たわみ継手を介して駆動される回転体の安定性*

西郷 宗玄*¹, 岩 壺 卓 三*²

Stability of Rotating Body Driven Throuth Flexible Joint

Muneharu SAIGO and Takuzo IWATSUBO

This paper deals with the stability of the rotating body driven through flexible joint due to the transmitted torque. The flexible joint is assumed to have an torque-transmitting direction within the intersecting angle between driving shaft and driven shaft and the restoring moment proportional to the intersecting angle. The transmitted torque induces the instability same as the previous studies on the universal joint system. In the flexible joint system, the torque-transmitting direction has shown to be the important influence on the stability. The moment through joint that may cause instability is also observed experimentally.

Key Words: Vibration of Rotating Body, Transvers Vibration, Flexible Joint, Stability Analysis, Self-Excited Vibration

1. ま え が き

発電プラントなどに代表される定置形の大形回転軸系では軸継手として金属ばね形(ダイアフラム式)や歯車形のたわみ継手がよく用いられるが,特に,最近では金属ばね形が多いようである。ダイアフラム軸継手はその回転変位に対するばね定数が軸に比べて十分小さく作られているので,ロータ軸端にたわみが発生すると,結合されている二軸の間に継手部において無視できない交差角が発生する。この状態でトルクを伝達すると既報^{(1)~(4)}で調べた交差角に起因する横方向のモーメントが発生し系が不安定になることが考えられる。そこで,本報ではダイアフラム継手で連結された剛性ロータと剛な回転体を持つ弾性ロータについてトルクを伝達している場合の回転体の安定性を調べる。さらに,本報では不安定の原因となる連成力を実験的にも観察している。なお,記号で特に記述のないものは既報⁽⁴⁾と同じである。

2. たわみ継手のモデル化

ダイアフラム継手のモデルとしてダイアフラムを弾性円板で置き換えることが考えられるが,この場合は弾性体の曲げ変形とねじり変形を同時に考えることになり解析が複雑になる。軸系の振動現象を扱うにはもう少し巨視的にとらえたほうが簡単な計算で見通しのよい振動特性の把握ができる。そこで,本論文では,継手におけるトルクの伝達方向を仮定し,その方向をパラメータとして安定性を検討する。すなわち,交差する二軸をダイアフラム継手で結合した場合,伝達トルク方向は二軸のなす平面内にあり,かつ二軸の交差角の間に存在するはずであるから,その方向を二軸のなす平面内で測った交差角 α に対して $\varepsilon_1\alpha$ (ε_1 :パラメータ; $0 \leq \varepsilon_1 \leq 1$)であると仮定する。そして交差角に比例する復元モーメント $k\alpha$ (k =一定:回転ばね定数)を導入する。 $\varepsilon_1=0.5, k=0$ が既報⁽³⁾⁽⁴⁾の等速継手の場合である。

3. 運動方程式

3.1 MR4 ロータ 図1(a)にモデルロータおよび座標系を示す。継手を介して伝達されるモーメントと継手部復元モーメントの合モーメント M_2 および

* 昭和63年10月29日 山梨地方講演会において講演,原稿受付 昭和63年5月23日。

*¹ 正員,工業技術院機械技術研究所(〒305 つくば市並木1-2)。

*² 正員,神戸大学工学部(〒657 神戸市灘区六甲台町)。

これらに起因して発生する力 F_2 は X_0, Y_0, Z_0 方向成分で次のように表される。

$$M_2 = T_0 \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \beta + (1 - \varepsilon_1) \beta_1 \\ -\varepsilon_1 \alpha + (\varepsilon_1 - 1) \alpha_1 \\ 1 \end{bmatrix} + k \begin{bmatrix} -(\alpha - \alpha_1) \\ -(\beta - \beta_1) \\ 0 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$l_1 F_2 = T_0 \begin{bmatrix} (1 - 2\varepsilon_1) \alpha_1 + \varepsilon_1 \alpha \\ (1 - 2\varepsilon_1) \beta_1 + \varepsilon_1 \beta \\ 0 \end{bmatrix} + k \begin{bmatrix} \beta - 2\beta_1 \\ 2\alpha_1 - \alpha \\ 0 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (2)$$

(ただし, l_1 は中間軸長さ) $\dots\dots\dots (2)$

負荷トルクについてもその作用方向を表すパラメータ ε_2 を用いて次式のように置く。

$$M_3 = -T_0 \begin{bmatrix} \varepsilon_2 \beta \\ -\varepsilon_2 \alpha \\ 1 \end{bmatrix}_{x_0 y_0 z_0} = -T_0 \begin{bmatrix} (\varepsilon_2 - 1) \beta \\ (1 - \varepsilon_2) \alpha \\ 1 \end{bmatrix}_{x y z} \quad \dots\dots\dots (3)$$

($[\cdot]_{ijk}$ は ijk 成分表示) $\dots\dots\dots (3)$

式(1)~(3)をオイラーの運動方程式に代入し, 既報⁽⁴⁾と同様な過程を経ると次の運動方程式が得られる。

$$\ddot{X} + C\dot{X} + (B_0 + xB'_0 + \tau_0 B_1)X = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$X = [\theta_x \ \theta_y \ \bar{x}_c \ \bar{y}_c]^T$$

$$C = \begin{bmatrix} \zeta & H & 0 & 0 \\ -H & \zeta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \zeta \bar{b}_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \zeta \bar{b}_0 \end{bmatrix}, B_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{b}_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{b}_0 \end{bmatrix}$$

$$B'_0 = \begin{bmatrix} b_2 & 0 & b_3 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 & b_3 \\ \bar{b}_3 & 0 & \bar{b}_1 & 0 \\ 0 & \bar{b}_3 & 0 & \bar{b}_1 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0 & \bar{b}_4 & 0 & b_5 \\ \bar{b}_4 & 0 & -b_5 & 0 \\ 0 & \bar{b}_5 & 0 & \bar{b}_7 \\ -\bar{b}_5 & 0 & -\bar{b}_7 & 0 \end{bmatrix}$$

$$b_0 = 2/(\bar{l}_1^2 + \bar{l}_3^2), b_1 = b_0/\bar{l}_1^2$$

$$b_2 = (1 + \bar{l}_1 + \bar{l}_1^2/2)b_1$$

$$b_3 = -(1 + \bar{l}_1/2)b_1$$

$$b_4 = \varepsilon_2 - \varepsilon_1 + (1 - 2\varepsilon_1)/\bar{l}_1 + (1 - 2\varepsilon_1)/\bar{l}_1^2$$

$$b_5 = (2\varepsilon_1 - 1)/\bar{l}_1^2 + (\varepsilon_1 - 1)/\bar{l}_1$$

$$b_6 = (2\varepsilon_1 - 1 + \varepsilon_1 \bar{l}_1)/\bar{l}_1^2$$

$$b_7 = (1 - 2\varepsilon_1)/\bar{l}_1^2;$$

$$H = (I_p/I_t^2)\nu, \zeta = C(l_1^2 + l_3^2)/(I_t^2 \omega_0)$$

$$\tau_0 = T_0/(I_t^2 \omega_0^2), T = \omega_0 t$$

$$\omega_0^2 = K(l_1^2 + l_3^2)/I_t^2, x = k/(Kl_1^2);$$

$$(\dot{\cdot}) = (\cdot)_{i2}, (\ddot{\cdot}) = d(\cdot)/dT, (\ddot{\cdot}) = (\ddot{\cdot})/l_0$$

ただし, K : 軸受ばね定数, C : 軸受減衰係数, l_0 : ロータ軸端から円板中心までの長さ, l_1, l_3 は円板中心から軸受までの長さである。

式(4)では $\varepsilon_1 \neq 0.5$ の場合に分母に $\bar{l}_1^2$ を含む項が現

れる。 $\bar{l}_1$ は通常 1 に比べて小さい値であるからこれらの項の絶対値はそれ以外の項に比べて大きい。それゆえ, $\varepsilon_1 = 0.5$ の前後で ε_1 の影響は大幅に変化することが予測される。既報⁽⁴⁾では復元力項非対角成分の対称性が系の安定性を支配していることを示した。式(4)の B_1 では, θ_x, θ_y に関する 2 自由度連成項 (の項) は $\varepsilon_1 \neq 0.5$ の場合も $\varepsilon_1 = 0.5$ の場合と同様に逆対称である。 $\bar{x}_c, \bar{y}_c$ に関する 2 自由度連成項 (の項) は $\varepsilon_1 \neq 0.5$ の場合には $\varepsilon_1 = 0.5$ の場合では存在しない逆対称成分が生じている。4 自由度連成項も $\varepsilon_1 = 0.5$ の場合には対角線に関して対称であったが, $\varepsilon_1 \neq 0.5$ の場合には対称性がくずれ一般に対称成分と逆対称成分が生じる。これらより, 不安定境界は $\varepsilon_1 = 0.5$ の場合と $\varepsilon_1 \neq 0.5$ の場合で傾向が異なるものと考えられる。

3.2 SR4 ロータ 考察するモデルロータおよび座標系を図 1 (b) に示す。ロータ軸に作用する駆動トルクと継手復元モーメントに起因したモーメント M_2 および力 F_2 は式(1), (2)で与えられる。負荷側の条件は駆動側の条件と同一でトルクの作用方向が逆になるだけであるので, 負荷トルクと継手復元モーメントに起因したロータ軸に作用するモーメント M_4 および力 F_4 は M_2, F_2 と同様に導ける。これらをオイラーの運動方程式に代入すると次式を得る。ただし, 円板が

①ロータ軸 ②中間軸 ③駆動軸 ④負荷軸 ⑤継手

図 1 モデルロータ [(a)MR4 ロータ, (b)SR4 ロータ, (c)MF4 ロータ, (d)SF4 ロータ]

ロータ軸中央にあり、両方の中間軸長は等しいと仮定している。

$$\ddot{X} + C\dot{X} + (B_0 + xB'_0 + \alpha_0 B_1)X = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

X, C, B_0 は式(4)と同じ。

$$B'_0 = 2 \begin{bmatrix} b_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{b}_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tilde{b}_1 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = 2 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & b_5 \\ 0 & 0 & -b_5 & 0 \\ 0 & \tilde{b}_6 & 0 & 0 \\ -\tilde{b}_6 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

B'_0 は式(4)の B'_0 の対角成分のみを2倍したものであり、 B_1 は式(4)の B_1 の4自由度連成項を2倍したものである。MR4 ロータの場合と同様に $\varepsilon_1 \neq 0.5$ では $\varepsilon_1 = 0.5$ と不安定傾向がかなり異なると考えられる。

3.3 MF4 ロータ ロータモデルおよび座標系を図1(c)に示す。ロータ軸は変位しない回転自由な軸受で支持された弾性軸で、剛な回転体を有している。回転体部分で負荷トルクを受けるものとする。継手中間軸は解析の簡単化のため剛体と仮定する。

ロータ軸端に作用する駆動トルクおよび継手復元モーメントに起因するモーメント M_2 および力 F_2 は式(1), (2)で表される。弾性軸に作用する曲げモーメントは中立軸に垂直な成分であるから、 M_2, F_2 は xyz 成分表示から軸端の傾き方向に回転した座標成分に変換しなければならない。その方向に分解すると F_2 は近似的に式(2)と同じであるが、 M_2 は

$$M_2 = T_0 \begin{bmatrix} (1-\varepsilon_1)(\beta_1-\beta_2) \\ (1-\varepsilon_1)(\alpha_2-\alpha_2) \\ 1 \end{bmatrix} + k \begin{bmatrix} \alpha_1-\alpha_2 \\ \beta_1+\beta_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (6)$$

となる。

次に、軸端に M_2, F_2 を受ける弾性軸において、回転体取付け位置にモーメント M および力 F が作用する場合の回転体取付け位置の変位と傾きを求める。さらに M, F を

$$m_y = (-d^2\theta_x/dt^2 - B\omega d\theta_y/dt)I_t^c l/(EJ) + \alpha_0(1-\varepsilon_2)\theta_y$$

$$m_x = (-d^2\theta_y/dt^2 + B\omega d\theta_x/dt)I_t^c l/(EJ) + \alpha_0(\varepsilon_2-1)\theta_x$$

$$f_x = -d^2x_c/dt^2\{I_t^c l/(EJ)\}/i^2$$

$$f_y = -d^2y_c/dt^2\{I_t^c l/(EJ)\}/i^2$$

ただし、 θ_x, θ_y : $y, -x$ 軸回りの回転角、 x_c, y_c : 回転体重心の x, y 変位の成分、 $f_{x(y)} = F_{x(y)}l/(EJ)$, $m_{x(y)}$

$= M_{x(y)}l/(EJ)$, l : 軸長さ、 EJ : 軸の曲げ剛性、 ω : 軸の回転角速度

と置くと、回転体の傾きと変位に関する運動方程式(7)が得られる。同式中、 K は逆行列の演算を含むので簡単な式では書き表せないが、式(4), (5)の復元力項と同じ形である。同式には傾き振動と並進振動の減衰係数を等しく置いた外部減衰項を付加している。

$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta}_x \\ \ddot{\theta}_y \\ \ddot{x}_c \\ \ddot{y}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \zeta & H & 0 & 0 \\ -H & \zeta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \zeta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \zeta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_x \\ \dot{\theta}_y \\ \dot{x}_c \\ \dot{y}_c \end{bmatrix} + K \begin{bmatrix} \theta_x \\ \theta_y \\ x_c \\ y_c \end{bmatrix} = 0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

上式で K に含まれるトルク T_0 および継手部のばね定数 k は $\alpha_0 = T_0 l/(EJ)$, $x = kl/(EJ)$ で無次元化している。ただし、 $(\ddot{\cdot}) = (\ddot{\cdot})/l$ である。

3.4 SF4 ロータ SF4 ロータの座標系を図1(d)に示す。SF4 の駆動条件は MF4 と全く同一であり、負荷条件も MF4 の駆動条件と同様で対称である。運動方程式は MF4 と同様に導けるので省略する。

4. 安定性の数値計算例と考察

4.1 MR4 ロータ 図2に $H=0, x=0$ のときの不安定境界に及ぼす ε_1 の影響を示す。同図で(U)は不安定領域を、(S)は安定領域を意味する。 $\zeta=0.01$ である(以下各不安定領域図に共通)。前章で考察したように、 $\varepsilon_1 \neq 0.5$ では不安定境界は、 $\varepsilon_1 = 0.5$ に比べてかなり低下しており $\bar{T}_1$ が小さいほどその差が著しい。しかし、 $\varepsilon_1 = 0.5$ の近傍では $\bar{T}_1$ によって不安定境界はそれほど変化していない。これは、この近傍では $\bar{T}_1$ を含まない θ_x, θ_y の2自由度連成項($\varepsilon_2 - \varepsilon_1$)が支配的であるためと考えられる。図3に $H \neq 0$ の場合を $x, \bar{T}_1$ を変えて計算した例を示す。 H (ジャイロモーメント)の影響は $\varepsilon_1 = 0.5$ の場合には ε_2 によって変わるが、 $\varepsilon_1 = 0$ または $\varepsilon_1 = 1$ の場合には ε_2 にはほとんど依存していない。既報⁽⁵⁾において、復元力項非対角成分が逆対称成分を含む場合では H が不安定境界に影響を与えるが、復元力項非対角成分が対称成分のみとなる場合では H が不安定境界に影響を及ぼさないことを明らかにした。このことを式(4)の B_1 で考えると、 $\varepsilon_1 = 0.5$ では逆対称成分は ε_2 を含む項にしか存在しないので不安定境界は ε_2 の影響を強く受ける。 $\varepsilon_1 \neq 0.5$ では逆対称成分がすべての項に存在し、しかも ε_2 を含む項は $1/\bar{T}_1$ を含まないので、 ε_2 の影響が $1/\bar{T}_1$ を含む項の影響に隠れてしまい ε_2 による不安定境界の差が見られなくなると考えられる。逆対称成分が全く存在しなくなる $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0.5$ では H の影響は全くない。継手

のばね定数 x の影響を見ると、ほとんどの不安定境界が x が大きくなるにつれて安定化している。明らかに剛性ロータでは $x \rightarrow \infty$ で振動しなくなるので、その過程として x がそれほど大きくなくても x が大きくなるほど安定化していくものと考えられる。

4.2 SR4 ロータ 図4に $H=0, x=0$ のときの不安定領域に及ぼす ε_1 の影響を示す。MR4 ロータと同様に ε_1 が0.5からずれると急激に不安定化しており、 $\bar{l}_1$ が小さいほどその差が大きくなっている。ただし、図2と異なり図4では $\bar{l}_1 \approx 0.1$ では $\varepsilon_1=0.5$ で最も安定になるのではなく ε_1 が0.5から少しずれた点で最も安定になっている。図5は H の不安定境界に及ぼす影響を示す。 $\varepsilon_1=0.5$ では H は不安定境界に影響を及ぼさないが、 $\varepsilon_1 \neq 0.5$ では H が不安定境界に影響を及ぼす。これは $\varepsilon_1 \neq 0.5$ では4自由度連成項に逆対称成分が現れるためであると考えられる。以上よりMR4 ロータ、SR4 ロータいずれの場合でも、既報で解析した等速継手の $\varepsilon_1=0.5$ の場合は不安定特性が極めて特異な場合であることが明らかとなった。

4.3 MF4 ロータ $H=0, x=0$ の場合の ε_1 に対する不安定領域の例を図6に示す。同図(a)は $\bar{l}_2=0$ の場合、(b)は $\bar{l}_1=\bar{l}_2=0.1$ の場合である。 $\bar{l}_2$ は軸受から継手までの軸のオーバーハングの無次元長さである。実線は駆動側軸受から円板中心までの無次元長さ $\bar{a}$ が0.5の場合、一点鎖線は $\bar{a}$ が0.3の場合である。 $\bar{l}_2=0$ の場合は一つの継手で連結された場合であり定性的な不安定傾向は既報⁽⁴⁾のMR2 ロータに近い。MR2 ロータで考えれば、 $\varepsilon_1=\varepsilon_2=1$ で完全に安定になり、 $\varepsilon_2=0$ では ε_1 が大きいほど不安定である。 $\varepsilon_2=0.5$ では $\varepsilon_1=0.5$ で不安定傾向が逆転する。これらと類似の傾向が図6(a)に見られる。同図(b)では、負荷

トルクの影響がなくなる $\varepsilon_2=1$ の場合には ε_1 がある値でかなり極端なピーク値を持ち、MR4 ロータの図2のような曲線となる。 $\varepsilon_2=0, 0.5$ ではそのようなピークはないが、 $\varepsilon_1 \approx 0.5$ で最も安定になることはMR4 ロータの場合と同じである。(a)、(b)とも $\bar{a}$ の値によって定量的には差が生じるが傾向的にはあまり変わらない。次にジャイロモーメントの影響を含む不安定境界の例を図7, 8に示す。それぞれ $\bar{l}_2=0, \bar{l}_1=\bar{l}_2=0.1$ の場合である ($\bar{a}=0.5$)。各図とも(a)が $\tau_0 H > 0$ の場合、(b)が $\tau_0 H < 0$ の場合である。両図に共通して $\tau_0 H > 0$ では H が不安定境界に影響を持つ場合は不安定化作用を持つ場合が多いが、 $\tau_0 H < 0$ では安定化作用を持つ場合も現れている。この傾向は別報⁽⁶⁾で剛性ロータについて解析しているが、復元力項の非対称性と H の相互作用によるものである。また、 $\varepsilon_2=1$ で H の影響がなくなる場合がある。これは、弾性ロータでは回転体に直接作用する負荷トルクによる曲げモーメントの影響が軸端に作用する駆動トルクよりも強く、負荷トルクによって θ_x, θ_y の2自由度連成項の符号が変わるためである。

4.4 SF4 ロータ 本節での数値計算は、角荷軸側と駆動軸側の中間軸とロータ軸オーバーハング長さが等しい駆動条件と負荷条件が同じ場合についてのみ行っている。前節と同様にまず $H=0$ のときの ε_1 の影響を調べる。図9にその不安定境界の例を示す。同図(a)は $\bar{l}_2=0$ 、(b)は $\bar{l}_1=\bar{l}_2=0.1$ ($K=0$) の場合である。(a)の場合では $\bar{a}=0.5$ や $\varepsilon_1=1.0$ ではトルクの曲げモーメント成分がないので不安定は生じない。(b)は傾向的にはSR4 ロータと似ている。すなわち、 $\varepsilon_1=0.5$ 近くで最も安定化しており、 $\bar{a}=0.5$ では二つの極値が存在する。回転体が中央からずれるに従って不安定化して

図2 MR4の不安定境界 ($H=x=0$)

図4 SR4の不安定境界 ($H=x=0$)

図3 MR4の不安定境界 ($H \neq 0$)

いる。\$H\$ の影響の計算例を図 10 に示す。同図(a)は \$\bar{I}_2=0\$, (b)は \$\bar{I}_1=\bar{I}_2=0.1\$ の場合である。\$H<4\$ の低速域では \$H\$ は SR 4 ロータに似てほとんどの場合不安定化作用を持っている。全体的な不安定傾向は \$\varepsilon_1\$ に関わらずほぼ同じ様な傾向であり、いずれも \$\varepsilon_1=0.5\$ が最も安定である。同図(a)では \$H\$ の影響が \$\bar{a}\$ の値によって定量的にかなり差異が生じている。これは、\$\bar{a}=0.5\$ では 4 自由度連成項のみ存在するが \$\bar{a}=0.3\$ では 2 自由度連成項も生じるためと考えられる。

図 5 SR 4 の不安定境界 (\$H \neq 0\$)

図 7 MF 4 の不安定境界 (\$\bar{I}_2=0, \bar{a}=0.5, \chi=0.1\$)

図 9 SF 4 の不安定境界 (\$H=0\$)

4.5 軸の強度との比較 本報の解析では軸自身に及ぼす伝達トルクの影響を無視しているが、トルクを受ける弾性軸もトルクによって不安定が発生する。この限界トルクは軸端の境界条件によって変わるが、両端が単純支持された軸では、\$\varepsilon_1=0\$ (軸中心線方向トルク) の場合で \$\tau_{0\text{crit}}=6.25\$, \$\varepsilon_1=1\$ (接線方向トルク) の場合で \$\tau_{0\text{crit}}=4.82\$ である⁽⁷⁾。これらの限界トルクは明らかに本報で得られた不安定境界より大きく、本報での不安定解析に軸自体に及ぼすトルクの影響は無視して問題のないことがわかる。一方、現実に設計される回転軸ではこれらの限界トルクまで強度的に耐える材

図 6 MF 4 の不安定境界 (\$H=\chi=0\$)

図 8 MF 4 の不安定境界 (\$\bar{I}_2=0.1, \bar{a}=0.5, \chi=0.1\$)

図 10 SF 4 の不安定境界 (\$H \neq 0\$)

図 11 実験装置概略

料はなく限界トルクは強度的に決まる。今、簡単のために最大せん断応力 τ_{all} で決まるねじりトルクが限界トルクであるとする、この限界トルクは $E=2.1 \times 10^4 \text{ kgf/mm}^2$, $\tau_{all}=35 \text{ kgf/mm}^2$ を用いると、 $\tau_{crit}=(l/d)/150$ となる (d : 軸直径)。安全側に見積っても $l/d=15$ すなわち $\tau_0=0.1$ 程度は実際の設計に用いられる値であると考えられ、図 7, 8 で得られた結果は伝達トルクによる不安定を防止するためパラメータの組合せを十分検討する必要があることを示している。

5. 実 験

本報および前報までに解析した伝達トルクによる不安定化を確認するための実験を行った。実際に不安定を発生させるのは困難であったので、本実験では、不安定には至らないがトルクに起因する連成力が確かに存在することを確認することとどめた。

5.1 実験装置および実験方法 実験装置を図 11 に示す。本報までで解析した継手の種類に関わらず発生するトルクに起因する自励現象は、本質的に軸の回転角速度は関係がない。そこで、継手に十字軸形自在継手を使っているので回転角速度の影響が現れないように軸の回転速度がほぼ零の状態で見えた。図 11 の装置で直流サーボモータ④をごく低速 (1 rpm 程度) に保ち、その状態で電磁ブレーキ⑤をかけ (トルク = $1.4 \text{ kgf}\cdot\text{m}$)、一定トルクを伝達している状態を実現した。この状態で円板の上端を打撃し、この位置と 90° ずれた水平方向位置の振幅を観測した。

5.2 実験結果と考察 実験結果の一例を図 12 に示す。同図は $1.4 \text{ kgf}\cdot\text{m}$ のトルクをかけた回転体が軸端にある場合の結果である。(a) はヨークがほぼ 45° の位置にある時に打撃を与えた場合であり、(b) はヨークがほぼ $0(90^\circ)$ にあるときに打撃を与えた場合である。それぞれ、上側が変位計⑥-1 の出力で、下側が変位計⑥-2 の出力である。同図(a)よりヨークが 45° の位置にある場合は水平軸回りの初期速度による角変位に対して垂直軸回りの角変位が誘起されている。図には示していないが、これと同じ条件でトルクの作用していない場合では(a)の場合よりも大きい水平軸回りの振動に対してでも垂直軸回りの振動が誘起されな

(a) ヨーク角度 45° (b) ヨーク角度 0° 図 12 実験結果 (トルク $1.4 \text{ kgf}\cdot\text{m}$)

い。それゆえ、(a)の連成振動は伝達トルクに起因するものであると考えられる。また、(a)では、垂直軸回りの変位が増加している期間と減少する期間では水平軸回りの振動の減衰の強さが明らかに異なっている。このことは減衰の強い前の期間では、連成効果のため水平軸回りの運動エネルギーが垂直軸回りの運動エネルギーに変換しているが、水平軸回りの振動振幅がある程度まで減少し連成力がなくなるといづれの方の振動も自由減衰をするものと考えられる。このことからトルクによる連成効果が確認できる。同図(b)に示すヨークがほぼ $0(90^\circ)$ の位置にある場合にはトルクをかけていても垂直軸回りの角変位は誘起されていない。これは十字軸継手を介したときのトルクに起因する連成振動がヨーク角度に依存するためである⁽¹⁾。以上より、定性的にはあるが伝達トルクによる連成効果が存在することが確認された。

6. ま と め

トルクの伝達方向をモデル化した一般的なたわみ継手で連結されたロータ軸の伝達トルクによる不安定化作用を解析した結果、以下のことが明らかとなった。

(1) MR 4, SR 4 の運動方程式は、それぞれ式 (4), 式 (5) で表される。MF 4, SF 4 の運動方程式は式 (7) の形で与えられる。

(2) 剛性ロータ、弾性ロータのいずれの場合でもトルクの伝達方向は系の安定性に大きな影響を持つ。

(3) 剛性ロータでは継手におけるトルクの作用方向が交差角の二等分方向からずれると急激に不安定化する。

(4) 弾性ロータモデルでの不安定境界は実際の材料の強度限界よりも十分低くなり得る。

文 献

- (1) 西郷・岩壺, 機論, 49-442, C (昭 58), 921.
- (2) 西郷・岩壺, 機論, 50-455, C (昭 59), 1158.
- (3) 西郷・岩壺, 機論, 51-470, C (昭 60), 2473.
- (4) 西郷・岩壺, 機論, 52-473, C (昭 61), 258.
- (5) 西郷・岩壺, 機論, 52-483, C (昭 61), 2808.
- (6) 西郷・岩壺, 論文講演抜刷, 第 66 期通常総会(1989), 論文 No. 88-0936 A.
- (7) Cohen, R. and Porat, I., *Trans. ASME, J. Dyn. Syst.*, 106 (1984), 70.

討 論

〔質問〕 太 田 博・加 藤 正 義

〔名古屋大学工学部・愛知教育大学〕

(1) 実験には十字形自在継手を用いておられるが, この場合, 本文中でも述べられているように, トルクに起因し, かつヨーク角度に依存するような連成振動が存在すると思われるので, むしろたわみ継手を用いた場合について不安定化力もしくは連成力の存在を示されたほうがよいのではないか.

(2) 実際に不安定を発生させるのが困難であった理由について考えを伺いたい.

〔回答〕 (1) 著者らもたわみ継手を用いること

を検討したが, 市販品では本実験装置には大きすぎる(回転ばね定数が大きく軸系に十分なたわみを与えるのが難しい)と考えて, 軸系がたわみやすいように自在継手を選んだ. 自在継手も小形で比較的減衰力の小さいものは十字軸形しか市販されていないのでこれを使用したものである.

(2) 結局はトルクによる不安定化力が系の減衰力よりも小さかったためと思われる. 手もとにある実験装置は本目的のために十分な容量のものではないので, 今後, 装置を工夫してトルクによる不安定を実験的に示したいと考えている.