あらさを有する面と滑らかな面との 接触における垂直剛性*

山田 昭夫*¹, 角 張 毅*¹
糸山 浩之*², 狩野 正樹*¹

Normal Stiffness on the Contact of a Rough Surface with a Smooth Surface

Akio YAMADA, Takeshi KAKUBARI,
Hiroyuki ITOYAMA, and Masaki KANOH

This paper describes the contact stiffness between the surface of some materials of different rough and a smooth surfaces. First, the experiments were conducted to investigate the relation between displacements and loads of steel balls from the elastic region to the plastic region of the contact pressure. Second, the experimental equation between the displacements and the loads was expressed by using the experimental results. Finally, the contact stiffness of the roughness was estimated by using the equation. When analyzing the contact of the rough surface with the smooth surface, the state of the contact on the asperities was divided into two parts: the plastic and the elastic region.

Key Words: Roughness, Normal Stiffness, Contact, Elastic Recovery, Fixing Element

1. 緒 言

機械の高精度化, 高速化などの要求を満たすには, 機械構造物の静・動特性を解明しなければならない。しかし, 機械には種々の結合部があり, その静・動特性の解析は困難を極めている。たとえば, FEM(有限要素法)で, 機械構造物の全体剛性マトリックスを作成する場合, その中に含まれる結合部の部分剛性マトリックスは現在作成することは困難である。そこで本論文では, 結合部の中で, ボルト結合部の特性解明の基礎となる, あらさを有する面と滑らかな面との接触からなる, 金属結合部の垂直方向の変形特性を推定し良い結果を得たので報告する。

2. 実験装置および実験方法

実験は, 初めにあらさ面の変形特性を推定する基礎となる球の塑性域までの荷重と変形量の関係を調べ, 次にあらさ面の荷重と変形量の関係を調べている。

図1には実験装置の全体図を示す。①は釣合いのお

もりで, ②の水タンクの水量を調整して, ③のロードセルに作用する垂直荷重を変化させる。④の部分が球およびあらさ面に負荷される部分である。球の荷重と変形量の関係, 粗さ面の荷重と変形量の関係をそれぞれ調べる実験装置すなわち図1の④の部分の詳細が図2, 3に示されている。それらの図において⑤のBody Bの平面は, 焼入れをし研磨をしたSKD-11を用いている。図2の球は焼入れをしていないSWRM-10の軟鋼で, 半径は1.58, 1.98, 2.38 mmの3種類を用いている。図3のあらさ面は焼入れをしていないS45C, S25C, SGD-3, 球状黒鉛鋳鉄, ミーハナイト鋳鉄にそれぞれ異なる3種類のあらさをを用いている。図2, 3に示してある①のテストピース(球あるいはあらさ面)への荷重は②のロードセルを介して垂直方向に静的に加え, ③の非接触変位計を用いて, ④のターゲットとの距離を測定して変形量としている。図4には実験方法が示してある。垂直荷重を規定値まで負荷し(A → B), 変形が十分落ち着いた後, 除荷をする(B → C)。そして, 次の規定値まで負荷して(C → B' → B''), 再び除荷する(B'' → C')。以後, これを繰り返す。

3. 球と平面の接触変形の実験式

(1) 負荷過程 負荷時(図4のA → B)で弾性

* 平成元年4月4日 第66期通常総会講演会において講演, 原稿受付 昭和63年11月18日。

*¹ 正員, 東京理科大学工学部(〒162 東京都新宿区神楽坂1-3)。

*² 東京理科大学大学院。

図 1 実験装置の概略図

変形領域 ($\delta \leq \delta_{cr}$, δ_{cr} : 弾性変形限度) における接触圧分布 $P(r)$ は, Hertz の弾性理論⁽¹⁾ より, 図5 のようになる。このときの荷重 W と接触圧 $P(r)$ は式(1) のようになり, 球の変形量 δ と荷重 W との関係式は式(2) となる。

$$P(r) = \frac{3W}{2\pi a^2} \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)^{1/2} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$W = \frac{4}{3} E' \beta^{1/2} \delta^{3/2} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで, a : 接触円半径, E : 縦弾性係数

ν : ポアソン比, β : 球の曲率半径, δ : 変形量

弾塑性変形領域にはいると, 弾性時より少ない接触圧増分で変形が進み, Hertz の理論を満たさなくなると考えられる。そこで, 塑性変形が始まる接触圧をマイクロビッカース硬さの値 P_m とし, P_m を超えた領域では図6 に示すようになると考え, そのときの接触圧 $P^*(r)$ を式(3) のように仮定する。

$$P^*(r) = K \{P(r) - P_m\} + P_m \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで, K : 補正係数

これらを考慮すると, 荷重 W と変形量 δ との関係は式(4) となる。

$$W = K \left\{ \frac{\pi^3 P_m^3 \beta^2}{12 E'} + \frac{4}{3} E' \beta^{1/2} \delta^{3/2} - P_m \beta \delta - \frac{\pi^3 P_m^3 \beta^2}{12 E'} + \pi P_m \beta \delta \right\} \quad \dots\dots\dots (4)$$

そこで, 球の実験より荷重と変形量との関係を調べ, その実験値と一致するように補正係数 K の式をたてる。

(2) 永久変形 弾性限度以上負荷し, その後除荷すると永久変形が残る。そこで, 図7 の変形量を永久変形量 δ_p とすれば, その時の接触面積 πa^2 は永久変形量 δ_p を用いると, 幾何学的関係よりは $\pi a^2 =$

図 2 実験装置詳細図(球)

図 3 実験装置詳細図(あらさ)

図 4 荷重と変位の説明図

図 5 ヘルツの接触圧

図 6 弾塑性の接触圧

$2\pi\beta\delta_p$ となり、荷重 W_p との関係は式(5)になる。

$$W_p = 2\pi\beta H_p \delta_p \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 H_p については5章で述べる。

しかし、負荷時の垂直荷重 W が塑性開始時の荷重 W_0 となるまでは、 δ_p は零と考えられるので、荷重 W と永久変形量の関係は式(6)となる。

$$W = 2\pi\beta H_p \delta_p + W_0 \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 $W_0 = (\pi^3 P_m^3 / 6E')\beta^2$

また、式(6)に含まれる H_p は実験値と一致するように式を立てる。

(3) 除荷過程 除荷時(図4に示すB→C)は、永久変形によって生じた新たな曲率半径 β_n の球が弾性変形するのと等価であると仮定する。この半径 β_n は Hertz の理論より、弾性回復量 δ_{en} から、式(7)のようになる。

$$\beta_n = \left(\frac{3}{4} \delta_{en}^{-\frac{3}{2}} \frac{W}{E'} \right)^2 \quad \dots\dots\dots (7)$$

4. あらし面と平面との

接触変形理論

あらし表面の突起の先端を球冠と仮定し、その球冠について、以上までの結果を適用し、以下にその解析方法を示す。あらし突起の高さを h_i とする。

(1) 負荷過程 任意の高さ h_0 まで平面を押し付けた時、突起の高さの違いによって変形を分類し、押付け荷重を求める。そのときの単位面積当たりの押付け荷重 P_u は式(8)になる。

$$P_u = n \int_{h_0}^{h_{\max}} N(h_i, h_0) \phi(h_i) dh_i \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$N(h_i, h_0) = \begin{cases} \text{式(2)} & h_0 \leq h_i \leq h_0 + \delta_{cr} \\ \text{式(4)} & h_0 + \delta_{cr} \leq h_i \leq h_{\max} \end{cases}$$

ここで、 $\delta = \delta_i = h_i - h_0$ 、 δ_{cr} : 弾性変形限度、 $\phi(h_i)$: あらし突起の確率密度関数、 n : 単位面積当たりの突起数、 $h_{\max}$: あらし突起の最大高さ

ただし、式(2)、(4)で $\delta = \delta_i = h_i - h_0$

(2) 除荷過程 永久変形量 $\delta_p(h_i)$ は、式(6)より数値計算で求める。

除荷時の高さ $F(h_i)$ は、式(9)になる。

$$F(h_i) = \begin{cases} h_i & (h_0 \leq h_i \leq h_0 + \delta_{cr}) \\ h_i - \delta_p(h_i) & (h_0 + \delta_{cr} \leq h_i \leq h_{\max}) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (9)$$

また、突起の高さ h_i より、除荷時の曲率半径 $\beta_n(h_i)$ は次のように分類される。

$$\beta(h_i) = \begin{cases} \beta & (h_0 \leq h_i \leq h_0 + \delta_{cr}) \\ \beta_n(h_i) & (h_0 + \delta_{cr} \leq h_i \leq h_{\max}) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここで、 β_n は式(7)より次式になる。

$$\beta_n = \left\{ \frac{3N(h_i, h_0)}{4E'} \{F(h_i) - h_0\}^{-\frac{3}{2}} \right\}^2 \quad \dots\dots\dots (11)$$

ただし、 $N(h_i, h_0)$ は突起が塑性変形しているときの突起一つの受ける荷重である。

高さ $F(h_n)$ まで平面に戻ったときの単位面積当たりの荷重 P_j は式(12)になる。

$$P_j = n \int_{h_{nj}}^{h_{\max}} N \phi(h_i) dh_i \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$N = N(\beta_n(h_i), F(h_i), F(h_{nj})) = \text{式(2)}$$

ただし、 $\delta = \delta_j = F(h_i) - F(h_{nj})$

図7 球の変形状態

図8 補正係数と変形量の関係 ($\beta = 1.98 \text{ mm}$)

図9 H_p と永久変形量の関係 ($\beta = 1.98 \text{ mm}$)

以上では突起部の垂直変形のみを扱ったが、結合面の相対変位を考えると母材の変形も考慮に入れる必要がある。この場合、母材を半無限体として両母材の変位 $d_1 + d_2 = d$ と両物体の垂直方向の相対変位 α とから $d + \alpha = h_0$ の関係になる。突起の変形は塑性的であり、母材の変形は弾性的であっても両者を個々に計算するのではなく、突起の変形と母材の変形を連成させながら繰返し計算で結合部の変位を求める。この数値計算法は既報⁽²⁾のフローチャートに示してある。また、あらさの垂直剛性 G は式(13)より得ることができる。

$$G = W/\delta \dots\dots\dots (13)$$

5. 実験結果および考察

球の実験値と理論値が一致するように補正係数 K の式を導く際、次の条件を満たすことが必要である。

(1) δ が $0 \leq \delta < \delta_{cr}$ の範囲にあるときには、 $K=1$ である。

(2) K は $0 < K < 1$ の範囲にあり、 $\delta = \delta_{cr}$ で $K=1$ 、 $\delta < \delta_{cr}$ で $K=0$

(3) K は無次元量

以上の条件を満たす補正係数 K は、球の実験結果から次式のようにになる。

$$K = \left\{ \begin{array}{ll} 1 & 0 \leq \delta_i < \delta_{cr} \\ \frac{1}{0.413 \left(\frac{\delta_i - \delta_{cr}}{\beta} \right)^{0.235} + 1} & \delta_{cr} \leq \delta_i \end{array} \right\}^{10} \dots\dots\dots (14)$$

一方、 H_P は硬さを表していると考えられ、球の表面層は加工硬化を受けて硬度は高いが、球の内部にいくに従って柔らかくなる。以上のことを考慮して H_P

は次の条件を満たすことが必要と考えられる。

(1) 永久変形量 δ_P が増すほど(荷重が高くなるほど) H_P は減少する。

(2) 未知数 H_P は δ_P が大きくなると P_m (ビッカース硬さ) に近づく。

(3) H_P は圧力の次元である。

以上の条件を満たすものとして次式が考えられる。

$$H_P = P_m \{1 + R(\delta_P/\beta)^S\}$$

定数 R, S は球の実験より最小二乗法を用いて求め、次式になる。

$$H_P = P_m \{1 + \text{Log}(1.06 - 0.0426\beta/2.38E - 3) \times (\delta_P/\beta)^{0.424}\} \dots\dots\dots (15)$$

これらの式(14)、(15)の K および H_P と実験値との近似状態を示したのが図8、9である。代表例として半径 $\beta = 1.98 \text{ mm}$ の場合について示した。○印が実験値、実線が式(14)、(15)の理論値である。

表 1 あらさの特性値

		$n \times 10$ pieces /mm ²	β μ mm	hmax μ mm	σ μ mm	ϵ
S45C	A-1	548	12.2	12.9	4.07	0.9998
	A-2	289	12.3	22.8	6.04	0.9998
	A-3	306	12.5	38.5	8.03	0.9998
S25C	B-1	540	11.4	14.5	3.97	0.9998
	B-2	293	12.3	32.4	7.29	0.9998
	B-3	248	12.5	33.8	8.56	0.9998
SGD -3	C-1	497	13.9	14.5	3.02	0.9998
	C-2	277	11.7	33.1	7.29	0.9998
	C-3	245	14.1	34.4	8.21	0.9998
球状 黒鉛 鋳鉄	D-1	779	9.78	17.9	5.73	0.9998
	D-2	526	9.72	28.2	6.97	0.9998
	D-3	331	10.1	32.2	8.76	0.9998
ミーハ ナイト 鋳鉄	E-1	734	10.2	11.8	2.97	0.9998
	E-2	417	9.17	31.2	9.47	0.9998
	E-3	385	10.7	33.4	9.84	0.9998

図 10 荷重と変形量の関係 ($\beta = 1.98 \text{ mm}$)

図 11 荷重と等価曲率半径の関係 ($\beta = 1.98 \text{ mm}$)

また、それらを用いて荷重 W と変形量 δ の関係を示したのが図 10 である。○印が負荷および除荷の実験値、□印が永久変形量の実験値、実線が負荷時の理論値、一点鎖線が除荷時の理論値、破線が永久変形量の理論値を示す。他の径の球についても同様に良く一致している。

一方等価曲率半径 β_n は荷重とともに増加傾向を示すはずである。その状態を示したのが図 11 である。○印が実験値より求めた曲率半径、実線が理論値であり、曲率半径 β_n と荷重 W はそれぞれ初期の曲率半径 β と塑性開始時の荷重 W_0 で除して無次元化している。実験値理論値とも増加傾向を示し、一致しているので合理的であると考えられる。

あらさの解析値を表 1 に示す。表 1 で ε は正規分布よりの偏りを表す係数⁽³⁾である。各材質 A, B, C, D, E ととも 1, 2, 3 の順に最大突起高さ $k_{\max}$ 、標準偏差 σ が大きくなっていることがわかる。

本研究の目的である垂直方向の剛性を求めるには除

荷時の荷重と弾性変形量の関係を知ることが必要である。既報のフローチャートに従って計算をし、その関係を示したのが図 12, 13 である。ここでは代表例として、S 45 C とミーハナイト鋳鉄について示している。

図 14 荷重と剛性の関係(S 45 C)

図 12 除荷過程の荷重と変形量の関係(S 45 C)

図 15 荷重と剛性の関係(S 25 C)

図 13 除荷過程の荷重と変形量の関係(ミーハナイト鋳鉄)

図 16 荷重と剛性の関係(SGD-3)

図 17 荷重と剛性の関係(球状黒鉛鋳鉄)

図 18 荷重と剛性の関係(ミーハナイト鋳鉄)

○印が実験値、実線が理論値である。良く一致していることを示している。

図 14~18 がおのおのの材質のあらし面に対する垂直剛性 G と荷重 W の関係を示している。それらは、荷重を増すと剛性が増すことを示しており、いずれの材質も理論値と実験値が良く一致していることがわかる。また、どの材質も最大高さ $h_{\max}$ 、標準偏差 σ が小さいほど、また個数 n が多いほど剛性が高くなっていることがわかる。

6. 結 言

本研究の解析により次のことが判明した。

(1) 球の荷重と変形量の関係より求めた実用式を用い、さらに母材の変形を考慮することにより、あらしを有する面と滑らかな面との接触における垂直剛性を求められることが明らかとなった。

(2) ヤング率、ポアソン比、あらしの各値、マイ

クロビッカース硬さなどにより、接触面の垂直剛性が異なることが判明した。

(3) あらしの解析値としては、 $h_{\max}$ 、 σ が小さいほど、また n が大きいほど結合部の垂直剛性が高くなる傾向がある。

(4) 結合面の高いあらし突起は負荷過程で塑性変形を受けるため、永久変形量だけ高さが減少し同時に突起先端の曲率半径は増加する。そのため除荷過程では弾性変形することが明らかとなった。

(5) 本研究で立てた実用式は、一般機械構造物に用いられる鋳鉄にも適用可能である。

文 献

- (1) Czichos, H., *Tribology*, (1978), 49, Elsevier.
- (2) 狩野・ほか 3 名, 機論, 51-463, C(1985), 606.
- (3) 奈良, 計量研報告, 15-4(1966), 298.