac{\overline{\Delta E}}{2\rho L^3 H_0 \Omega_i^2} = & -\int_0^{2\pi/\bar{\omega}} \left\{ [z_{\bar{t}}, \theta_{\bar{t}}] [M_a] \begin{bmatrix} Z_{\bar{t}} \bar{t} \\ \theta_{\bar{t}} \bar{t} \end{bmatrix} \right. \\
& \left. + [z_{\bar{t}}, \theta_{\bar{t}}] \left([C_w] q_r + [C_e] q_r + \begin{bmatrix} \omega_r \delta_p & 0 \\ 0 & \delta_t \end{bmatrix} \right) \right\} d\bar{t}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \begin{bmatrix} z_{\bar{t}} \\ \theta_{\bar{t}} \end{bmatrix} + q^2 [z_{\bar{t}}, \theta_{\bar{t}}] [K_a] \begin{bmatrix} z \\ \theta \end{bmatrix} \} d\bar{t} \\
& = \overline{\Delta E}_1 + \overline{\Delta E}_2 = 0 \\
\overline{\Delta E}_1 = & -\pi \bar{\omega} [q_r \{|e|^2(C_{w11} + C_{e11}) \\
& + |\theta|^2(C_{w22} + C_{e22})\} + |e|^2 \omega_r \delta_p + |\theta|^2 \delta_t] \\
\overline{\Delta E}_2 = & -\pi |e| |\theta| [\{\bar{\omega}^2(M_{a12} - M_{a21}) \\
& - q^2(K_{a12} - K_{a21})\} \sin(\phi) \\
& + \bar{\omega} q_r \{(C_{w12} + C_{w21}) + (C_{e12} + C_{e21})\} \cos(\phi)] \\
& \dots\dots\dots (18)
\end{aligned}$$

ここで、添字 $\bar{t}$ は、無次元時間 $\bar{t}$ に関する微分を表す。式(18)は安定限界流量において考えているので、 $\overline{\Delta E}$ は零だが、もし $\overline{\Delta E}$ が正になれば、平板の振動にエネルギーが供給され、フラッタが発生することになる。ここで、 $\overline{\Delta E}_1$ は、平板が1自由度振動していても正になりうる。しかし、 $\overline{\Delta E}_2$ は、平板が1自由度振動しているときは零であるが、平板が並進と回転の2自由度方向にある位相差 ϕ をもって振動しているときには零以外の値をとり、場合によって正になりうる。そこで、 $\overline{\Delta E}_1$ が正の場合は1自由度フラッタの安定限界、 $\overline{\Delta E}_2$ が正の場合には2自由度フラッタの安定限界と呼ぶことにする。

3. 実験

3・1 実験装置 図2に、実験装置のテストセクションの概略図を示す。テストセクションは、内径400 mm 長さ480 mm (約60L) の円筒形タンクの上に、平板が定常状態で鉛直になるように取付けられている。大気中の静止空気 (約20°C, $\rho = 1.2 \text{ kg/m}^3$, $\nu = 1.5 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$) は、テストセクションの上部から吸い込まれてテストセクションのテーパすきま内を下方へ流れ、タンクを介してクリーナにより吸い込まれる。すきま内を流れる空気の流量は、層流流量計により測定する。テーパすきま流路の全長は100 mm、流

図2 実験装置テストセクション概略

路幅は 100 mm である。平板は、板厚 0.8 mm の鉄板で、流量零の状態では、2 枚の流路壁で形成されたテーパ流路の対称軸上に支持される。ここで、片側流路の入口すきまは 1 mm に固定し、流路拡大率 α は、-0.6 から 9 まで変化させる。流路壁の入口部には半径 1.5 mm、平板の入口部には半径 0.4 mm の面取りをとり、空気が滑らかに流入するようにする。平板は、その一部が流路側壁板に切ったスリットから流路の外に出ており、この部分で板ばね（板厚 0.3 mm、幅 5 mm、有効長さ 22 mm のばね鋼）4 枚を用いてばね支持される。支持点の位置 l_f と、並進振動と回転振動の固有振動数 Ω_p , Ω_r は、この 4 枚の板ばねの取付け位置を変化させて調節する。平板の変位は、 $Y=17$ mm および 83 mm ($y=y_1=0.17$, $y=y_2=0.83$) の位置で、渦電流形ギャップセンサ 2 個を用いて測定する。ここで、ターゲットは、板厚 0.5 mm の鉄板で、平板の側面に取付けられている。また、流路側壁板のスリットからの漏れの影響を小さくするために、アクリル製容器により流路側壁板を密封した。

表 1 実験条件

	EXP.1	EXP.2	EXP.3	EXP.4
L_f (mm)	32	50	68	50
L_k (mm)	12	12	12	48.5
M_s (kg/m)	0.91	0.92	0.91	1.03
I_s ($\times 10^{-4}$ kgm ² /m)	9.36	6.37	9.36	6.41
f_p (Hz)	42.2	42.2	42.2	40.0
ζ_p ($\times 10^{-3}$)	5	5	5	5
f_r (Hz)	16.7	20.2	16.7	44.6
ζ_r ($\times 10^{-4}$)	5.8	7.0	5.8	30.0
l_f	0.32	0.5	0.68	0.5
ω_r	2.53	2.09	2.53	0.90
R_{eD}	700	850	700	1850
M_r	0.38	0.38	0.38	0.43
I_r ($\times 10^{-2}$)	3.9	2.7	3.9	2.7
l_H ($\times 10^{-2}$)	1.0	1.0	1.0	1.0
l_g	0.5	0.5	0.5	0.5
δ_p ($\times 10^{-3}$)	4	4	4	4
δ_r ($\times 10^{-5}$)	4.5	3.7	4.5	16.0

(a) EXP.1

(b) EXP.2

(c) EXP.3

(d) EXP.4

図 3 安定限界線図

実験条件は、表1に示した4通りである。EXP. 1～3は、板ばね軸間の距離を一定 ($L_k=12\text{ mm}$) とし、ばねの支点 l_f のみを0.32, 0.5, 0.68と変化させた場合で、 ω_r は2以上の値をとっている ($\Omega_i < \Omega_p$)。また、EXP. 4は、 $l_f=0.5$ とするが、 L_k を48.5 mmに広げ、さらに平板の側面 (流路の外に出た部分) の両側中央におもり (1個8 g, 計16 g) をつけ、 Ω_p を小さくして、 ω_r を1に近づけた場合である。

ここで、 f_p , f_i および ζ_p , ζ_i は次の手順で求めた。まず、片側流路のすきまを広くして28.5 mmとした状態で、EXP. 2, 4の f_i , ζ_i およびEXP. 4の f_p , ζ_p を自由振動波形から求めた。EXP. 1, 3の f_i , ζ_i は、EXP. 2に対して K_i , C_i は変化せず、 I_s のみ変化すると逆算して求めた。EXP. 1～3の f_p , ζ_p は、EXP. 4に対して K_p , C_p は変化せず、 M_s のみ変化すると逆算して求めた。

3.2 実験方法 表1に示した4通りの実験条件について、流路拡大率 α と安定限界流量の関係を求めた。なお、実験は、層流域 ($Re < 1000$) で行った。安

定限界流量は、流量を増加させていったときの、流量と平板の振幅および平均変位の関係から求めた。さらに、フラッタタイプの安定限界流量付近では、平板が流路壁に衝突しない状態 (成長過程あるいは減衰過程) の振動波形から、固有振動数および固有モードを求めた。ここで、フラッタは、平板が振動しており、変位の測定点 ($y=y_1, y_2$) における振幅が、すきまの2%を超えた場合に発生したとみなした。また、ダイバージェンスは、平板の一部が流路壁に定常的に付着した場合に発生したとみなした。

3.3 実験結果と解析結果の比較 図3 (a)～(d) は、EXP. 1～4の安定限界流量の実験結果を解析結果と比較して示したものである。解析では、入口と出口の圧力損失係数をそれぞれ $\xi_{in}=1.0$, $\xi_{ex}=0$ としている。横軸には流路の拡大率 α を、縦軸には無次元流量 q_r とレイノルズ数 Re をとっている。図3で横軸は、 $1+\alpha$ を対数目盛でとっており、1が平行流路、その右側が末広流路、左側が先細流路に対応する。実線、一点鎖線および破線は、それぞれ1自由度フラ

(a) EXP. 1

(b) EXP. 2

(c) EXP. 3

(d) EXP. 4

図4 安定限界流量における固有振動数

ッタ, 2自由度フラッタおよびダイバージェンスの安定限界流量の解析結果である。また, ●○, ▲△, ▼▽印は, フラッタタイプの安定限界流量の実験点, ■□印はダイバージェンスタイプの安定限界流量の実験点で, ●▲▼■および○△▽□印は, 安定限界流量を挟む安定側の点および不安定側の点である。

図3 (a) は, 流路中央よりやや入口よりで支持し, $l_f=0.32$ とした場合である。まず, 解析結果では, α が $-0.72 \sim 5$ で2自由度フラッタが発生し, 先細流路でもフラッタが発生する。特に, α が $-0.7 \sim 0$ では, α の減少とともに安定限界流量が小さくなる。また, $\alpha = -0.7$ 付近では, 急激に安定限界流量が大きくなる。さらに, α が $5 \sim 9$ の末広流路では1自由度フラッタが発生する。次に, 実験結果は, α が 3.5 以下では解析結果とかなりよく一致し, 実験でも2自由度フラッタの発生が確認された。しかし, α が 4.5 以上では, フラッタの発生する領域が, Δ と ∇ の間および $\bigcirc$ より大きい流量の二つの領域にわかれ, 解析結果とは一致しなかった。

図3 (b) は, 流路中央でばね支持し, $l_f=0.5$ とした場合である。まず, 解析結果では, α が 0.5 以上の場合に1自由度フラッタが, α が $-0.1 \sim 0.5$ で q_r が 0.87 以上の場合に, ダイバージェンスが発生することがわかる。次に, 実験結果は, α が 1 以上の場合にフラッタが発生し, その安定限界流量は, 解析結果とよく一致しており, 実験でも1自由度フラッタの発生が確認された。しかし, 実験では, ダイバージェンスは発生しなかった。

図3 (c) は, 流路の中央よりやや下流側でばね支持し, $l_f=0.68$ とした場合である。解析結果では, α が 0.2 以上の末広流路の場合に1自由度フラッタが, α

が $-0.65 \sim 0.2$ の, 主に先細流路の場合にダイバージェンスが発生する。実験結果では, α が 0.1 以上の場合にフラッタが発生し, その安定限界流量は解析結果とよく一致しており, 実験でも1自由度フラッタの発生が確認された。また, α が $-0.6 \sim 0$ では, ダイバージェンスが発生し, その安定限界流量は解析結果よりも大きい, 傾向としては一致している。

図3 (d) は, 流路中央で支持するが, 並進振動と回転振動の固有振動数を近づけ, $\omega_r=0.90$ とした場合である。まず, 解析結果では, α が -0.5 以上で2自由度フラッタが発生し, 先細流路でもフラッタが発生することがわかる。実験結果は, ほぼ解析結果と一致しており, 実験でも2自由度フラッタの発生が確認された。

次に, 図4 (a) ~ (d) に, EXP.1 ~ 4のフラッタタイプの安定限界流量における無次元固有角振動数 $\bar{\omega}$ の実験結果を解析結果と比較して示す。図4で, $\bigcirc$ Δ ∇ 印は, それぞれ図3の●○, ▲△, ▼▽印の流量における $\bar{\omega}$ であることを示す。EXP.2 ~ 4では, $\bar{\omega}$ は約1であり, 回転振動の固有振動数に近い振動数で振動していることがわかる。しかし, EXP.1では, $\bar{\omega}$ は α が $-0.7 \sim 5$ で約 $2.5 \sim 3$ であり, 回転振動の固有振動数よりかなり高い振動数で振動していることがわかる。また, 実験結果と解析結果は, EXP.1の α が 4.5 以上の場合を除いてよく一致する。

図5 (a) ~ (d) は, EXP.1 ~ 4のフラッタタイプの安定限界流量における平板の1周期の振動挙動 (振動モード) の実験結果を示したものである。EXP.2, 3は, 1自由度フラッタが発生した例であるが, ほぼばねの支点を回転支点とした回転1自由度振動であることがわかる。しかし, EXP.1, 4のように, 2自由

図5 安定限界流量における平板の1周期の振動挙動 (振動モード) の実験結果

(a) 並進振幅と回転振幅の比 ($|e|/|\theta|$) (b) 回転振動に対する並進振動の位相の進み角 ϕ

図6 安定限界流量における振動モードの解析結果と実験結果の比較 (EXP.1)

度フラッタが発生した場合には, EXP. 2, 3 と異なり, ばねの支点でもかなり大きな振幅で振動していることがわかる。また, 回転振動に対して, 並進振動の位相は, EXP. 1 で $\alpha=1.5$ のときは約 180° ずれているが, EXP. 1 で $\alpha=-0.5$ のときには約 160° , EXP. 4 で $\alpha=-0.2, 1.5$ のときには, それぞれ約 $80^\circ, 60^\circ$ 進んでいる。

図6(a), (b)は, フラッタタイプの安定限界流量における振動モードの実験結果を解析結果と比較したものの一例で, EXP. 1 の場合について示している。図6中で, $\circ \triangle \nabla$ 印は, それぞれ図3の $\bullet \circ, \blacktriangle \triangle, \blacktriangledown \nabla$ 印の流量における振動モードであることを示す。図6(a)は, 並進振動と回転振動の振幅比 $|e|/|\theta|$ を, 図6(b)は回転振動に対する並進振動の位相の進み角 ϕ を示している。実験結果と解析結果は, α が3.5以下ではよく一致していることがわかる。

4. 結 論

本論文では, 平板が並進と回転の2自由度の連成振動ができるようにばね支持されている場合の, 平板の

安定性, 固有値, 固有モードおよび不安定のタイプを解析的に検討し, 実験によりその妥当性を検証した。安定限界流量, 安定限界流量における固有値, 固有モードの解析結果は, 実験結果とよく一致した。並進・回転2自由度連成系の場合にも, ダイバージェンスタイプの不安定とフラッタタイプの不安定が発生しうることがわかった。しかし, フラッタタイプの不安定では, 1自由度フラッタのほかに, 2自由度フラッタも発生しうることがわかった。また, 1自由度フラッタは, 主に末広流路の場合に発生するが, 2自由度フラッタは, 先細流路の場合や, 回転支点を入口によせた場合など, 1自由度系のときにはフラッタが発生しにくい条件でも, 発生しやすいことがわかった。

文 献

- (1) 稲田・葉山, 機論, 53-488, C (昭62), 933.
- (2) 稲田・葉山, 機論, 53-493, C (昭62), 1926.
- (3) 稲田・葉山, 機論, 54-507, C (昭63), 2565.
- (4) 稲田・葉山, 本論文集の618ページ.
- (5) 下山・山田, 機論, 第3部, 23-125 (昭32), 44.

討 論

〔質問〕 鈴木豊彦 (鳥取大学工学部)

(1) 図3(b), (c)のフラッタでは計算と実験との一致が良いが, 図3(a)では α の大きいところでの両者の不一致が目立ち, また, 安定, 不安定が逆になっている。これは別の不安定領域が存在するのか。

(2) ζ_i, ζ_p の実測値は大気中の値と思われるが, 式(2)中では構造体内部減衰ではないのか。純粋な内部減衰のデータ (たとえば, 真空中で ζ_i, ζ_p を計測し

て)を用いた場合は, 計算と実験との一致はどのようになるかと考えられるか。

〔回答〕 (1) 図3(a)で, $\alpha \geq 4.5$ では, 計算と実験とが一致していないが, この原因はよくわからない。ここで全実験条件を通じて, フラッタが発生する場合, 安定限界流量から不安定側に流量を変化させると, 振幅が非常に大きくなった (平板が壁面に衝突する程度) が, 図3(a)の $\alpha \geq 4.5$ で, $\triangle$ と ∇ ではさまれ

る流量では振幅はすきまの10%程度以下で、あまり大きくならなかった。したがって、この領域の現象を他の領域のフラッタと同一にとらえて良いのかわかも不明である。

(2) ξ_i, ξ_p の値の実測値は、大気中での値であるが、厳密には真空中での値を取る必要がある。しかしこの場合、 ξ_i, ξ_p の値が非常に小さいため、 δ_i, δ_p の値も非常に小さくなるので、計算結果に与える影響は小さいと考えられる。

〔質問〕 田中博喜

〔三菱重工業(株)長崎研究所〕

これだけの複雑な振動現象を理論と実験の両面から明らかにされた貴研究に敬意を表す。わからないところが1箇所あるので質問させていただく。

実験において通路の中央に振動できる板をおいて両側が通路になっているので、計算のうえでは2倍の流

体力として取扱っておられる。通路内では2倍の仮定ができると思うが、出口、入口の圧力は左右の通路の圧力差を保つ板がないので、圧力の緩和現象が起きると思う。微小すきまなので、問題ないと思うが、圧力緩和現象の影響についてご教示願いたい。

〔回答〕 圧力緩和現象の影響がどの程度であるかについてはわからないが、もし影響があるとすれば、入口、出口損失の影響が大きいとき ($\xi_{in}/\beta, \xi_{ex}/\beta$ がある程度以上大きいとき) であると考えられる。本論文では、 $\xi_{in}=1.0, \xi_{ex}=0$ とおいている。また、 β は実験時の最大流量 ($Re=1000$) のとき1.2で、 Re に反比例することを考慮すると、 β は、 ξ_{in} と同程度かそれ以上である。したがって、本論文の実験領域では、圧力緩和現象の影響はあるとしても小さいのではないかと考えている。