カルマンフィルタによる固体摩擦の推定*
(第3報, 振り子の軸に作用する固体摩擦の推定)

清水 友治*, 猪岡 光*

Estimation of Solid Friction Using Kalman Filter
(3rd Report, Estimation of Solid Friction at a Pendulum Axis)

Tomoharu SHIMIZU and Hikaru INOOKA

In the previous reports, we proposed an extended Kalman filter algorithm for the estimation of solid friction. This paper describes an application of Kalman filtering for measurement of solid friction, which acts at a pendulum axis. The friction device was installed at the pendulum axis. The frictional surfaces at friction device were lubricated by turbine oil or PTFE wax. The change of pendulum angle was measured, then, the relationship between friction and sliding velocity was estimated accurately using the estimation technique. The result shows the effectiveness of this estimation technique.

Key Words: Measurement, Friction, Kalman Filter, State Equation, Experimental Study

1. 緒 言

サーボ系においては, 固体摩擦の影響により位置決め精度の劣化や jerking motion が生じる。特に, これらの現象は固体摩擦の速度特性の負傾斜部分の影響が大きいことが知られている。そこで, 固体摩擦の速度特性を測定することは重要な問題となっている。カルマンフィルタによる推定法は測定系が簡単になる利点があり, 実時間での応用に適している。前報⁽¹⁾⁽²⁾では, カルマンフィルタによる固体摩擦の推定法を提案し, シミュレーション実験により推定法の有効性を確かめた。本報では, 振り子の軸に摩擦付加装置を取付けた実験装置を試作し, 前報で示したカルマンフィルタによる固体摩擦の推定法により, 実際に作用する固体摩擦の速度特性の推定実験を行う。

2. 問題の記述および固体摩擦の推定法

振り子の運動方程式は式(1)で表される。

$$J\ddot{x}_1 + c\dot{x}_1 + mgl \sin x_1 = \pm f \quad \cdots (1)$$

ここで, J は慣性モーメント, c は粘性減衰係数, m

は質量, g は重力加速度, l は重心の回転半径, x_1 は鉛直方向からの角度, f は固体摩擦である。この装置の各パラメータの値を表1に示す。粘性減衰係数 c は後の実験により決定する。

式(1)をシステムノイズ w と観測ノイズ v を考慮したシステムとして次のように表す。

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -mgl/J \sin x_1 - c/J x_2 \pm f/J + w \end{cases} \quad \cdots (2)$$

$$\begin{cases} + : x_2 < 0 \\ - : x_2 > 0 \end{cases}$$

$$y = [1 \ 0]x + v \quad \cdots (3)$$

前報では, 摩擦の速度特性を

$$f = \theta_1 \exp(-\theta_2 x_2) + \theta_3 \quad \cdots (4)$$

として指数関数を用いた摩擦モデルで近似できるもの

表1 実験装置のパラメータ

Parameter	Value	Unit
J	2.041×10^{-2}	kgm^2
m	0.1894	kg
l	0.2312	m
ω	4.585	sec.^{-1}

* 平成元年3月18日 東北支部第24期総会講演会において講演, 原稿受付 昭和63年4月11日。

*1 正員, 東北大学工学部 (〒980 仙台市荒巻字青葉)。

とし、このパラメータを推定し固体摩擦を間接的に推定しようとするパラメータ推定法と、摩擦モデルに関する数を仮定しない直接推定法を提案した。この推定アルゴリズムは次のように構成される。式(2)、(3)のシステムを離散時間で式(5)、(6)で表す。

$$x_{i+1} = \phi_i(x_i) + G_i f_i + w_i \quad (5)$$

$$y_i = C_i x_i + v_i, \quad C = [1 \ 0] \quad (6)$$

パラメータ推定法の場合は固体摩擦 f を式(4)で表し、 $z = [x_1 \ x_2 \ \theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]^T$ とし、直接推定法は f をスカラー変数と考え、 $z = [x_1 \ x_2 \ f]^T$ とした状態変数ベクトルを定義する。 z による拡大システムを考える。

$$z_{i+1} = \phi_i(z_i) + W_i \quad (7)$$

ただし、

$$\phi_i(z_i) = \begin{bmatrix} \phi_i(x_i) \\ \cdots \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_i \\ \cdots \\ 0 \end{bmatrix} f_i$$

$$W_i = \begin{bmatrix} w_i \\ \cdots \\ \bar{w}_i \end{bmatrix}$$

である。

$$y_i = H_i z_i + v_i, \quad H_i = [C_i \ 0] \quad (8)$$

このシステムに、離散時間の拡張カルマンフィルタを適用し、状態変数を推定する。このアルゴリズムを次に示す。

$$\Phi_i = \frac{\partial \phi_i(z)}{\partial z} \Big|_{z=\bar{z}_{i/i}} \quad (9)$$

$$\bar{z}_{i+1/i} = \Phi_i(\bar{z}_{i/i}) + D_i u_i \quad (10)$$

$$\bar{z}_{i/i} = \bar{z}_{i/i-1} + K_i(y_i - H_i \bar{z}_{i/i-1}), \quad \bar{z}_{0/-1} = \bar{z}_0 \quad (11)$$

$$K_i = P_{i/i-1} H_i^T [H_i P_{i/i-1} H_i^T + r_i]^{-1} \quad (12)$$

$$P_{i+1/i} = \Phi_i P_{i/i-1} \Phi_i^T + Q_i, \quad P_{0/-1} = \Sigma_0 \quad (13)$$

$$P_{i/i} = P_{i/i-1} - K_i H_i P_{i/i-1} \quad (14)$$

ここに、 K_i はカルマンゲイン、 $P_{i/i}$ は推定誤差共分散行列、 $P_{i/i-1}$ は予測誤差共分散行列、 r_i は v_i の分散、 Q_i は W_i の共分散行列である。

これらの固体摩擦の推定法を適用することにより固体摩擦を推定できる。第2報で示したように実際の摩擦特性が推定に用いる摩擦モデルに近いほうが推定精度が良くなるので、どのような摩擦モデルが適当か検討してから用いる必要がある。

3. 実験

3.1 実験装置および実験方法 実験装置の軸受部の概略を図1に示す。この軸受は軸の交換が容易なようにすべり軸受となっている。すべり軸受の内側には、摩擦が小さくなるように厚さ0.1mmのテフロン

シートを張付けてある。摩擦装置は軸を両側から摩擦試験片で押付けて摩擦を負荷する機構を採用した。軸の材質はS45C、摩擦試験片は工業用純アルミニウム(A1050 H24)である。摩擦装置は(a)、(b)2種類用意した。摩擦装置(a)の押付け力はA部のひずみゲージにより測定され、上部のボルトにより押付け力を調節できる。摩擦装置(b)はB部のひずみゲージにより摩擦試験片の初期押付け力および軸から受ける接線力を測定できる。振り子の角度は軸に取付けられたポテンシオメータにより測定される。図3に振り子の軸と摩擦試験片の寸法を示す。測定システムの概略を図4に示す。実験手順を次に示す。摩擦装置に試験片を取付け、初期押付け力を加える。振り子に初期変位を与え自由振動させる。このときの摩擦装置に作用する振り子の変位をA/Dコンバータを通してパーソナルコンピュータにより、サンプリング周波数2kHzで2s間測定する。摩擦装置(b)を用いた場合は推定された摩擦と比較するためにひずみゲージにより軸に作用する接線力も同時に測定する。

3.2 実験結果および考察

3.2.1 粘性減衰係数 すべり軸受の摩擦および、空気抵抗による減衰である粘性減衰を見積もるために、摩擦負荷がない場合の減衰振動を調べた。図5に

図1 実験装置の軸受部の概略

図2 摩擦装置概略

この場合の減衰力の直接推定法による推定結果を示す。a-a'で示した部分の速度との関係を示したのが図6である。これより減衰力は速度にほぼ比例しているものとして考えてよく、この傾きを粘性減衰係数 c とする。 c の値としては、推定値の速度が0.5, 1.0, 1.5 (rad/s)のときの増速過程と減速過程の原点からの傾きを求め、これらの平均をとり、 $c=4.8 \times 10^{-2}$ とする。

3・2・2 摩擦モデルと推定法の適用 次に摩擦特性の概要を知るために、直接推定法による推定を行った。この場合、潤滑剤はタービン油(日本石油、タービン32)を用いた。摩擦装置の押付け力は5.9 Nとした。推定結果を図7, 8に示す。この推定法では静摩擦から

図3 振り子の軸と摩擦試験片

図4 測定システム

図5 摩擦負荷のない場合の推定された減衰力

動摩擦への急激な変化に追従できないが、図8の速度特性より、固体摩擦は振り子が動き始めてから減少しその後停止するまでほぼ一定値をとるようになっている。そこで、推定に用いる摩擦モデルとして図9のようなヒステリシスのあるモデルを考えた。

速度増加過程：

$$f = \theta_1 \exp(-\theta_2 x_2) + \theta_3 \dots \dots \dots (4)$$

速度減少過程：

図6 図5 a-a'部の速度と減衰力の関係

図7 タービン油の場合の直接推定による固体摩擦の推定

図8 図7 a-a'部の速度と固体摩擦の関係

$$f = \theta_3 \quad (\text{クーロン摩擦}) \quad \dots\dots\dots (15)$$

固体摩擦の推定にこのモデルを用いるためには、速度増加過程ではパラメータ推定法を用い、速度減少過程では直接推定法を用いるように切り替える必要がある。推定プログラム上の切り替えの操作は次のように行った。例えば、図10のような、自由振動波形が与えられたとき、a-b, c-d間では、パラメータ推定法を用い、b-c, d-e間では、直接推定法を適用し推定を行う。b, cのようにパラメータ推定から直接推定へ切り替えるときは、推定されたパラメータをメモリに記憶

図9 推定に用いた固体摩擦モデル

図10 固体摩擦の推定手順

図11 タービン油の場合の推定された固体摩擦

し、直接推定法の θ_3 の初期値として式(4)にパラメータの値を代入して求めた f の値を用いた。c, eのように直接推定法からパラメータ推定法へ切り替えるときは、前の切り替え点でメモリに記憶したパラメータ値を初期値とした。

3・2・3 固体摩擦の推定結果および考察 今回行った固体摩擦の推定において、カルマンフィルタの推定誤差の共分散行列の初期値 $P_{0,-1}$ 、システムノイズの共分散行列 Q 、観測ノイズの分散 r の値を次のように設定した。 r は $\pi/2(\text{rad})$ の角度を12ビットの精度で測定したときの量子化誤差に相当するものである。

$$P_{0,-1} = \text{diag} [0.01 \ 0.01 \ 0.01 \ 10 \ 0.01]$$

$$Q = \text{diag} [0 \ 10^{-6} \ 1 \ 100 \ 1]$$

$$r = 1.0 \times 10^{-7}$$

ヒステリシスを持った摩擦モデルによる推定例を図11に示す。これは図7とおなじデータを用いた場合である。a-a'間の速度と摩擦の関係を示したのが図12である。図12の推定された速度特性を見ると、振り子が動き始めたときに摩擦は最大となり、そこから減少し、わずかに増加した後ほぼ一定値になっている。

図12 図11 a-a'部の速度と固体摩擦の関係

図13 テフロンスプレィの場合の推定された固体摩擦

図 14 図 13 a-a' の速度と固体摩擦の関係

次に、テフロンスプレイ(日本理化学器機械, フロンワックスB)により潤滑した場合の推定結果を図 13 に示す。このときの推定された速度特性を図 14 に示す。この場合も押付け力は 5.9 N である。テフロンスプレイの場合のほうがタービン油の場合よりも摩擦トルクが小さいが始動時の負こう配があることや、ヒステリシスのある速度特性を示すことなどタービン油の場合と同様な傾向を持つことがわかる。

図 15 は比較のために摩擦装置(b)を用いた場合である。この場合の実験条件は、潤滑油はタービン油で押付け力は 4.9 N である。実線がカルマンフィルタにより推定したもの、点線がひずみゲージにより測定された摩擦トルクである。始動時では両者の差が大きいのはひずみゲージ張付け部の動特性やひずみゲージアンプのローパスフィルタの影響であると思われる。摩擦がほぼ一定になっているところでは、推定値とひずみゲージによる摩擦トルクはほぼ一致しているが、ひずみゲージによる測定では静摩擦から動摩擦への急激な変化を測定することは困難であると思われる。

4. 結 言

前報で提案した固体摩擦の推定法により振り子の軸に作用する固体摩擦の推定例を示した。振り子の角度のみを測定することにより、固体摩擦の速度特性とし

図 15 ひずみゲージにより測定された固体摩擦との比較

て、静摩擦からの負こう配や、Bell⁽³⁾や Ko⁽⁴⁾などが示したようなヒステリシス特性を示すことができた。本推定法の特徴、すなわち、測定系が簡単で、実時間の応用ができる点を利用して、サーボ系に作用する固体摩擦の補償も可能である。

本研究のカルマンフィルタの計算には、東北大学工学部の石原正助教授の有益な助言をいただいた。また、実験結果に対しては東北大学工学部の加藤康司教授と堀切川一男助手に貴重な助言をいただいた。ここに深く感謝する。

文 献

- (1) 清水・猪岡, 機論, 53-496, C (1987), 2608.
- (2) 清水・猪岡, 機論 54-502, C (1988), 1345.
- (3) Bell, R. and Berdekin, M., *Proc. Inst. Mech. Eng.*, 181-8 (1966), 169.
- (4) Ko, P. L. and Brockley, C. A., *Trans. ASME, J. Lubr. Technol.*, 92 (1970), 543.