弾性ロボットアームのフィードバック位置決め制御*
(先端情報量と根元情報量フィードバック制御の比較)長 南 征 二*¹, 高 橋 和 彦*²Feedback Displacement Control of Flexible Robot Arm
(Comparison Between the Controls Based on the Tip
Information and Base Information Feedbacks)

Seiji CHONAN and Kazuhiko TAKAHASHI

A theoretical study is presented for the closed-loop displacement control of one-link flexible robot arms with a tip mass. The arm is driven by a DC servomotor located at the base of the arm. Both rotational and translational controls of the tip displacement are considered. The governing equation of the arm is solved by applying the method of the Laplace transform with respect to time and the inversion integral is calculated by the numerical inversion method. The displacement control using as the tip information is compared with the control based on the base information feedback. It is found that the control based on the tip information feedback is more effective than the other type of control in sifting the end-point of the arm rapidly to the position commanded. This holds true both for the rotational and the translational controls of the arm.

Key Words: Dynamics of Machinery, Robot, Flexible Arm, Application of Control

1. 緒 言

近年, ロボットアームの運動の高速化や省エネルギー化などの要求に伴い, アームの軽量化が工業上の課題となっている。しかしながら軽量化したアームは剛性が必ずしも充分でないため, 位置決め制御時に弾性によるたわみや振動が発生し, 従来のアームを剛体として制御する方法では対応しきれなくなってくる。アームを弾性体とみなした制御の研究が Book⁽¹⁾によって紹介されて以来, 主にひずみゲージをセンサとして用い, 振動モードの状態フィードバックによって制振する方法^{(2)~(4)}が数多く報告されている。また, アームの先端変位を直接センサで計測し, 先端情報量のフィードバックにより位置決めを行う制御法も取り上げられており, 理論と実験の対比からその有効性も報告されている⁽⁵⁾。このように弾性アームのフィードバック制御においては, そのフィードバック量として根元情報量を使用する方法と先端情報量を使用する方法の二つが現在主に採用されている。この場合常に問題となるのは, いずれの方法がアームの制御に関してより有

効であるかという点であるが, これについてはいまだ明確な結論は得られておらず, 種々の議論がゆう出するところである。この点にかんがみ, 本報は根元を回転, および並進駆動される弾性1リンクアームの変位制御問題を取り上げ, フィードバック量として先端情報と根元情報を用いた場合のアーム先端の変位応答曲線を比較・検討することにより, 上記の問題点の一つの指針を得ることを目的とするものである。

2. 理 論 解 析

2・1 弾性アームの運動方程式 図1(a)は, 回転制御されるロボットアームのモデルを示したものである。ロボットの機構部はモータ, 長さ L の弾性アーム, 先端負荷質量の三つの要素に分けられ, 各要素はモーメント M , セン断力 Q で結ばれている。アームはモータで発生したトルク T により駆動されて回転運動を行う。

さて, 座標原点をモータ軸の中心に置き, アームの長さ方向に沿って x 軸を, これに垂直に y 軸を取る。アームのヤング率を E , 密度を ρ , 内部減衰係数を C , アームの断面積を A , 断面二次モーメントを I とし, さらにアームの y 方向変位を $w(x, t)$ とすれば, オイラーのはり理論によりアームの運動方程式は,

* 平成元年1月25日 第955回講演会において講演, 原稿受付 昭和63年5月11日。

*¹ 正員, 東北大学工学部 (〒980 仙台市荒巻字青葉)。

*² 学生員, 東北大学大学院。

$$E^*I(\partial^4/\partial x^4)w(x, t) + \rho A(\partial^2/\partial t^2)w(x, t) = 0 \quad (1)$$

ただし,

$$E^* = E\{1 + C(\partial/\partial t)\}$$

ここに, アームが幅 B , 厚さ H の長方形断面を有するとすれば, $A = BH$, $I = BH^3/12$ と表される.

一方, 図 1 (b) は並進制御されるロボットアームを示したものである. 回転の場合と同様にロボットの機構部は三つの要素に分けられる. モータのトルクは, 回転-直線運動変換装置 (ラック・ピニオンなど) によって力に変換されアームの根元に加えられる. 回転の場合と同様にアームの y 方向変位を $w(x, t)$ とすると, アームの運動方程式は回転の場合と同じく式 (1) で与えられる.

$t=0$ においてアームは静止しているものとし, 式 (1) を時間に関しラプラス変換すると

$$(\partial^4/\partial x^4)W(x, S) - \xi^4 W(x, S) = 0 \quad (2)$$

ここに,

$$\xi^4 = -\rho AS^2/(\bar{E}^*I), \quad \bar{E}^* = E(1 + CS)$$

式 (2) の一般解は,

$$W(x, S) = \alpha \sin \xi x + \beta \cos \xi x + \gamma \sin h\xi x + \delta \cos h\xi x \quad (3)$$

上式で $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ は未知数を表す.

2.2 境界条件

2.2.1 回転制御・先端情報量フィードバック

図 1 (a) のアームの境界条件について考える. アーム根元の境界条件は, 根元の変位が零であるので,

$$w(0, t) = 0 \quad (4)$$

また, モータシャフトの慣性モーメントを J_m , 粘性係数を ε , モータの発生するトルクを T とすると, モー

メントの釣合いより,

$$J_m(\partial^3/\partial t^2 \partial x)w(0, t) + \varepsilon(\partial^2/\partial t \partial x)w(0, t) = E^*I(\partial^2/\partial x^2)w(0, t) + T \quad (5)$$

次に, アーム先端の境界条件を考える. 先端負荷質量の慣性モーメントを J_p , 質量を M_p とすると, モーメントの釣合いより,

$$J_p(\partial^3/\partial t^2 \partial x)w(L, t) = -E^*I(\partial^2/\partial x^2)w(L, t) \quad (6)$$

また, 力の釣合いより,

$$M_p(\partial^2/\partial t^2)w(L, t) = E^*I(\partial^3/\partial x^3)w(L, t) \quad (7)$$

以下, アーム根元に加えるトルクを制御し, アーム先端を w_d だけ移動させて静止させる問題を考える. フィードバック信号としてアーム先端の目標変位 w_d と現在位置 w との差および先端の速度を使用する. この場合モータの回路方程式は, 回路のインダクタンスを L_a , 回路抵抗を R_a , モータの逆起電力係数を K' , 変位を増幅してモータに負荷するときの位置フィードバックゲインを G_d , 速度を負帰還するときの速度フィードバックゲインを G_v , 電機子電流を i_a とすると,

$$(L_a/R_a)(di_a/dt) + i_a + (K'/R_a) \times (\partial^2/\partial t \partial x)w(0, t) = G_d\{w_d(L, t) - w(L, t)\} - G_v(\partial/\partial t)w(L, t) \quad (8)$$

ところで, モータの発生するトルク T は, トルク定数を K_t とすると次のように表される.

$$T = K_t i_a \quad (9)$$

以下が本問題に対する基礎式であり, 式 (4) ~ (9) をラプラス変換し, 式 (3) を代入して整理すると, 次のような $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ に関する連立代数方程式が得られる.

$$\beta + \delta = 0 \quad (10)$$

$$[a_{ij}][\alpha, \beta, \gamma]^T = [K_t G_d W_d(L, S), 0, 0]^T \quad (11)$$

式 (10), (11) の解を式 (3) に代入すると, 入出力関係式として次式を得る.

$$W(x, S) = \{\Delta \alpha_r \sin \xi x + \Delta \beta_r (\cos \xi x - \cos h\xi x) + \Delta \gamma_r \sin h\xi x\} (K_t G_d / \Delta_r) W_d(L, S) \quad (12)$$

2.2.2 回転運動・根元情報量フィードバック

アームの境界条件は 2.2.1 項の場合と同じである.

ただしこの場合アームの先端変位が,

$$(\text{アーム先端変位}) = (\text{アームの長さ}) \times (\text{アーム根元回転角度})$$

で与えられるとみなし, フィードバック信号としては根元回転角度を使用するためモータの回路方程式は,

$$(L_a/R_a)(di_a/dt) + i_a + (K'/R_a)(\partial^2/\partial t \partial x)w(0, t)$$

図 1 解析モデル

$$= G_d \{w_d(L, t) - L(\partial/\partial x)w(0, t)\} \\ - G_v L(\partial^2/\partial t \partial x)w(0, t) \quad \dots\dots\dots (13)$$

となる。2・2・1項と同様の手順で未知数 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ を決定することができ、式(12)と同様に入出力関係式を得ることができる。

2・2・3 並進運動・先端情報量フィードバック

図1(b)のアームの境界条件について考える。アーム根元の境界条件は、根元での傾きが零であるから、

$$(\partial/\partial x)w(0, t) = 0 \quad \dots\dots\dots (14)$$

また、ラック部分の質量を M_o 、粘性係数を C_s 、ラックとピニオンの間で働く力を P_1, P_2 とすると、力の釣合いより、

$$M_o(\partial^2/\partial t^2)w(0, t) + C_s(\partial/\partial t)w(0, t) \\ = P_1 - P_2 - E^*I(\partial^3/\partial x^3)w(0, t) \quad \dots\dots\dots (15)$$

さらに、ピニオンの慣性モーメントを J_{mj} 、粘性係数を ϵ_j 、半径を r_j 、回転角を θ_j ($j=1, 2$)、モータの発生するトルクを T とすると、モーメントの釣合いより、

$$J_{m1}(\partial^2/\partial t^2)\theta_1 + \epsilon_1(\partial/\partial t)\theta_1 \\ = T - P_1 r_1 \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$J_{m2}(\partial^2/\partial t^2)\theta_2 + \epsilon_2(\partial/\partial t)\theta_2 \\ = P_2 r_2 \quad \dots\dots\dots (17)$$

ところで、回転角 θ_j とアームの根元変位との間には、

$$r_j \theta_j = w(0, t) \quad (j=1, 2) \quad \dots\dots\dots (18)$$

のような関係がある。式(15)へ式(16)～(18)を代入して整理すると、結局根元の境界条件は、

$$M_o(\partial^2/\partial t^2)w(0, t) + C_s(\partial/\partial t)w(0, t) \\ = T r_1^{-1} - \sum_{j=1}^2 \{J_{mj}(\partial^2/\partial t^2)w(0, t) \\ + \epsilon_j(\partial/\partial t)w(0, t)\} r_j^{-2} - E^*I(\partial^3/\partial x^3)w(0, t) \\ \dots\dots\dots (19)$$

次に、アーム先端の境界条件であるが、先端負荷質量まわりのモーメントおよび力の釣合いより、回転制御の場合と同じ式、すなわち式(6)、(7)を得る。さて、この場合のモータの回路方程式は、

$$(L_a/R_a)(di_a/dt) + i_a + (K'/R_a) \\ \times (\partial/\partial t)w(0, t) r_1^{-1} \\ = G_d \{w_d(L, t) - w(L, t)\} \\ - G_v(\partial/\partial t)w(L, t) \quad \dots\dots\dots (20)$$

以上で、本問題に対する基礎式が求まったので、2・2・1項と同様の手順で未知数 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ を決定できる。この場合、連立代数方程式は、

$$\alpha + \gamma = 0 \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$[b_v][\alpha, \beta, \delta]^T \\ = [K_t G_d r_1^{-1} W_d(L, S), 0, 0]^T \quad \dots\dots\dots (22)$$

式(21)、(22)を式(3)に代入すると、入出力関係として次式を得る。

$$W(x, S) = \{\Delta \alpha_t (\sin \xi x - \sinh \xi x) + \Delta \beta_t \cos \xi x \\ + \Delta \delta_t \cos h \xi x\} (K_t G_d r_1^{-1} / \Delta_t) W_d(L, S) \\ \dots\dots\dots (23)$$

2・2・4 並進運動・根元情報量フィードバック

アームの境界条件は2・2・3項の場合と同じである。ただし、フィードバック信号として根元変位を使用し、アームの先端変位が、

$$(\text{アーム先端変位}) = (\text{アーム根元変位})$$

で与えられるとみなすために、モータの回路方程式は、

$$(L_a/R_a)(di_a/dt) + i_a + (K'/R_a) \\ \times (\partial/\partial t)w(0, t) r_1^{-1} \\ = G_d \{w_d(L, t) - w(0, t)\} \\ - G_v(\partial/\partial t)w(0, t) \quad \dots\dots\dots (24)$$

のようになる。2・2・1項と同様の手順で未知数 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ を決定することができ、式(23)と同様に入出力関係式を得ることができる。

3. 数 値 計 算 結 果

弾性アームを含むサーボ系の追従性を検討するために、以下、アームの過渡応答特性を調べてみることにする。このような場合、一般に系のステップ応答が採用されるが、ここでも入力信号として高さが W_d^* のステップ信号を与えてみる。すなわち、

$$W_d(L, S) = W_d^*/S \quad \dots\dots\dots (25)$$

物理的にはこれは、静止しているアームの先端に対し、目標変位 W_d^* をステップ状に指示することを意味する。以下では、式(25)を2章で求めた入出力関係[式(12)、(23)など]へ代入し、それらを数値逆ラプラス変換により計算、アーム先端変位のステップ応答変化を求めることにする。なお、数値逆ラプラス変換法としては、文献(6)の方法を使用する。

次に、計算に用いた各種定数を示す⁽⁵⁾。

$$\begin{aligned} \rho &= 2.650 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 \\ E &= 6.517 \times 10^{10} \text{ Pa} \\ C &= 0.212 \times 10^{-3} \text{ s} \\ B &= 11.950 \times 10^{-3} \text{ m} \\ H &= 2.042 \times 10^{-3} \text{ m} \\ L &= 0.451 \text{ m} \\ M_p &= 45.25 \times 10^{-3} \text{ kg} \\ J_p &= 4.509 \times 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \\ J_m &= 4.900 \times 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \\ \epsilon &= 2.604 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s} \\ K_t &= 6.765 \times 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{m/A} \\ K' &= 1.772 \times 10^{-5} \text{ V} \cdot \text{s/rad} \\ L_a &= 1.800 \times 10^{-3} \text{ H} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_a &= 4.700 \quad \Omega \\
 J_{m1} &= 1.683 \times 10^{-4} \quad \text{kg} \cdot \text{m}^2 \\
 J_{m2} &= 1.642 \times 10^{-4} \quad \text{kg} \cdot \text{m}^2 \\
 \varepsilon_1 &= 2.604 \times 10^{-3} \quad \text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s} \\
 \varepsilon_2 &= 0.000 \quad \text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s} \\
 r_i &= 0.040 \quad \text{m} (i=1, 2) \\
 M_o &= 0.200 \quad \text{kg} \\
 C_s &= 0.000 \quad \text{kg/s}
 \end{aligned}$$

図2, 3はアーム先端変位のステップ応答変化を示したものである。(a)は上記定数のパラメータに対する結果, (b)はアームの長さを $L=0.2\text{ m}$ と短くした場合, (c)はアームの剛性を高めた場合[アームの長さは(a)と同じ]の結果である。(b)や(c)ではアームがほとんど剛体とみなせるために, フィードバック信号が先端情報の場合でも根元情報の場合でも, ほとんど応答に差はみられない。しかし, (a)のようにアーム

の弾性が大きくなり剛体とみなせなくなった状態では, 先端情報を使用した場合は目標値へ早く収束するのに対し, 根元情報を使用した場合は収束までに時間がかかることがわかる。

図4~7は, 位置フィードバックゲイン G_d および速度フィードバックゲイン G_v を変化させた場合の先端変位の時間変化を示したものである。各図中の曲線は, G_d を固定して G_v を変化させた場合の先端変位の変化の様子を示している。また, 各図において上図が先端情報フィードバックの場合, 下図が根元情報フィードバックの場合である。図4, 5がアームの回転制御の場合, 図6, 7がアームの並進制御の場合のものである。図をみると回転, 並進どちらの場合も G_d があまり大きくないときは, G_v を変化させても先端情報フィードバックの場合と根元情報フィードバックの場合とではほとんど差がない。しかしながら, G_d が

(a) $L=0.451\text{ m}$

(b) アームが短い場合($L=0.2\text{ m}$)

(c) 剛性を高めた場合($L=0.451\text{ m}$)

図2 先端変位のステップ応答変化・回転
($G_d=80.0\text{ A/m}$ $G_v=2.0\text{ A}\cdot\text{s/m}$)
曲線1: 先端情報フィードバック
曲線2: 根元情報フィードバック

(a) $L=0.451\text{ m}$

(b) アームが短い場合($L=0.2\text{ m}$)

(c) 剛性を高めた場合($L=0.451\text{ m}$)

図3 先端変位のステップ応答変化・並進
($G_d=25.0\text{ A/m}$ $G_v=0.4\text{ A}\cdot\text{s/m}$)
曲線1: 先端情報フィードバック
曲線2: 根元情報フィードバック

(a) 先端情報フィードバック

(b) 根元情報フィードバック

図 4 先端変位のステップ応答変化：回転
($G_d=20.0$ A/m)曲線 1 : $G_v=1.0$ A·s/m曲線 2 : $G_v=2.0$ A·s/m曲線 3 : $G_v=3.0$ A·s/m

(a) 先端情報フィードバック

(b) 根元情報フィードバック

図 5 先端変位のステップ応答変化：回転
($G_d=80.0$ A/m)曲線 1 : $G_v=1.0$ A·s/m曲線 2 : $G_v=2.0$ A·s/m曲線 3 : $G_v=3.0$ A·s/m

(a) 先端情報フィードバック

(b) 根元情報フィードバック

図 6 先端変位のステップ応答変化：並進
($G_d=15.0$ A/m)曲線 1 : $G_v=0.2$ A·s/m曲線 2 : $G_v=0.4$ A·s/m曲線 3 : $G_v=0.6$ A·s/m

(a) 先端情報フィードバック

(b) 根元情報フィードバック

図 7 先端変位のステップ応答変化：並進
($G_d=25.0$ A/m)曲線 1 : $G_v=0.2$ A·s/m曲線 2 : $G_v=0.4$ A·s/m曲線 3 : $G_v=0.6$ A·s/m

ある程度の大きさになってくると両者間に差が現れるようになり、先端情報フィードバックの場合のほうが根元情報フィードバックの場合よりも早く目標値に達するようになることがわかる。また、この場合に G_v を変化させると、先端情報フィードバックの場合は G_v の増加に伴って目標値への収束がかなり良くなっていくのに対し、根元情報フィードバックの場合は前者の場合ほどは良くなることがわかる。

4. 結 言

先端に可搬重量を有する弾性1リンクアームを取り上げ、アームの回転および並進制御について、アームの先端情報をフィードバック信号として使用する制御法と根元情報を使用する制御法につき、アーム先端変位のステップ応答変化を求め、両制御法の比較検討を行った。

得られた結果を要約すると次のようになる。

(1) 回転制御、並進制御いずれの場合でも、アームが短く剛体とみなせる場合や、与えるフィードバックゲインが大きくない場合は、先端情報をフィードバックする制御法と根元情報をフィードバックする制御法の間にはほとんど変位の収束性に差がみられない。この場合には、従来のアームを剛体として扱う制御法も有効である。しかしながら、アームの弾性が無視できない場合や、フィードバックゲインがある程度大きい場合は、後者の制御法では先端位置の収束が遅く、

前者の制御法のほうが早く目標位置へ収束する。よって、弾性アームの制御問題では、先端情報をフィードバックする制御法がより有効であると言える。

(2) 先端情報をフィードバックしてアームの先端変位を制御する場合、位置および速度のフィードバックゲインの値の組合せ方によって目標位置への収束性が変化する。この場合、弾性アームの回転制御に関してはアームを安定に制御するために、両ゲインに適当な値のあることが田原ら⁽⁵⁾によって明らかにされたが、本報により、アームの並進制御についても同様のことが言えることが明らかとなった。さらに、理論解析と実験との間に良好な対応関係が示された回転制御に関する田原らの結果⁽⁵⁾から類推して、並進制御においても、このゲインの値は、数値計算によるシミュレーションで算定が可能である。

終わりに臨み、本解析におきまして終始懇切なご指導ごべん達を賜りました東北大学猪岡光教授に厚く感謝の意を表します。

文 献

- (1) Book, W. J., ほか2名, *Trans. ASME, J. Dyn. Syst. Meas. Control.*, (1975), 424.
- (2) 土屋・柏瀬・真鍋, 計測と制御, 24-5(昭60)410.
- (3) 福田, 機論, 51-468, C(昭60), 2140.
- (4) 坂和・松野, 計測と制御, 25-1(昭61), 64.
- (5) 田原・長南, 機論, 54-498, C(昭63), 363.
- (6) Weeks, W. T., *J. assoc. Comput. Mach.*, 13-3(1966), 419.