ステップモータで駆動される片持ばりの
動吸振器による制振*松本 強二^{*1}, 山口 秀谷^{*2}, 塩谷 駿介^{*2}Effect of Dynamic Absorber on Vibrations of a Cantilever Beam Rotated by
a Stepping Motor

Kyouji MATUMOTO, Hideya YMAGUCHI, and Syunsuke SHIOYA

A stepping motor has the drawback that vibration occurs because of an intermittent motion mechanism, although it has the advantage in the field of an open-loop control system. Concerning this problem, the application of the dynamic absorber to the beam rotated by the stepping motor is investigated in this paper. Optimum tuning design parameters of the absorber are obtained on the condition that the logarithmic decrement of the residual vibration for the single step input assumes a maximum value. From the transient response analysis, it is shown that the beam tip vibration during the multiple driving signal input is suppressed, and the residual vibration is reduced rapidly. Numerical and experimental results are shown to be in good agreement.

Key Words: Vibration, Dynamic Absorber, Stepping Motor, Logarithmic Decrement, Vibration Control, Cantilever Beam, Vibration Reduction

1. 緒 言

ステップモータは回転速度、回転角の制御がオープンループで簡単にできるため情報機器、ロボットアームなどに利用されている。しかしながらステップモータは原理的に間欠運動であるので残留振動を伴う欠点を有する。また機械運動の高速化、軽量化に伴い、運動部分の剛性不足による振動の発生が問題となっている。この種の研究として、小島ら⁽¹⁾⁽²⁾はステップモータで駆動される回転軸系の過渡応答を回転軸の弾性変形を考慮し、またステップモータのトルク特性を線形近似あるいは非線形性を考慮した場合について解析を行っている。また回転する片持ばりの制振に関する研究⁽³⁾⁽⁴⁾も見受けられるが、これらの多くはひずみ、速度あるいは加速度を検出しモード推定を行ってフィードバック制御する方法について研究がなされている。この方法では信号処理で振動制御を行うことができるため、運動部形状、荷重などが変化しても柔軟に対応できる利点を有するが、システムが複雑になり簡便に使用することは困難である。一方、従来から優れた制

振装置として動吸振器が実用化されており、最適設計法に関する研究も多数なされている。これらのほとんどは定常振動の場合を対象としており、非定常振動の場合を取扱った研究は少ないが、Haringx⁽⁵⁾、神谷ら⁽⁶⁾は動吸振器を取付けた一自由度ばね-質量系の残留振動の減衰について検討している。これらの研究では残留振動波形の包絡線の傾きに注目し、振動数方程式が重根を持つ場合に包絡線の傾きが最も大きくなり、この場合に動吸振器が最適調整されることを示している。また最近、山口⁽⁷⁾は残留振動の対数減衰率に注目して動吸振器の最適調整法について検討し、新しい知見を得ている。すなわち残留振動の二つの成分波の対数減衰率を等しくする場合のばね定数が最適であることがわかった。

本報告ではこの応用としてステップモータではりを回転させ、はり先端の位置決めを行う場合に発生する残留振動を動吸振器を用いて抑える方法について解析を行い、対数減衰率に注目して動吸振器のばね定数比、減衰比の最適値を求め、また実験を行いこの手法が有効であることを明らかにした。

2. 理 論 解 析

解析モデルを図1に示す。 L ははりの長さ、 L_c は動

* 平成元年3月10日 東海支部第38期総会講演会において講演、原稿受付 昭和63年4月25日。

^{*1} 学生員、防衛大学校 (〒239 横須賀市走水1-10-20)。

^{*2} 正員、防衛大学校。

吸振器取付位置までの長さ、 a は回転軸の半径、 m_c は集中質量、 m_a, K_a, C_a は動吸振器の質量、ばね定数、粘性減衰係数である。ステップモータのトルク特性は非線形特性を有するが⁽²⁾、直線近似を行いトルク係数を K_θ とすると、トルク T_m は

$$T_m = -K_\theta \{ \theta - n\theta_s U(t - t_{n-1}) \} \quad \cdots \cdots (1)$$

で表される。ここに n はパルス数、 θ は回転軸の回転角、 θ_s はステップ角、 t は時間、 t_{n-1} は n 番目のパルスが入力された時間、 $U(t)$ はステップ関数である。したがって図 1 において、ステップモータは支持部に強制回転変位が階段状に θ_s ずつ作用する回転ばね K_θ で支えられた回転軸モデルで置き換えることができる。なお回転軸の減衰をも考慮し、これを粘性減衰係数 C_θ のダッシュポットで表す。以下、図 1 の振動系を回転軸、はり、集中質量、動吸振器の要素に分割しておのおのの運動方程式を導く。回転軸の運動方程式は

$$J \frac{d^2 \theta}{dt^2} = -M_0 + F_0 a - C_\theta \frac{d\theta}{dt} + T_m \quad \cdots \cdots (2)$$

ここに $t' = t - t_{n-1}$ 、 J は回転軸の慣性モーメント、 M_0, F_0 ははりの端部 ($x=0$) に作用する曲げモーメントとせん断力である。はりのたわみによる変位を w とすると、はりの運動方程式は

$$\rho A \left\{ (x+a) \frac{d^2 \Omega}{dt'^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial t'^2} \right\} + EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - F_c \delta(x - L_c) = 0 \quad \cdots \cdots (3)$$

ここに ρ, A, E, I ははりの密度、断面積、ヤング率、断面二次モーメント、 Ω は回転軸の角速度、 F_c ははりと集中質量との間に作用する力、 $\delta(x)$ はディラックのデルタ関数である。はりの境界条件は $x=0$ で

$$w=0, \quad \partial w / \partial x = 0 \quad \cdots \cdots (4)$$

$$F_0 = -EI \frac{\partial^3 w}{\partial x^3}, \quad M_0 = -EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad \cdots \cdots (5)$$

$x=L$ で

$$F_1 = -EI \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} = 0, \quad M_1 = -EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad \cdots \cdots (6)$$

集中質量 m_c の運動方程式は

$$m_c \left\{ (a+L_c) \frac{d^2 \Omega}{dt'^2} + \frac{d^2 w_c}{dt'^2} \right\} = F_a - F_c \quad \cdots \cdots (7)$$

図 1 解析モデル

ここに w_c は集中質量の変位、 F_a は集中質量と動吸振器との間に作用する力である。動吸振器質量の変位を w_a とすると

$$F_a = C_a \left(\frac{dw_a}{dt'} - \frac{dw_c}{dt'} \right) + K_a (w_a - w_c) \quad \cdots \cdots (8)$$

動吸振器の運動方程式は

$$m_a \left\{ (a+L_c) \frac{d^2 \Omega}{dt'^2} + \frac{d^2 w_a}{dt'^2} \right\} = -F_a \quad \cdots \cdots (9)$$

ここで無次元量

$$\left. \begin{aligned} \bar{t}' &= \omega_0 t', \quad \bar{w} = w / (L+a)\theta_s, \quad \bar{\theta} = \theta / \theta_s \\ \eta &= x / L, \quad \bar{L}_c = L_c / L, \quad \bar{a} = a / L, \quad \bar{J} = J / J_0 \\ \mu_c &= m_c / m_b, \quad \mu_a = m_a / (m_c + m_b) \\ \bar{\omega}_\theta &= \sqrt{K_\theta / (J_0 + J)} / \omega_0 \\ \zeta_\theta &= C_\theta / 2\sqrt{(J_0 + J)K_\theta} \\ \bar{\omega}_a &= \sqrt{K_a / m_a} / \omega_0 \\ \zeta_a &= C_a / 2\sqrt{m_a K_a} \\ \bar{M} &= LM / EI\theta_s, \quad \bar{F} = L^2 F / EI\theta_s \end{aligned} \right\} \quad \cdots \cdots (10)$$

を導入する。ここに $\omega_0^2 = x^4 EI / \rho A L^4$ 、 $m_b = \rho A L$ 、 $J_0 = m_b L^2 \gamma$ 、 $\gamma = \{1 + 3(2\bar{a} + 1)^2\} / 12$ である。また x は先端に集中質量を有する片持ばりの振動数方程式

$$1 + \cos x \cdot \cosh x + \mu_c x (\cos x \cdot \sinh x - \sin x \cdot \cosh x) = 0$$

の第一次の根である。次にはりのたわみを

$$\bar{w} \cong \bar{w}_R = \sum_{r=1}^R \bar{w}_r, \quad \bar{w}_r = q_r(\bar{t}') \phi_r(\eta) \quad \cdots \cdots (11)$$

と近似する。ここに $q_r(\bar{t}')$ は時間の未知関数、 $\phi_r(\eta)$ は片持ばりの基本境界条件式 (4) を満足する関数であり、ここでは

$$\phi_r(\eta) = \eta^{r+1} \quad \cdots \cdots (12)$$

とおく。式 (3) を無次元化し、式 (11) を考慮してガラーキン法を適用すると

$$\begin{aligned} \int_0^1 \left\{ (\eta + \bar{a}) x^4 \frac{d^2 \bar{\Omega}}{d\bar{t}'} + (1 + \bar{a}) x^4 \frac{\partial^2 \bar{w}_R}{\partial \bar{t}'^2} \right. \\ \left. + (1 + \bar{a}) \frac{\partial^2 \bar{w}_R}{\partial \eta^4} - \bar{F}_c \delta(\eta - \bar{L}_c) \right\} \phi_i d\eta \\ + \left[\left\{ (1 + \bar{a}) \frac{\partial^2 \bar{w}_R}{\partial \eta^2} + \bar{M} \right\} \frac{d\phi_i}{d\eta} \right]_0^1 \\ - \left[\left\{ (1 + \bar{a}) \frac{\partial^3 \bar{w}_R}{\partial \eta^3} + \bar{F} \right\} \phi_i \right]_0^1 = 0 \quad (i=1, \dots, R) \end{aligned} \quad \cdots \cdots (13)$$

ここに

$$\bar{\Omega} = d\bar{\theta} / d\bar{t}' \quad \cdots \cdots (14)$$

式 (13) において第 2, 3 項は式 (11) が自然境界条件 [(5), (6)] を満足しないために追加されたモーメント、せん断力に関する境界項⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾である。ここで

$$h_r = dq_r / d\bar{t}', \quad \bar{v}_a = d\bar{w}_a / d\bar{t}' \quad \cdots \cdots (15)$$

とおき、式(6)～(8)を無次元化し式(11)とともに式(13)に代入すると

$$\begin{aligned} & (1+\bar{a}) \sum_{r=1}^R \left[x^4 \left\{ \int_0^1 \phi_i \phi_r d\eta + \mu_c (\phi_i \phi_r)_{\eta=\bar{L}_c} \right\} \frac{dh_r}{d\bar{t}'} \right. \\ & \quad + 2\mu x^4 \zeta_a \bar{\omega}_a (\phi_i \phi_r)_{\eta=\bar{L}_c} h_r \\ & \quad + \left\{ \int_0^1 \phi_i \frac{d^4 \phi_r}{d\eta^4} d\eta + \left(\frac{d\phi_i}{d\eta} \frac{d^2 \phi_r}{d\eta^2} - \phi_i \frac{d^3 \phi_r}{d\eta^3} \right)_{\eta=1} \right. \\ & \quad \left. \left. + \mu x^4 \bar{\omega}_a^2 (\phi_i \phi_r)_{\eta=\bar{L}_c} \right\} q_r \right] \\ & \quad + x^4 \left\{ \int_0^1 (\eta + \bar{a}) \phi_i d\eta \right. \\ & \quad \left. + \mu_c (\bar{a} + \bar{L}_c) (\phi_i)_{\eta=\bar{L}_c} \right\} \frac{d\bar{Q}}{d\bar{t}'} \\ & \quad - 2\mu x^4 \zeta_a \bar{\omega}_a (1+\bar{a}) (\phi_i)_{\eta=\bar{L}_c} \bar{v}_a \\ & \quad - \mu x^4 \bar{\omega}_a^2 (1+\bar{a}) (\phi_i)_{\eta=\bar{L}_c} \bar{w}_a = 0 \quad \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

ここに $\mu = \mu_a(1+\mu_c)$ である。式(2)に式(1), (5)を代入し、式(10), (11), (14), (15)を考慮すると

$$\begin{aligned} & x^4 \gamma \bar{J} \frac{d\bar{Q}}{d\bar{t}'} + (1+\bar{a}) \sum_{r=1}^R \left(-\frac{d^2 \phi_r}{d\eta^2} + \bar{a} \frac{d^3 \phi_r}{d\eta^3} \right)_{\eta=0} q_r \\ & \quad + 2x^4 \gamma (1+\bar{J}) \bar{\omega}_a \zeta_a \bar{Q} + x^4 \gamma (1+\bar{J}) \bar{\omega}_a^2 \bar{\theta} \\ & \quad = x^4 \gamma (1+\bar{J}) \bar{\omega}_a^2 n U(\bar{t}') \quad \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

式(9)に式(8)を代入し、式(10), (11), (14), (15)を考慮すると

$$\begin{aligned} & \frac{d\bar{Q}}{d\bar{t}'} + \frac{d\bar{v}_a}{d\bar{t}'} - 2\zeta_a \bar{\omega}_a \sum_{r=1}^R (\phi_r)_{\eta=\bar{L}_c} h_r \\ & \quad - \bar{\omega}_a^2 \sum_{r=1}^R (\phi_r)_{\eta=\bar{L}_c} q_r \\ & \quad + 2\zeta_a \bar{\omega}_a \bar{v}_a + \bar{\omega}_a^2 \bar{w}_a = 0 \quad \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

式(14)～(18)をまとめてマトリックス式で整理すると

$$\dot{\mathbf{B}}\mathbf{U} + \mathbf{E}\mathbf{U} = \mathbf{D} \quad \dots\dots\dots (19)$$

ここにドット・は $\bar{t}'$ による微分を表し

$$\begin{aligned} \mathbf{U} &= [h_1, \dots, h_R, q_1, \dots, q_R, \bar{Q}, \bar{\theta}, \bar{v}_a, \bar{w}_a]^T \\ &= [u_r]^T \\ \mathbf{B} &= [b_{i,r}] \quad (i, r=1, \dots, 2R+4) \\ b_{i,r} &= (1+\bar{a})x^4 \{1/(i+r+3) + \mu_c \bar{L}_c^{i+r+2}\} \\ & \quad (i, r=1, \dots, R) \\ b_{i,2R+1} &= x^4 \{1/(i+3) + \bar{a}/(i+2) \\ & \quad + \mu_c (\bar{a} + \bar{L}_c) \bar{L}_c^{i+1}\} \quad (i=1, \dots, R) \\ b_{i,i} &= 1 \quad (i=R+1, \dots, 2R) \\ b_{2R+1,2R+1} &= x^4 \gamma \bar{J}, \quad b_{2R+2,2R+2} = 1 \\ b_{2R+3,2R+1} &= 1, \quad b_{2R+3,2R+3} = 1, \\ b_{2R+4,2R+4} &= 1 \\ \mathbf{E} &= [e_{i,r}] \quad (i, r=1, \dots, 2R+4) \\ e_{i,r} &= 2\mu x^4 \zeta_a \bar{\omega}_a (1+\bar{a}) \bar{L}_c^{i+r+2} \quad (i, r=1, \dots, R) \\ e_{i,r} &= (1+\bar{a}) \{i(i+1)(r-R)(r-R+1)/ \\ & \quad (i+r-R-1) + \mu x^4 \bar{\omega}_a^2 \bar{L}_c^{i+r+2-R}\} \\ & \quad (i=1, \dots, R, \quad r=R+1, \dots, 2R) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e_{i,2R+3} &= -2\mu x^4 \bar{\omega}_a \zeta_a (1+\bar{a}) \bar{L}_c^{i+1} \quad (i=1, \dots, R) \\ e_{i,2R+4} &= -\mu x^4 (1+\bar{a}) \bar{\omega}_a^2 \bar{L}_c^{i+1} \quad (i=1, \dots, R) \\ e_{i,i-R} &= -1 \quad (i=R+1, \dots, 2R) \\ e_{2R+1,R+1} &= -2(1+\bar{a}), \quad e_{2R+1,R+2} = 6\bar{a}(1+\bar{a}) \\ e_{2R+1,2R+1} &= 2x^4 \gamma (1+\bar{J}) \bar{\omega}_a \zeta_a \\ e_{2R+1,2R+2} &= x^4 \gamma (1+\bar{J}) \bar{\omega}_a^2, \quad e_{2R+2,2R+1} = -1 \\ e_{2R+3,r} &= -2\zeta_a \bar{\omega}_a \bar{L}_c^{r+1} \quad (r=1, \dots, R) \\ e_{2R+3,r} &= -\bar{\omega}_a^2 \bar{L}_c^{r+1-R} \quad (r=R+1, \dots, 2R) \\ e_{2R+3,2R+3} &= 2\bar{\omega}_a \zeta_a, \quad e_{2R+3,2R+4} = \bar{\omega}_a^2 \\ e_{2R+4,2R+3} &= -1 \\ \mathbf{D} &= [d_i] \quad (i=1, \dots, 2R+4) \\ d_{2R+1} &= x^4 \gamma (1+\bar{J}) \bar{\omega}_a^2 n U(\bar{t}') \quad \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

上記以外のマトリックスの要素は零である。ここで $\bar{t}' = 0$ すなわち $\bar{t} = \bar{t}_{n-1}$ において

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}_{n-1} \quad \dots\dots\dots (21)$$

として式(19)をラプラス変換すると

$$\mathbf{F}\mathbf{U}^* = \mathbf{R} \quad \dots\dots\dots (22)$$

ここに * はラプラス変換を示し

$$\mathbf{F} = s\mathbf{B} + \mathbf{E}, \quad \mathbf{R} = \mathbf{D}^* + \mathbf{B}\mathbf{U}_{n-1} \quad \dots\dots\dots (23)$$

であり、 s はラプラス変換のパラメータである。クラメールの公式を式(22)に適用すると

$$u_r^* = F_r(s)/H(s) \quad \dots\dots\dots (24)$$

ここに

$$H(s) = \det(\mathbf{F}), \quad F_r(s) = \det(\mathbf{F}_r) \quad \dots\dots\dots (25)$$

であり、 $\mathbf{F}_r$ はマトリックス $\mathbf{F}$ の r 列をベクトル $\mathbf{R}$ で置き換えたものである。留数定理を用いて式(24)を逆ラプラス変換すると

$$u_r = \sum_{i=0}^{2R+4} g_i^r e^{s_i \bar{t}'} \quad g_i^r = \left(\frac{F_r}{dH} \right)_{s=s_i} \quad \dots\dots\dots (26)$$

ここに s_i は $H(s)=0$ の根であり、根 $s=0$ が1個および互いに共役な根 $s_i = -\sigma_i + jp_i$, $j = \sqrt{-1}$ ($i=1, \dots, 2R+4$) からなる。よって式(26)は振幅が $e^{-\sigma_i \bar{t}'}$ の形で減衰する減衰固有角振動数 p_i の正弦波の和となり、各成分の対数減衰率は $\delta_i = 2\pi\sigma_i/p_i$ である。パルスが連続して入力する場合は以上の過程を繰返すことによって各応答が得られる。

3. 数 値 計 算

図2は $\bar{a}=0.01$, $\bar{J}=0.3$, $\bar{\omega}_a=1.5$, $\zeta_a=0$, $\mu_c=0.2$ の主振動系のはり先端 $\bar{L}_c=1.0$ の位置に質量比 $\mu_a=0.1$, 減衰比 $\zeta_a=0.15$ の動吸振器を取付け、ばね定数比 $\bar{\omega}_a$ を変化させた場合について、ステップモータを1パルス駆動した場合のはり先端変位残留振動の各成分

波の振幅 $|\bar{\theta} + (\bar{w})_{r=1}|$, 対数減衰率 δ , 減衰固有角振動数 p の変化を示す。 $\bar{\omega}_a$ が小さい範囲では二次成分の振幅が大きくまた対数減衰率が小さいためこの振動が

図 2 振幅, 対数減衰率, 固有角振動数と $\bar{\omega}_a$ の関係

図 3 対数減衰率と ζ_a の関係

長く続くものと考えられる。 $\bar{\omega}_a$ が 0.639 付近では一次, 二次成分とも同程度の振幅で生じるが, 両者の対数減衰率がともに大きくなるので振動の減衰が大きく, $\bar{\omega}_a$ がさらに大きくなると一次成分の振幅が大きくまた対数減衰率が小となるのでこの振動が長く続くと予測される。なお三次より高次の成分は一次, 二次成分に比べて振幅がかなり小さいためあまり問題にならないと考えられる。したがって一次, 二次成分の対数減衰率が等しくなる場合の $\bar{\omega}_a = 0.639$ が最適のばね定数と考えられる。次に $\bar{\omega}_a = 0.639$ として ζ_a を変化した場合の対数減衰率を求めると図 3 のようにな

図 4 動吸振器パラメータ $\bar{\omega}_a, \zeta_a$ の最適値

る。対数減衰率は ζ_a が小の範囲では一次、二次成分の大きさが等しく、 ζ_a とともに増加し、図 3 中の点 A 以後一次成分の値は急激に減少する。よってこの点 A の所の $\zeta_a=0.447$ が最適の減衰比と考えられ、文献 (7) と同様にして動吸振器を最適調整できることがわかる。以上の手順により最適の $\bar{\omega}_a, \zeta_a$ を $\bar{\alpha}=0.01, \bar{f}=0.2, \bar{\omega}_0=0.3, \zeta_0=0, \bar{L}_c=1.0$ の場合について、 μ_a, μ_c を種々に変化させて求めると図 4 (a) のようになる。 ζ_a は μ_a とともに増加し、 $\bar{\omega}_a$ は μ_a とともに減少する。図 4 (b) は $\bar{\alpha}=0.01, \zeta_0=0, \bar{L}_c=1.0, \mu_c=0.5, \mu_a=0.1$ として $\bar{\omega}_0, \bar{f}$ を種々に変化させた場合の最適値を示す。 $\bar{\omega}_a, \zeta_a$ とも $\bar{\omega}_0$ が増加するに従って増加し、 $\bar{f}$ の大きさに依存しない一定値に漸近する。図 4 (c) は $\bar{\alpha}=0.01, \bar{f}=0.2, \zeta_0=0, \bar{L}_c=1.0, \mu_a=0.1$ として $\bar{\omega}_0, \mu_c$ を種々に変化させた場合の $\bar{\omega}_a, \zeta_a$ の最適値を示す。 ζ_a の変化は小さく、 $\bar{\omega}_a$ は $\bar{\omega}_0$ とともに増加し一定値に漸近するが、 μ_c が小さいほど小さい $\bar{\omega}_0$ で漸近した漸近した値は小さくなる。次に動吸振器の効果

を確認するため $\bar{\alpha}=0.01, \bar{f}=0.3, \bar{\omega}_0=1.5, \zeta_0=0, \mu_c=0.2, \bar{L}_c=1.0$ の場合について、はり先端変位 $\bar{\theta} + (\bar{w})_{\eta=1}$ の振動波形を調べた。図 5 は動吸振器を最適に調整して ($\mu_a=0.1, \bar{\omega}_a=0.639, \zeta_a=0.447$) 取付け、パルスを連続入力した場合の振動波形を示し、図 5 (a) は一次成分の固有周期に比べ充分長い時間間隔 $\Delta t \omega_0 / 2\pi = 20$ でパルスを入力した場合、図 5 (b) はパルス間隔を一次成分の固有周期と同間隔 $\Delta t \omega_0 / 2\pi = 1.45$ で入力した場合である。図 5 (b) では共振振動数で強制振動した場合と似た挙動を示し振幅一定の振動が続く。さらにパルス入力間隔を短くして一次成分の固有周期の 1/10 で連続入力すると図 6 のようになり、図 6 (a) は動吸振器を取付けた場合、図 6 (b) は動吸振器を取付けない場合である。図 6 (b) の場合には振動が続くが、図 6 (a) の場合には時間とともに減衰し、パルスが連続入力した場合にも動吸振器の制振効果が得られていることがわかる。

4. 実験

4.1 実験装置 図 7 は実験装置の概略を示す。①はステップモータであり、日本パルスモータ(株)製のステップ角 1.8° 、最大静止トルク $2.94 \times 10^7 \text{ dyn}\cdot\text{cm}$ のハイブリッド形五相ステップモータを用いた。②は張出し部の長さ 252 mm、幅 50 mm、厚さ 2 mm、質量 64.89 g のアルミニウム板製のはりであり、一端をステップモータに取付けられ他端から 7 mm の位置には④の集中質量と⑤の動吸振器がボルト締めされている。はり取付ジグ③の幅は 50 mm であり、これは図 1 の解析モデルにおける回転軸半径 a の 2 倍に相当する。ステップモータにパルスを入力してはりを回転させ、はりの変位を⑥、⑦の光学式変位センサ、コントローラ、ひずみを⑧、⑨のひずみゲージ、動ひずみ

図 5 はり先端変位振動波形

図 6 はり先端変位振動波形

図 7 実験装置概略図

計で、また軸の回転角を⑩のポテンショメータで読取る。これらの信号を⑪のシグナルメモリーでA/D変換して一度記憶させてから⑫のマイクロコンピュータに読取らせて解析する。マイクロコンピュータに入力されたステップ応答は一般に多数の振動成分を含み、複雑に変動する波となるが、これをプロニーの方法⁽⁸⁾を用いて指数関数的に減衰する粘性減衰波に分離すると各成分波の固有振動数、対数減衰率が得られる。動吸振器の詳細を図8に示す。①は長さ110 mm、厚さ0.2 mm、幅10 mmのリン青銅板、②は厚さ2 mm、幅4 mmのウレタンゴム〔三進興産(株)製ソルボセイン〕であり、これらの三層合せばり部分がばね K_a とダッシュポット C_a の作用をする。また③は動吸振器質量 m_a であり、ボルトに付加質量を取付けることにより m_a を変化させることができる。④は動吸振器取付具であり、④の質量 $m_c=30.4$ gが集中質量である。以上より無次元量 $\bar{\alpha}=0.099$, $\bar{L}_c=0.972$, $\mu_c=0.469$ となる。

4.2 ステップモータおよび動吸振器諸元の測定

ステップモータの磁気力を回転ばねで置き換えた場合のばね定数 K_θ および回転軸の慣性モーメント J を以下の手順で求めた。すなわち慣性モーメント J' の剛体

を回転軸に取付け、ステップモータを励磁した状態で自由振動させた場合は一自由度の回転振動と考えることができる。種々の J' について固有振動数 $f=\sqrt{K_\theta/(J'+J)}/2\pi$ を求めると、最小二乗法により K_θ, J が得られ、 $K_\theta=4.49\times 10^8$ dyn·cm/rad, $J=3.76\times 10^3$ g·cm²となった。これより無次元量 $\bar{\omega}_\theta=1.76$, $\bar{J}=0.247$ となる。なお振動数を無次元する際に用いる ω_0 は先端に集中質量 m_c を有する片持ばりの一次固有角振動数であるが、実測の結果 $f_0=\omega_0/2\pi=14.6$ Hzである。また本実験で用いたはり-集中質量系の慣性モーメントと同じ大きさの J' を用いて自由振動させた場合の対数減衰率より $\zeta_\theta=0.016$ が得られた。次に動吸

図8 動吸振器詳細図

● $\mu_a=0.140$; $\Delta \mu_a=0.182$
 ○ $\mu_a=0.245$; $\times \mu_a=0.329$

図9 $\bar{\omega}_a, \zeta_a$ と動吸振器質量
 取付位置 L_a の関係

図10 対数減衰率、固有振動数と
 $\bar{\omega}_a$ の関係 ($\mu_a=0.140$)

図11 対数減衰率、固有振動数と
 $\bar{\omega}_a$ の関係 ($\mu_a=0.245$)

図 12 軸回転角の振動波形

図 13 はり表面曲げひずみの振動波形

振器単体を基礎に固定した場合を一自由度振動系とみなし、自由振動させた場合の減衰固有角振動数、対数減衰率から動吸振器諸元 $\bar{\omega}_a, \zeta_a$ を求めた。図 9 は図 8 の動吸振器質量 m_a の取付位置 L_a を種々に変化させて $\bar{\omega}_a, \zeta_a$ を測定した結果を示す。 $\bar{\omega}_a$ は L_a とともに減少し、 ζ_a は L_a とともに増加するものの変化の割合は小さい。したがって本動吸振器は L_a を変えることによって $\bar{\omega}_a$ の調整を行うことができるが、 ζ_a はほぼ一定値 $\zeta_a=0.15$ である。

4.3 実験結果 数値計算で明らかにされたように動吸振器を最適調整するためには $\bar{\omega}_a$ と ζ_a を調整する必要があるが、本実験では ζ_a を任意に変化させるのは困難であるので $\bar{\omega}_a$ のみを変化させた場合の特性を調べた。図 10, 11 はステップモータを 1 パルス駆動した場合の残留振動の一次、二次成分の対数減衰率および固有振動数を種々の $\bar{\omega}_a$ について求めた実験および理論結果を示し、それぞれ $\mu_a=0.140, 0.245$ の場合である。対数減衰率の理論値と実験値とはおおむね一致しているが、実験結果のほうが大きめになっている。これは空気抵抗などの影響によるものと考えられる。固有振動数は理論値と実験値とがよく一致している。次に振動波形を調べてみた。本研究でははり先端変位の振動を抑えることを目的としているが、測定装置の制約のため、はり先端の変位を直接測定することは困難である。そこで回転軸の回転角およびはりのひ

ずみを測定した。はりの厚さを h とした場合、はり表面の曲げひずみ ε は $2\varepsilon=h \cdot d^2w/dx^2$ で与えられる。ここで $\bar{h}=h/L$ とし式(10), (11)を考慮すると、 $2\varepsilon=\bar{h}(1+\bar{\alpha})\theta_s \cdot d^2\bar{w}_R/d\eta^2$ となり理論値が得られる。図 12 に動吸振器を取付けない場合の一次固有周期の 1/10 のパルス間隔で 17 パルス連続入力した場合の回転軸の回転角の振動波形を、図 12(a)動吸振器を取付けた場合、図 12(b)動吸振器を取付けない場合、について得られた実験および理論結果を示す。なお動吸振器は $\mu_a=0.245, \bar{\omega}_a=0.533$ であり、図 11 で二つの振動成分の対数減衰率が等しくなる所に調整したものである。図 13 は同様にひずみの振動波形を示す。ひずみの測定位置は $x=15 \text{ mm} (\bar{x}=0.06)$ である。図 12, 13 より回転角、ひずみの振動波形とも動吸振器を取付けることにより振動が抑えられることがわかり、また理論値と実験値が一致しているのがわかる。したがってはり先端の変位も理論値と実験値は一致していると考えられる。なお振動波形には高次成分も観測されるが、振幅が小さくすぐ減衰していることがわかる。

5. 結 言

ステップモータで駆動されるはりの振動を抑えるため、動吸振器を用いた場合の効果について検討した。得られた結果を要約すると以下になる。

- (1) 動吸振器の最適調整は、ステップモータを 1

パルス駆動した場合の残留振動成分のうち、振幅の大きい二つの成分の対数減衰率が等しくかつ最も大きくなるようにして行う。

(2) 連続パルス入力の場合にも制振効果が得られた。

(3) 粘弾性材合せばりを利用した動吸振器を作製して実験を行い、理論結果と一致することを確認した。なお本動吸振器では減衰比を任意に調整することは困難なため、ばね定数比のみを最適に調整したが、良好な制振効果が得られた。

最後に、この研究を遂行するに当たり熱心な協力をいただいた本校卒業生 小田益男氏、立山隆一氏、事

務官 杉浦敦宏氏に深く感謝の意を表します。

文 献

- (1) 小島・池田, 電論, 104-4 B (1984), 225.
- (2) 小島・池田・長屋, 機論, 51-462, C (1985), 272.
- (3) 福田, 機論, 51-468, C (1985), 2140.
- (4) 田原・長南, 機論, 54-498, C (1987), 363.
- (5) Haringx, J. A., *Philips, Res. Rep.*, 4 (1949), 266.
- (6) 神谷・高野, 精密機械, 43-9 (1977), 1075.
- (7) 山口, 機論, 54-499, C (1988), 561.
- (8) 長松, モード解析, (1985), 130, 培風館.
- (9) B. A. フィンレイソン (鷲津・ほか 3 名訳), 重みつき残差法と変分原理, (1979), 209-223, 培風館.
- (10) Y. C. ファン (大橋・ほか 3 名訳), 固体の力学/理論, (1974), 345-346, 培風館.

討 論

〔質問〕 小 島 宏 行〔群馬大学工学部〕

新しい動吸振器の応用について、実験と理論の両面からその有効性を実証されていることに敬意を表す。ついては、以下の点についてお教え願いたい。

(1) 貴研究においては、ステップモータの励磁方法について述べられていないように思われるが、励磁方法が系の動的挙動に及ぼす影響を、お教え願いたい。

(2) 減速機構を用いることにより、ステップモータをより効率的に駆動し、負荷側の振動も低減できるものと思われるが、いかがか。

(3) ステップモータがより高速で駆動されると、巻き線のインダクタンスの影響が無視し得なくなると思われる。このような意味で、貴解析法に回転速度に対する適用範囲が存在するのか。

〔回答〕 (1) 本実験で使用した五相ステップモータは二、三相励磁方式で一相当たりの電流は 3.3 A であり、駆動回路はチョッパ方式の定電流駆動である。なお本研究では静止トルクの実測値からトルク特性を線形近似しており、励磁方式による影響については特に検討しなかった。

(2) 減速機構を用いれば減速比に比例して出力軸の駆動トルクは大きくなり、また単位パルス当たりの回転角は小さくなる。したがって連続パルス入力の途中では回転が滑らかになるため、ご指摘のように振動も低減すると思われる。しかしながら駆動開始、停止時にはアームの弾性振動のため残留振動は低減されないと考えられる。

(3) ご指摘のようにインダクタンスの影響により巻き線の電流の立上りが遅くなるため、高速でのトル

クは減少すると考えられるが、本解析では回転速度にかかわらず静止トルクを用いてトルク特性を表している。したがって回転速度が増加してトルクが減少した場合には本解析は適用できないと考えられる。本解析の適用限界およびステップモータの脱出特性を詳細に検討するためには機械系の運動方程式と電気系の運動方程式を連立させて取扱う必要がある。なお実用上動吸振器を設置する際には、本解析法で動吸振器の基本設計を行い、応答波形を実測しながら微調整を行えば十分であると思われる。

〔質問〕 長 南 征 二〔東北大学工学部〕

貴解析ではアームの先端に吸振器を取付けているが、先端の付加質量が大きいほどアーム駆動時に残留振動が大きく現れる。このことを考えると、吸振器を内側に取付け、その状態でパラメータの最適調整を行ったほうがより効果的であるように思えるが、いかがか。

〔回答〕 動吸振器はアーム先端のように振幅が大きい場所に取付けた場合に最も効果が大きいため、小形、軽量の動吸振器で十分な制振効果が得られる。したがってアーム内側のように振幅の小さい場所ではあまり制振効果は得られないと考えられる。また本実験を行った範囲内では付加質量を取付けることによって振幅が目立って大きくなることはなかった。なお本実験では集中質量 $m_c = 30.4 \text{ g}$ が動吸振器取付具であり、アームの質量 $m_b = 64.89 \text{ g}$ に対して比較的大きい値となっているが、もっと小さく作ることも容易であり、また動吸振器質量 m_a を小さくすることも可能である。