プラスチック歯車の発熱と疲労の関係*

庄 司 彰^{*1}

The Relation between Heat Generation and Fatigue of Plastic Gears

Akira SHOJI

Recently, the plastic gears are used for the dynamic gears. The fatigue of plastic gears is a problem which becomes progressively worse with use. When studying fatigue heat generated in plastic gears must be taken in consideration. There are two kind of heat that can be generated by the meshing of plastic gears. The first is frictional heat and the second is heat generation due to hysteresis. These heat generations give the local temperature rise in plastic gears. The elastic modulus and the coefficient of viscosity have an influence on the calculation of this heat. These two values are considered to change by fatigue of plastic materials. This paper describes the relation between the elastic modulus and the coefficient of viscosity, giving more clarification to the fatigue phenomenon. The calculated values of equilibrium temperature and local temperature were compared with the measured values, and the two values were found to agree with each other. Calculated values of the temperature rise of plastic gear could be obtained with better accuracy. The results provided data for the design and use of new and better plastic gears.

Key Words: Gear, Fatigue, Plastic Gear, Generated Heat, Elastic Modulus, Coefficient of Viscosity

1. 緒 言

プラスチック歯車の疲労には二つあることを著者は述べてきた。⁽¹⁾一つは小さなクラックの進展による疲労であり、二つはプラスチック材料が粘弾性材料であるため、ヒステリシス損失にもとづく発熱の影響による疲労である。後者の熱による疲労はプラスチック歯車に発生する熱量を計算することにより考えることができる。その計算に当り、機械的性質の内、縦弾性係数と粘性係数が関係する。しかし、上述の二つの値は疲労により変わることが考えられ、疲労を考慮した研究は未だ見当たらない。本研究ではプラスチック歯車の発熱を考える上で、疲労を考慮してより精度の高い発生熱量の計算を行い、プラスチック歯車の使用・設計に対する資料を得ることを目的としたものである。以下はその報告である。

2. プラスチック歯車の発熱におよぼす因子

プラスチック歯車が主として鋼歯車とかみ合ったときに発生する熱量には二つあることを著者は述べてきた。⁽²⁾一つは歯面の摩擦にもとづく熱量で、この熱は主として、ピッチングなど歯面の損傷に関係する。この摩擦熱量 H_F は次式で与えられる。⁽³⁾

$$H_F = \mu \beta F_n |V_p - V_s| t \dots \dots \dots (1)$$

ここで、 μ は歯面間の摩擦係数、 β は荷重分担率、 F_n は単位歯幅当りの法線方向歯面荷重、 $|V_p - V_s|$ は相対滑り速度、 t はかみ合い時間である。

二つはプラスチック材料が粘弾性材料であるため、ヒステリシス損失にもとづく発熱である。この熱は主として、プラスチック歯車の摩耗、疲労破壊に関係する。⁽⁴⁾この熱量 H_C は次式で与えられる。⁽⁵⁾

$$H_C = \frac{\pi}{2} \eta_0 \omega \delta_0^2 \dots \dots \dots (2)$$

ここで、 η_0 はダッシュポット粘性、 ω はプラスチック歯車の毎分回転速度、曲率半径、ヘルツの接触幅に関係する角速度、 δ_0 はたわみ量に関係する関数であ

* 平成元年4月3日 第66期通常総会講演会において講演、原稿受付 昭和63年4月21日。

*1 正員、宮城工業高等専門学校(〒981-12 名取市愛島塩手字野田山48)。

る。一方、式(1)は次のように表すこともできる。

$$H_c = B \frac{\omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2} \dots \dots \dots (3)$$

ここで、Bは一定値、 τ は遅延時間であり、次式で表される。

$$\tau = \frac{\eta}{E} \dots \dots \dots (4)$$

ここで、Eは縦弾性係数、 η は粘性係数である。式(3)を図に表したものが図1である。ただし、この計算においては縦弾性係数と粘性係数は一定値としている。しかし、実際のプラスチック歯車においては疲労の影響で縦弾性係数と粘性係数の値が異なることが考えられ、これらの値に疲労の影響を考慮することにより、従来より精度の高いプラスチック歯車の温度を計算することができる。

3. 熱的平衡状態におけるプラスチック歯車の歯の温度計算

3・1 プラスチック歯車の歯の温度の計算 プラスチック歯車の歯の平衡温度を知るためには、歯車歯面からの発散熱量を知る必要がある。この発散熱量 H_E は次式で与えられる。

$$H_E = \alpha_w A (T_D - T_r) \frac{60}{n_p} \dots \dots \dots (5)$$

ここで、 α_w は回転している高温の歯車歯面から大気への平均熱伝達率、Aは一つの歯の表面積、 $(T_D - T_r)$ はプラスチック歯車の歯の平衡温度と室温との差である。なお、歯車歯面から大気への平均熱伝達率 α_w は実験により著者らは次式を与えている。⁽²⁾ モジュール ≤ 6 のとき、

図1. ヒステリシス損失にもとづく発熱量と $\omega\tau$

$$\alpha_w = 55 \frac{\lambda a}{m} \left(\frac{F}{m}\right)^{-0.05} \left(\frac{mV}{\xi}\right)^{0.4} \dots \dots (6)$$

ここで、 λa は空気の熱伝導率であり、mはモジュール、Fは歯幅、Vは歯車のピッチ円上の周速度、 ξ は空気の動粘性係数である。よって平衡状態においては発生する熱量と発散する熱量が相等しくなった状態であるから次式となる。

$$F(H_F + H_c) = \alpha_w A (T_D - T_r) \frac{60}{n_p} \dots \dots (7)$$

よって、平衡温度 T_D は次式となる。

$$T_D = T_r + \frac{F \cdot n_p (H_F + H_c)}{60 A \alpha_w} \dots \dots \dots (8)$$

3・2 プラスチック歯車の歯の局所温度分布の計算

計算を簡略化するため、プラスチック歯車の歯を図2に示すような長方形に置換えて、定常状態について考えてみる。図2において①は接触側歯面であり、発生した二つの熱量の内、摩擦熱量については配分係数を考慮したものであるが、この発生熱量が歯から大気へ発散する熱量と、歯を温度上昇させるために使われる熱量に分けられる領域である。②と③は歯から大気へ放熱する領域である。④については歯元部であり、プラスチック材料は熱伝導性が悪く、歯を温度上昇させることに比べて歯から軸方向へ流れる熱は非常に少ないと考えて、この領域は断熱状態であると考えた。これは著者の実験でも歯の上昇温度に対して歯車のボス部の温度はほとんど上昇していないことが実証されている。

そこで、プラスチック歯車の一つの歯の境界条件を

図2. プラスチック歯車のモデル化

図2に基づいて表したものを次式に示す。式中の○の中の番号は図2の領域である。T_rは室温である。

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \dots\dots\dots (9)$$

$$\textcircled{1} \quad x=0, \quad 0 \leq y \leq 2m$$

$$-(\lambda \frac{\partial T}{\partial x})_{x=0} + H(y) - \alpha_w (T_{x=0} - T_r) = 0 \dots\dots\dots (10)$$

$$\textcircled{2} \quad 0 \leq x \leq l, \quad y=2m$$

$$\frac{dx}{2} \frac{\lambda (T_{K1,L+1} - T_{K1,L})}{dx} + \frac{dx}{2} \frac{\lambda (T_{K+1,L+1} - T_{K+1,L})}{dx} + dx \frac{\lambda (T_{K1,L+1} - T_{K1,L})}{dx} - dx \alpha_w (T_{K1,L} - T_r) = 0 \dots\dots\dots (11)$$

$$\textcircled{3} \quad x=l, \quad 0 \leq y \leq 2m$$

$$\frac{dx}{2} \frac{\lambda (T_{K1,L+1} - T_{K1,L})}{dx} + \frac{dx}{2} \frac{\lambda (T_{K+1,L+1} - T_{K+1,L})}{dx} + dx \frac{\lambda (T_{K1,L} - T_{K1,L})}{dx} - dx \alpha_w (T_{K1,L} - T_r) = 0 \dots\dots\dots (12)$$

$$\textcircled{4} \quad 0 \leq x \leq l, \quad y=2m$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots (13)$$

ここで、mはモジュール、Tは温度、λはプラスチック材料の熱伝導率、H(y)は発生熱量、α_wは歯から大気への熱伝達率である。この熱伝達率α_wについては著者の実験および実験式⁽²⁾から一つの歯のかみ合い始めからかみ合い終わりまでを四つの領域に分けた。すなわち、歯末側二歯かみ合い領域、歯末側一歯かみ合い領域、歯元側一歯かみ合い領域および歯元側二歯かみ合い領域であり、各領域では熱伝達率は一定とした。計算は差分法⁽⁶⁾により行った。

4. 実験方法および実験条件

プラスチック歯車の歯の温度計算に当たって、ヒステリシス損失にもとづく発熱の計算に係る機械的

性質はプラスチック材料の縦弾性係数と粘性係数である。しかもこれらの値にプラスチック材料の疲労を考慮し、次のような実験を行った。実験ではプラスチック歯車の疲労と一般にプラスチック材料の疲労試験として行われている小野式回転曲げ疲労試験を行った。実験装置の概略図を図3に示す。図において、Wは重りの重量、Lは支点より負荷点までの距離である。著者の実験および計算によりプラスチック試験片の中央部が高温になるため、試験中の試験片の中央部に赤外線放射温度計の焦点を合せ、その温度変化を測定した。任意の総回転数における試験片の温度を測定し、プラスチックのねじり振動試験を行い、その減衰振動波形の測定値から計算によりプラスチック材料の粘性係数を求めた。疲労試験中の試験片温度に試料温度を合わせるため、ねじり振動試験機に電気炉を取付けている。次に同試験片をプラスチック荷重測定機に取付け、電気炉で疲労試験中の温度に合せ、引張り試験を行い、伸びと荷重の比較的初期の測定値から縦弾性係数を求めた。なお、一度ねじり振動試験と引張り試験を行った試験片は再度使用せず、次の総回転数の試験では新しい試験片を使用した。すなわち、ある回転速度で疲労破壊するまでいくつかの総回転数で試験を行い、その回数分の試験片をいくつか用意した。実験条件および使用したプラスチック材料を表1に示す。

図3. 小野式回転曲げ疲労試験機概略図

表1. 回転曲げ疲労試験の実験条件および使用プラスチック材料

Rotational speed	rpm	500, 1000, 1600, 2500
Room temperature	°C	25±2°C
Materials		6-Polyamid Polyacetal

5. 実験結果および考察

5.1 小野式回転曲げ疲労試験 各回転速度における試験片が疲労破壊するまでの温度変化を図4に示す。実験はプラスチック試験片の中央部に赤外線放射温度計の焦点を合せ、ペンレコーダにより連続的に記録したものを代表の点で表したものである。各回転速度とも、疲労破壊時に急激な温度上昇が見られる。これらのことはプラスチック歯車の破壊時にも同様の現象が見られ、著者は別報⁽⁷⁾にて詳述している。これらの結果から表2に示す途中の総回転数で試験片を取出し、ねじり振動試験と縦弾性係数の測定を行った。

5.2 ねじり振動試験と縦弾性係数の測定 図5にねじり振動試験の結果から計算により求めた粘性係数の測定値を示す。図6は疲労試験を行わないで、試験片の温度のみを変えたときの粘性係数の測定値を示す。図5、6を比較すると疲労の影響が見られ、とくに回転速度が高い試験片は試験片温度が高く、その影響で疲労が進行している様子が分る。プラスチック材料は粘弾性材料であるが、粘性の要素が強くなってい

図5. 疲労試験片の粘性係数の測定値

図6. 疲労なしの試験片の粘性係数の測定値

図4. プラスチック材料の疲労破壊時の温度上昇

図7. 疲労試験片の縦弾性係数の測定値

表2. 粘性係数と縦弾性係数の実験条件

		2000rpm	1500rpm	1000rpm	500rpm
V	Po	$2 \times 10^3, 5 \times 10^3$	$10^4, 10^5, 1.1 \times 10^6$	$10^4, 4 \times 10^5, 1.2 \times 10^6$	$10^4, 10^5, 10^6$
	6N	$6 \times 10^3, 3 \times 10^4, 9 \times 10^4$	$1.3 \times 10^4, 1.4 \times 10^5, 10$	$2 \times 10^4, 5 \times 10^5, 10^6$	
M	Po	$2.2 \times 10^3, 4.5 \times 10^3$	$10^4, 10^5$	$10^4, 4 \times 10^5, 1.2 \times 10^6$	$10^4, 10^5, 10^6$
	6N	$6.2 \times 10^3, 3 \times 10^4, 9.5 \times 10^5$	$7.2 \times 10^3, 1.4 \times 10^5, 10^6$	$2 \times 10^4, 4 \times 10^5, 1.2 \times 10^6$	

Po: Polyacetal resin, 6N: 6-Polyamid resin
V: Coefficient of viscosity, M: Modulus of elasticity

るのが分る。図7は疲労試験を行った試験片を荷重試験機による引張り試験の測定結果から、縦弾性係数を求めたものである。図8は疲労試験を行わないで、試験片の温度のみを変えて縦弾性係数を求めたものである。図7、8を比較すると疲労の影響が見られ、粘性係数同様、回転速度が高い試験片は試験片温度が高く、縦弾性係数の値が小さくなり、粘性的要素が強くなっているのが分る。

以上粘性係数と縦弾性係数の測定結果から疲労試験を行った試験片は疲労試験を行わない試験片と比較すると縦弾性係数で約10%減、粘性係数で約50%増となる。

図8. 疲労なしの試験片の縦弾性係数の測定

6. 疲労を考慮したプラスチック歯車の温度の計算値の精度

6.1 プラスチック歯車の平衡温度 プラスチック歯車の平衡温度の測定は別報⁽²⁾で行った著者の実験値と比較した。すなわち、動力吸収式歯車試験機により、プラスチック歯車の一つの歯のかみ合い接触歯面から歯厚方向に1.5mm内側に入ったピッチ点と歯元に線径0.1mmのCu-Co熱電対を埋め込み測定を行った。歯車諸元と運転条件を表3に示す。また、疲労を考慮した平衡温度の計算値と疲労を考慮しない平衡温度の計算値を比較したものを前出の表3に示す。実測値と比較すると疲労を考慮した場合、その計算値はかなり精度が高い。

6.2 プラスチック歯車の局所温度分布 プラスチック歯車の局所温度分布の測定は上述の動力吸収式歯車運転試験機で行った。実験値は別報⁽⁶⁾の値を使用した。測定はプラスチック歯車のかみ合い接触歯面から歯厚方向に1.5mm内側に入った位置に歯面に沿って線径0.1mmのCu-Co熱電対を埋め込んだ。しかし、一つの歯に歯末側から歯元側まで埋め込むことは不可能であるため、いくつかの歯に熱電対の位置を変えて埋め込んだ。疲労を考慮した局所温度分布の計算値と疲労を考慮しない局所温度分布の計算値

表3. プラスチック歯車の平衡温度の計算値

Test gears	Module	Number of Teeth	Face Width mm	Power W	Rotational Speed rpm	Method of Lubrication	Temperature °C		
							Measured	Calculated *1	Calculated *2
6-Polyamid Gear	6	26:21	10	1280	570	Dry	35	32.1	28.9
	6	26:21	10	1415	1040	Dry	26	25.2	24.1
	3	52:42	10	1280	570	Dry	30	28.9	26.4
Steel Pinion	3	52:42	10	1415	1040	Dry	24	23.4	22.6
	2	78:63	10	1280	570	Dry	27	32.7	25.2
	2	78:63	10	1415	1040	Dry	23	24.7	21.9
Polyacetal Gear	6	26:21	10	1280	570	Dry	30	37.9	36.6
	6	26:21	10	1415	1040	Dry	25	29.8	27.7
	3	52:42	10	1280	570	Dry	27	34.2	32.9
Steel Pinion	3	52:42	10	1415	1040	Dry	24	27.2	25.4
	2	78:63	10	1280	570	Dry	27	32.1	30.8
	2	78:63	10	1415	1040	Dry	23	25.9	24.4

*1: Calculated values that take thought of fatigue

*2: Calculated values that take no thought of fatigue

Room temperature 20 °C

図9. プラスチック歯車の局所温度分布の比較(6-ポリアミド樹脂歯車)

図10. プラスチック歯車の局所温度分布の比較(ポリアセタール樹脂歯車)

を比較したものの一例を図9, 10に示す。図9は6-ポリアミド樹脂歯車を示し、図10はポリアセタール樹脂歯車を示す。図中Aは歯末、Pはピッチ点、Dは歯元を示し、図中に測定値も示す。疲労を考慮した計算値の方が実測値に近くかなり良い精度を示す。とくに、疲労を考慮した計算においては、歯末から歯元までほぼ一様な温度を示し、かみ合い歯面の表面と歯の内部の温度が近づく、むしろ内部温度の方がやや高く、歯全体が一様な温度に近づく。このことは、小さなクラックの進展が破壊へと進んでいることを示す。しかし、破壊時には、図4に示すような急激な温度上昇へと変化する。

7. 結 言

プラスチック歯車の損傷に関係する疲労について検討した。プラスチック歯車に発生する熱量の内、ヒステリシス損失にもとづく発熱の計算に当たって、計算精度を高めるために、プラスチック材料の縦弾性係数と粘性係数に疲労を考慮した。その結果、次のことが分かった。

(1) プラスチック材料の縦弾性係数と粘性係数

とも温度の影響を受ける。さらに、上述の二つの値はプラスチック材料の疲労にも影響し、総回転数の間の関係を明らかにすることができた。

(2) プラスチック材料のヒステリシス損失にもとづく発熱の計算で、より精度の高い値を得ることができた。

以上プラスチック歯車の使用・設計に対する重要な資料を得ることができた。これらの資料はプラスチック歯車のみならず、プラスチック部品などでヒステリシス損失にもとづく発熱を生ずるものの使用・計算にも役立つものである。

参 考 文 献

- (1) 庄司, 機論, 53-491, C(昭62), 1550.
- (2) S.Takanashi A.Shoji, ASME paper, 80-C2/DET-107 (1980), 1.
- (3) H.Blok, Proc. 2nd World Petrol Congr., 3(1937), 471.
- (4) 庄司, 機論, 54-497, C(昭63), 268.
- (5) 庄司, 機論, 53-489, C(昭62), 1087.
- (6) 庄司, 機論, 51-463, C(昭60), 597.
- (7) 庄司, 機論, 54-507, C(昭63), 2729.