普遍的方法による回転機危険速度通過時 非定常最大値の定式化*

(第1報, 多変量多項式による近似)

松 浦 克 昌^{*1}

An Universal Method for Formulating Transient Maximum Values of a Rotor Passing Critical Speed (1st Report, Approximation by Multivariate Polynomial)

Katsumasa MATSUURA

A computerized method for systematically formulating nonstationary values such as maximum displacement, critical speed and maximum dynamic load torque, generated when a rotor passes its critical speed is described in this paper. The multivariate polynomial and the least square method are used in this method's formulations. The practical approximate formulae are introduced for a basic rotor model with 3 parameters. Quadratic curves on both or half-sided logarithmic coordinates are used for the approximation formulae. The effective performance of this method in systematically obtaining the highly accurate approximation formula is demonstrated in this paper.

Key Words: Rotating Body, Critical Speed, Vibration, Transient Motion, Least Square Method, Multivariate Polynomial, Dynamic Load Torque

1. 緒 言

回転機の危険速度通過時非定常応答⁽¹⁾は定常応答と異なり解析解が得られず、数値解に頼らざるを得ない点に見通しの悪さがある。図1のごとく両応答値は減衰の小さい場合に大きな差異を生じるから、非定常応答解析は不可欠であるが、特に最大変位などのピーク値は機械の大きさを決めるうえで重要である。したがってピーク値をまとめ、パラメータとの関係を見通しよく定式化し、近似式を得る研究が多く報告されている^{(2)~(11)}。

これらの研究に対する問題はパラメータの数が少なく、精々二つまでの近似式にとどまっていることおよび近似式誘導の方法が必ずしも明確、普遍的でなく、適用範囲の拡張や変更、高精度化、さらにはパラメータの多い複雑な系での近似式誘導などのニーズに対応できない点にある。著者も3パラメータ系の最大動的負荷トルク評価値(近似式)を導出したが^{(12)~(15)}、2パラメータ系の最大変位近似式⁽⁶⁾を繰り込んだもので、精度、適用範囲を変更する場合に問題があった。

本研究はこれらの問題点にかんがみて、近似式誘導のはん用的方法を検討したものである。まず近似式の形を多変量多項式で統一的に与え、最小二乗法により高精度近似式を得る。この方法は適用範囲内の全データを用いて定式化するため、広範囲のデータに対してその発生誤差は最小にして全体としてバランスの取れたものになる。適用範囲を変更、拘束条件を与えても近似式が系統的に求まる。パラメータ数増加に対して同じ手法で定式化できる。デメリットは近似式が複雑になることであるが、パーソナルコンピュータ時代の今日では数式が整っている事はメリットであり、複雑さの問題は小さい。

3パラメータの不釣合いロータ基本系に本方式を適

図1 非定常応答と定常応答(変位)の比較

* 平成元年4月4日 第66期通常総会講演会において講演、原稿受付 昭和63年7月13日。

^{*1} 正員、(株)日立製作所機械研究所 (〒300 土浦市神立町502)。

用し、有用の知見、近似式が得られたので報告する。

2. 普遍的方法による非定常最大値の定式化

ここではまず、ロータ危険速度通過時非定常値を数値実験で収集するための3パラメータ運動方程式を導く。次に非定常最大値を定式化するための近似式の形を多変量多項式で与え、最小二乗法を用いた近似式導出の普遍的手法を示す。3, 4章ではデータ収集の方法や近似式の次数を検討し、本普遍的手法を適用して、実用近似式を導く。

2.1 運動方程式と数値計算法 回転不釣合いを除く機械重心が軸心と一致し、二次元平面内を運動する軸対称ロータ系を考える。軸心変位を x, y とし、軸心に作用する復原、減衰係数を x, y 方向で等しく、 k, c とする。ロータ本体質量を M 、軸まわり極慣性モーメントを I_B とし、 m, e, η は不釣合いの質量、回転半径、回転角とすると運動エネルギー T 、位置エネルギー U 、消散エネルギー D^* は式(1)のごとくなる。

$$\left. \begin{aligned} T &= \frac{1}{2} M(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{1}{2} I_B \dot{\eta}^2 + \frac{1}{2} m(\dot{X}^2 + \dot{Y}^2) \\ X &= x + e \cos \eta, \quad Y = y + e \sin \eta \\ U &= \frac{1}{2} k(x^2 + y^2), \quad D^* = \frac{1}{2} c(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial (T - U)}{\partial q} + \frac{\partial D^*}{\partial \dot{q}} = Q_q \quad (2)$$

式(2)ラグランジェの式で、外力 $Q_{x,y}=0, Q_\eta=T_c$ (駆動トルク) とすると運動方程式は次のごとくなる。

$$\left. \begin{aligned} (M+m)\ddot{z} + c\dot{z} + kz &= me(\ddot{\eta}^2 - j^* \ddot{\eta}) e^{j^* \eta} \\ (I_B + me^2)\ddot{\eta} &= T_c - (j^*/2)me(\ddot{z}e^{j^* \eta} - \ddot{z}e^{-j^* \eta}) \\ z &= x + j^* y, \quad \bar{z} = x - j^* y, \quad j^* = \sqrt{-1} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ここで、 $\omega_n = \sqrt{k/(M+m)}$, $\zeta = c/2\sqrt{(M+m)k}$, $q = f_n^2/h$, $e_c = me/(M+m)$, $h = T_c/\{2\pi(I_B + me^2)\}$, $f_n = \omega_n/2\pi$, $\mu = (me^2/I_B + me^2)(m/M+m)$, $R = z/e_c$, $\tau = \omega_n t$ (4)

と置くと無次元時間 τ に関する運動方程式式(5)を得る。

$$\left. \begin{aligned} \ddot{R} + 2\zeta\dot{R} + R &= (\ddot{\eta}^2 - j^* \ddot{\eta}) e^{j^* \eta} \\ \ddot{\eta} &= (1/2\pi q) - (j^*/2)\mu(\ddot{R}e^{j^* \eta} - \ddot{R}e^{-j^* \eta}) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

初期値は共振前の定常値でも良いが、ここでは変位、速度とも零とし、ルンゲ・クッタ・ギル法で数値解析した。

2.2 近似式の形 計算データは系の減衰比 ζ 、加速係数 q 、アンバランス定数 μ の3定数であり、応答はこの3定数で決まる。

最大変位などの近似式の形は基本的にはこれらの定数の多項式近似とするが、できるだけ簡単な低次近似式とするため、被近似値 $\rho_{\max}$ は対数値をとり、3定数の各関数の積として、近似式を次のごとく与える。

$$\log(\rho_{\max}) = f(\zeta) \cdot g(\mu) \cdot h(q) \quad (6)$$

系の減衰比 ζ 、アンバランス定数 μ は零を含む定数のため、関数 $f(\zeta), g(\mu)$ は横軸等間隔目盛の半対数座標上で多項式曲線となる様近似式を与える。

$$f(\zeta) = \sum_{i=1}^I a_i \zeta^{i-1}, \quad g(\mu) = \sum_{j=1}^J b_j \mu^{j-1} \quad (7)$$

加速係数 q は零を含まず常に正数、変化量も大きい、ため、両対数座標軸上で多項式曲線近似する。

$$h(q) = \sum_{k=1}^{K^*} c_k (\log q)^{k-1} \quad (8)$$

式(7), (8)を式(6)に代入して、近似式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \log(\rho_{\max}) &= \sum_{l=1}^L \tilde{X}_l \cdot D(l) = \sum_{k=1}^{K^*} \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I X_{kji} \cdot D(l) \\ l &= i + I(j-1) + IJ(k-1) \\ \tilde{X}_l &= a_i b_j c_k = X_{kji} \\ D(l) &= \zeta^{i-1} \cdot \mu^{j-1} \cdot (\log q)^{k-1} \\ L &= I \cdot J \cdot K^* \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

係数 $\tilde{X}_l (l=1 \sim L)$ を最小二乗法で求める。ただし、 $\lim_{x \rightarrow 0} x^0 = 1.0$ (10)

2.3 最小二乗法による近似式の誘導 式(5)の数値解析より得られる数値実験データ $\rho_{\max}$ の対数値にデータ番号を添えて Y_n と書く。

$$Y_n = \{\log(\rho_{\max})\}_n \quad (11)$$

数値実験値 Y_n と式(9)第1式右辺近似値との差の二乗総和を Ω とし、データ総数を N とすると、

$$\Omega = \sum_{n=1}^N \left[Y_n - \left\{ \sum_{l=1}^L \tilde{X}_l \cdot D_n(l) \right\} \right]^2 \quad (12)$$

となる。 Ω を最小とする係数 $\tilde{X}_l$ は

$$\partial \Omega / \partial \tilde{X}_l = 0 \quad (\lambda = 1 \sim L)$$

図2 最大変位の対数値と減衰比の関係

$$\therefore \sum_{n=1}^N \left\{ Y_n - \sum_{l=1}^L D_n(l) \cdot \dot{X}_l \right\} D_n(\lambda) = 0 \quad \cdots (13)$$

となる。式(13)は次のごとく書き直される。

$$A_n(\lambda, l) = D_n(\lambda) \cdot D_n(l) \quad \cdots (14)$$

$$\sum_{l=1}^L \left[\left\{ \sum_{n=1}^N A_n(\lambda, l) \right\} \dot{X}_l \right] = \sum_{n=1}^N \{ Y_n \cdot D_n(\lambda) \} \quad \cdots (15)$$

ここで、 $\lambda=1 \sim L$ 、式(15)の L 元一次方程式を解いて得る $\dot{X}_l$ を式(9)に代入して $\rho_{\max}$ 近似式を得る。

3. 理想駆動源の最大変位近似式

式(5)で $\mu=0$ は動的負荷を生じない。無負荷状態を示すが、これを特に理想駆動源の状態と言う。従来の最大変位近似式はすべてこの状態で得られている^{(2)~(9)}。

図2は $\mu=0$ 時の最大変位数値実験値 $\rho_{\max}$ と減衰比 ζ の関係を加速係数 q をパラメータとして示す。縦軸は対数目盛で与えており、最大変位と減衰比は半対数グラフ上で二次曲線近似できる。また、減衰比 ζ をパラメータとして、最大変位と加速係数 q の関係は両対数グラフ上で二次曲線近似できる。ただし $\zeta=0$ ではこの関係は直線状になる。この場合、近似式は式(9)で ζ , $(\log q)$ に関して $I=3, K^*=3, \mu$ に関しては $\mu=0, J=1, \lim_{\mu \rightarrow 0} \mu^0=1$ となる。

計算データとして $q=2^n (n=-1 \sim 8)$ の10点, $\zeta=0.02(n-1), (n=1 \sim 11)$ の11点, 合計110個の最大

変位数値実験値を用いた近似式が得られている。

$$\begin{aligned} \rho_{\max} = & 10^A, \quad A = (0.65 - 1.57\zeta + 1.14\zeta^2) \\ & + (\log q)(0.44 - 2.42\zeta + 2.59\zeta^2) \\ & + (\log q)^2(-0.01 - 1.10\zeta + 5.41\zeta^2) \\ & 0.5 \leq q \leq 256, \quad 0 \leq \zeta \leq 0.2 \quad \cdots (16) \end{aligned}$$

図3は数値実験値☆印と式(16)の近似式(点線)の比較を示す。図3の1列めは最大変位 $\rho_{\max}$ と減衰比 ζ の関係を示す。2列めは近似式の誤差を示す。3列めは最大変位と加速係数 q の関係を両対数グラフで示す。図3より、式(16)の最大変位近似式は加速係数 q , 減衰比 ζ の広い範囲で良い近似を示す。

ところで、山田・津村の最大変位近似式⁽⁶⁾は

$$\begin{aligned} \rho_{\max} = & 3.78 \sqrt{q} e^{-a}, \quad a = 1.16 q^{0.379} (2\zeta)^{0.7} \\ & 10 < q < 100, \quad 0 < \zeta < 0.1 \quad \cdots (17) \end{aligned}$$

と与えられている。この近似式導出方法の詳細は不明であるため、適用範囲内では比較的良好な近似を示すが適用外への拡張、精度の改善は難しい。

今回導出した式(16)は適用範囲の広いことが特長であり、近似精度も10%程度に納まっている。広範囲をカバーする近似式のニーズの一方で、より高精度のニーズもある。4・7節で述べるごとくこれは適用範囲を小さくするほど効果がある。結局、近似式を新しく導出するニーズは常に存在し、本研究は有効と言える。

次に最大変位が生じる回転速度すなわち危険速度近似式も式(16)と同じ形、同じ適用範囲で

$$\begin{aligned} P = & 10^B, \quad B = (0.28 - 1.5\zeta + 0.19\zeta^2) \\ & + (\log q)(-0.22 - 0.24\zeta + 0.68\zeta^2) \\ & + (\log q)^2(0.05 + 0.08\zeta - 0.09\zeta^2) \quad \cdots (18) \end{aligned}$$

図4はこの近似式と数値実験値との比較を示すもので、誤差はたかだか3%程度である。

図3 式(16)の新最大変位近似式とその近似精度

図4 式(18)危険速度近似式と数値実験値の比較

4. 最大動的負荷トルク評価値の高精度化

4・1 高精度評価値の導出方法 式(5)第2式の駆動系の運動方程式は、

$$2\pi q \ddot{\eta} = 1.0 - R \cdot T_{DL} \quad \dots\dots\dots (19)$$

$$\left. \begin{aligned} R \cdot T_{DL} &= 2\pi \mu q \cdot R_D \\ R_D &= (j^*/2)(\ddot{R}e^{j^*\eta} - \ddot{R}e^{-j^*\eta}) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (20)$$

と書きかえられる。 $R \cdot T_{DL}$ は駆動トルクを1.0としたときの動的負荷トルク(比)であり、 R_D は動的負荷トルクに対応する変位である。 R_D が最大するとき $R \cdot T_{DL}$ も最大となる。したがって数値実験により最大の $(R_D)_{\max}$ 値を収集し、 $(R_D)_{\max}$ の高精度近似式 $\rho_{D\max}$ を導出すれば、これに $2\pi \mu q$ を掛けて $(R \cdot T_{DL})_{\max}$ の高精度評価値 K を得る。

$$K = 2\pi \mu q \cdot \rho_{D\max} \quad \dots\dots\dots (21)$$

K は系に生じる動的負荷トルクの最大値を駆動トルクで正規化した評価値であり、モータのゆとり B は
 $B = (1 - K) \times 100\% \quad \dots\dots\dots (22)$
 と予測することができる。 $K > 1.0$ では危険速度を通過できないことを示す。

なお、従来の評価値 $\bar{K}$ は

$$\bar{K} = 2\pi \mu q \cdot \rho_{\max} \quad \dots\dots\dots (23)$$

$\rho_{\max}$ は式(17)の山田・津村の理想駆動源最大変位近似式を用いていた。この $\rho_{\max}$ は $\mu=0$ のときの無負荷時最大変位に相当し、有負荷時にもオーダ的に成り立つ

として繰り込んだ結果である。もう少し詳しく説明すると式(20)の定常応答変位 R は

$$R = R_0 e^{j^*\eta} = \rho e^{j^*(\eta - \varphi)}, \quad \eta = p\tau \quad \dots\dots\dots (24)$$

と与えられる。これより R_D は

$$R_D = -p^2 \text{Im}(R_0) = \rho p^2 \sin \varphi \quad \dots\dots\dots (25)$$

Im は虚数部を示す。危険速度通過領域では非定常の場合も $p^2 \sin \varphi$ の値は1.0に近いと考えられるから、 $R_{D\max} \approx \rho_{\max}$ と置ける⁽¹³⁾。有負荷時でも負荷の小さい場合は無負荷時 $\rho_{\max}$ と大きな差が生じないが、危険速度通過限界ではかなりこの振幅より大きくなり誤差の原因になる。

高精度評価値を導くに先立って、参考のため式(23)の従来評価値 $\bar{K}$ とその数値実験値 $(R \cdot T_{DL})_{\max}$ との関係を図5に示す。図5中の対角線が両者の一致を示す。加速係数 $q=2 \sim 32$ では対角線からのデータのばらつきは比較的小さく、評価値 $\bar{K}$ は実用レベルの精度と言える。 $q=0.5, 64$ の両端ではばらつきがかなり大きくなっている。 $\rho_{\max}$ として式(16)を使用しても同程度のばらつきとなるが、 $q=0.5, 64$ では多少改善される。

4・2 数値実験データの収集 数値実験の計算データは加速係数 $q=2^N$ 、 $N=-1 \sim 8$ の10点、減衰比 $\xi=0 \sim 0.2$ の0.02間隔の11点とした。アンバランス定数 μ に関しては計算の限界が明確に与えられないため、 μ の代わりに式(23)の従来評価値 $\bar{K}$ で与え、 μ は $\bar{K}, q, J$ を用いて次のごとく求める。

$$\mu = \bar{K} / (2\pi q \cdot \rho_{\max}) \quad \dots\dots\dots (26)$$

この場合、計算データ $\bar{K}$ の範囲は

$$0 \leq \bar{K} \leq 1.0 \quad \dots\dots\dots (27)$$

とした。ただし、 $\bar{K} \approx 1.0$ は近似的な危険速度通過の限界であり、正確な限界は数値実験値 $(R \cdot T_{DL})_{\max}$ が1.0を超えるときである。 $(R \cdot T_{DL})_{\max} = 1.0$ の限界精度をあげるため、計算データ $\bar{K}$ は最初0.1間隔とし、限界を超えると $\bar{K} = \bar{K} - 0.1$ とし、きざみ幅を小さくして、 $(R \cdot T_{DL})_{\max} > 1.0$ まで計算し、計算を打ち切った。ただし、減衰の大きい場合、 $\bar{K}$ が1.0を大きく超えても $(R \cdot T_{DL})_{\max}$ が1.0に達しない場合もあるので $\bar{K} = 1.0$ でも計算を打ち切った。

危険速度を通過したかどうかの判定も問題である。

3パラメータの場合、1000～2000ケースの数値解析が必要で、これを連続自動計算するためには各ケースごとの計算終了に万全を期す必要がある。計算終了は回転速度 f_p と時間 t_{end} の両方で行った。この f_p は理想駆動源の危険速度 P [式(18)]の1.2倍とした。

動的負荷トルクの作用する $\mu \neq 0$ の系では共振を通

図5 従来評価値 $\bar{K}$ と $(R \cdot T_{DL})_{\max}$ 数値実験値の関係

過で、回転速度が上昇しない場合もあるので、 τ_{end} による計算の打切りは必要である。 τ_{end} は理想源状態で $f_p = 1.2P$ に達する時間とし、次のごとく与えた⁽¹⁴⁾。

$$\tau_{\text{end}} = 2\pi f_p q \quad \dots\dots\dots (28)$$

ところで、アンバランス定数 μ の限界は式(26)より $\bar{K} = 1.0$, $\zeta = 0$, $q = 0.5$ のとき $\mu = 0.13$ となる。また $q = 256$ のとき $\mu = 0.9 \times 10^{-5}$ と μ の値がオーダー的に大きな範囲で変化する。これは近似式を得るのに不都合である。 μ の代わりに定数 α を

$$\alpha = 2\pi\mu q \quad \dots\dots\dots (29)$$

と定義し、3パラメータ ζ, α, q で近似式を導く。

4.3 近似式の形 式(9)を参照して、最大動荷重トルク $(R \cdot T_{DL})_{\text{max}}$ に対応する変位 $R_{D\text{max}}$ の近似値 $\rho_{D\text{max}}$ は

$$\rho_{D\text{max}} = 10^A, \quad A = \left\{ \sum_{l=1}^L X_l \cdot D(l) \right\} \quad \dots\dots\dots (30)$$

$$\left. \begin{aligned} l &= i + I(j-1) + IJ(k-1) \\ L &= I \cdot J \cdot K^* = 3^3, \quad I = J = K^* = 3 \\ D(l) &= \zeta^{i-1} \cdot \alpha^{j-1} \cdot (\log q)^{k-1} \end{aligned} \right\}$$

この式は $\zeta, \alpha, \log q$ の二次式の積として縦軸対数座標上で曲線近似される。

この $\rho_{D\text{max}}$ を用いて新しい高精度評価値 K は

$$K = 2\pi\mu q \cdot \rho_{D\text{max}} = \alpha \cdot \rho_{D\text{max}} \quad \dots\dots\dots (31)$$

と与えられる。

図6 $(R \cdot T_{DL})_{\text{max}}$ 新評価値の精度

4.4 最大動荷重トルクの新高精度評価値

1518 個の $R_{D\text{max}}$ 数値実験値より得た近似式は

$$\rho_{D\text{max}} \approx 10^A, \quad A = \{(0.417 - 0.122\zeta - 0.698\zeta^2) + (0.267 - 0.759\zeta + 8.47\zeta^2)\alpha + (1.46 - 16.4\zeta + 23.7\zeta^2)\alpha^2\} \\ + (\log q)\{(0.618 - 3.31\zeta + 4.88\zeta^2) + (0.931 + 0.332\zeta - 35.6\zeta^2)\alpha + (0.823 - 46.1\zeta + 217.5\zeta^2)\alpha^2\} \\ + (\log q)^2\{(-0.031 - 1.36\zeta + 6.82\zeta^2) + (-0.502 + 1.98\zeta + 1.69\zeta^2)\alpha + (-1.64 + 32.0\zeta - 118.5\zeta^2)\alpha^2\} \quad \dots\dots\dots (32)$$

図6は式(32)を式(31)に代入し、得られた新評価値 K と最大動荷重トルク比数値実験値 $(R \cdot T_{DL})_{\text{max}}$ の関係を示す。対角線は

$$(R \cdot T_{DL})_{\text{max}} = K \quad \dots\dots\dots (33)$$

を示す。減衰比 ζ , 加速係数 q が変化しても数値実験値の各点是对角線上に精度よく乗っており、図5の従来評価値に比べ、大幅に評価値 K の精度が向上し、適用範囲も大きいことがわかる。

4.5 任意動荷重トルクが作用する場合の最大変位近似式 加速係数 $q = 0.5 \sim 128$, 減衰比率 $\zeta = 0 \sim 0.14$, 評価値 $\bar{K} = 0 \sim 1.0$ の計算データで計算した 1012 個の最大変位 R_{max} の近似式 ρ_{max} は

$$\rho_{\text{max}} \approx 10^X, \quad X = \{(0.639 - 1.30\zeta + 0.036\zeta^2) + (0.464 - 4.81\zeta + 14.2\zeta^2)\alpha + (\log q)\{(0.472 - 2.55\zeta + 1.19\zeta^2) + (0.657 - 10.6\zeta + 46.5\zeta^2)\alpha + (\log q)^2\{(0.003 - 2.38\zeta + 15.6\zeta^2)\alpha\} \}$$

図7 任意動荷重トルクの作用する系での最大変位近似式(34)とその数値実験値の比較

図 8 無減衰時における危険速度通過の限界条件

$$+ (0.098 - 0.081\zeta - 12.7\zeta^2)\alpha \dots\dots\dots (34)$$

図 7 はこの近似式 (点線) と数値実験値 $R_{\max}$ の比較を示す。横軸は $\alpha = 2\pi\mu q$ をとり、4 種類の加速係数 q について図示した。減衰比は $\zeta = 0, 0.04, 0.12$ の場合を併記した。

この近似式は図 7 から明らかなように、直線になっている。すなわち、式 (30) で j の値は 2 までとし、 $j = 3$ の α^2 の係数がすべて零になる様拘束条件を与えて導かれている。図 7 より式 (34) は良い近似式と言える。

4.6 無負荷、無減衰時最大変位近似式の考察

式 (34) で $\alpha = 0, \zeta = 0$ とすると

$$\begin{aligned} (\rho_{\max})_{\zeta=0} &= 10 \cdot \{0.639 + 0.472 \log q + 0.003(\log q)^2\} \\ &\approx 4.36q^{0.472} (q = 0.5 \sim 256) \dots\dots\dots (35) \end{aligned}$$

これは無減衰理想駆動源の最大変位近似式である。この近似精度は $\pm 5\%$ 程度になる。 $\alpha = 0, \zeta = 0$ のときの最大変位数値実験値 $R_{\max}$ のみを使用し、その近似式を

$$(\rho_{\max})_{\zeta=0} = cq^A \dots\dots\dots (36)$$

の形で最小二乗近似すると $(\rho_{\max})_{\zeta=0} =$

$$\begin{aligned} 2^{-3} \leq q \leq 2^8; & 4.71 q^{0.44} \quad (\text{誤差} -9.4 \sim 6.6 \%) \\ 2^{-1} \leq q \leq 2^8; & 4.42 q^{0.46} \quad (\text{誤差} -4.4 \sim 3.3 \%) \\ 2^3 \leq q \leq 2^8; & 4.06 q^{0.48} \quad (\text{誤差} -1.3 \sim 2.9 \%) \end{aligned} \dots\dots\dots (37)$$

となる。式 (17) 山田・津村の近似式で $\zeta = 0$ とすると

$$(\rho_{\max})_{\zeta=0} = 3.78q^{0.5} \dots\dots\dots (38)$$

となる。従来開発された式では q のべき乗値が 0.5 となっている場合がほとんどであるが、物理的に 0.5 の必然性は明確でない。式 (38) は $q \leq 2^3$ で急激に精度は劣化する。なお、加速係数 q は式 (4) より、

$$q = h/f_n^2 = T_c / \{2\pi f_n^2 (I_h + me^2)\} \dots\dots\dots (39)$$

と与えられ、 q が小さいほど危険速度通過の加速度 h が大きく、速く通過する。 $q < 10$ の例は洗濯機脱水機¹⁴⁾ など実例が多く、 $q > 100$ の例は原子炉再循環 PLR ポンプの健全性評価で筆者は経験している。

4.7 無減衰時の限界トルク 無減衰 $\zeta = 0$ 時の最大動的負荷トルク変位 ($R_{D\max}$) の数値実験値のみを集め、加速係数 q 、アンバランス定数 $\alpha = 2\pi\mu q$ との高精度近似式を次のごとく得た。

$$\begin{aligned} (\rho_{D\max})_{\zeta=0} &= 10^Y, \quad Y = (0.438 - 0.242\alpha + 3.59\alpha^2) \\ &+ (\log q)(0.546 + 0.504\alpha + 4.14\alpha^2) \\ &+ (\log q)^2(-0.011 + 1.35\alpha - 11.25\alpha^2) \dots\dots (40) \end{aligned}$$

この結果は式 (32) の有減衰時で $\zeta = 0$ としたときとは多少異なるが、 $\zeta = 0$ では式 (40) のほうが多少精度がよい。

式 (40) を使って最大動的負荷トルク評価値 $(K)_{\zeta=0}$ は

$$(K)_{\zeta=0} = \alpha \cdot \rho_{D\max}, \quad \alpha = 2\pi\mu q \dots\dots\dots (41)$$

となるが、ここで $(K)_{\zeta=0} = 1.0$ として危険速度通過の限界条件を図示すると図 8 になる。限界条件での α と q は両対数グラフ上で直線となり、

$$\begin{aligned} \alpha = 2\pi\mu q &= 0.269q^{-0.526} \\ \therefore \mu q^{1.526} &= 0.043 \dots\dots\dots (42) \end{aligned}$$

を得る。これは式 (23) の従来評価値 $(\bar{K})_{\zeta=0} = 1.0$ としたときの

$$\begin{aligned} (\bar{K})_{\zeta=0} &= 2\pi\mu q \cdot (3.78\sqrt{q}) = 1.0 \\ \therefore \mu q^{1.5} &= 0.042 \dots\dots\dots (43) \end{aligned}$$

と一致する。限界トルク評価には式 (38) が使えることを示している。

5. 結 言

回転機が危険速度を通過するときに生じる最大変位や最大動的負荷トルクなど非定常最大値を計算機により系統的に定式化するのは実用的な手法を検討した。この手法は数値実験により得られる大量の非定常値データ群に多変量多項式のはん用的近似式を適用し、最小二乗法により最適化近似を行うものである。

解析対象とした不釣り合いロータ基本モデル系の無次元 3 定数である加速係数 q 、減衰比率 ζ 、アンバランス定数 μ について検討し、近似式の次数をできるだけ低く、簡単になるよう工夫した。これは曲線近似を対数座標軸上で行うもので、最大変位、最大動的負荷トルク、危険速度の高精度、適用範囲の広い実用近似式を導き、本手法の有効性を示した。

文 献

- (1) Baker, J. G., *J. Appl. Mech.*, 6-4(1939), 145.

- (2) Ellington, J. P. and McCallion, H., *J. R. Aeronaut. Soc.*, **60**(1956), 620.
 - (3) Fearn, R. L. and Millsaps, K., *J. R. Aeronaut. Soc.*, **71**(1967), 567.
 - (4) Dornig, A., *J. Appl. Mech.*, **26-2**(1959), 217.
 - (5) Zeller, W., *WTZ Jahrg.* 10, Nr. 1(1949), S. 11.
 - (6) 山田・津村, 機誌, **17-64**(1951), 115.
 - (7) 平野・松倉・木曾, 三菱電機技報, **42-11**(1968).
 - (8) 矢鍋・田村, 機論, **38-307**(1972).
 - (9) 岩壺・黒橋・川井・藤川, *Memo. Faculty Eng., Kobe University* No. 26(1980).
 - (10) Macchia, D., *ASME Paper*, No. 63-WA-9(1963).
 - (11) Markert, R., Pfützner, H. and Gash, R., *Konstruktion* 29(1977) H. 9, S. 355-365.
 - (12) 松浦, 機論, **42-363**(1975), 777.
 - (13) 松浦, 機論, **45-397, C** (1979), 993.
 - (14) 松浦, 機論, **48-433, C** (1982), 1360.
 - (15) 松浦, *B. JSME*, **26-222**(1983).
 - (16) 松浦, 機講論, No. 830-11(1983), 1.
-