せん断流における油中気泡の発生・成長機構*

飯 田 精 一*1

The Effect of Shear Rate on the Generation and Growth
of Bubbles in the Flow of Lubricating Oil

Seiichi IIDA

The effect of shear rate on the inception of gaseous cavitation in a low Reynolds number flow is studied. An experiment is carried out using a two-cylinder apparatus and paraffinic base oil with air dissolved in it as a test fluid. With a low shear rate, the observed inception time is considerably later than the time obtained in a calculation considering only the floating bubbles in the fluid. This fact can be explained by taking into account the slower growth speed of small nucleus attached to the wall, which results from the resistance encountered when the air passes across the interface of the bubbles. It is supposed that when the shear rate of flow becomes high, this resistance suddenly decreases. By considering the behavior of adsorbed substances at the interface, the author arrives at a nondimensional parameter determining the shear rate and the size of the bubbles when the sudden change in resistance occurs.

Key Words: Lubrication, Oil, Bubbles, Cavitation, Shear Flow, Diffusion, Resistance, Interface, Adsorbed Substance

1. は じ め に

回転機械のすべり軸受の中での潤滑油からの発泡、プラスチック押出機での溶融樹脂からの溶解空気の析出発泡などの現象は、せん断流れの中での発泡現象である。本報では、このような気体性キャビテーションの初生時間を支配する気泡まわりの物質移動係数について、壁面付着気泡と浮遊気泡のそれぞれに対してせん断速度の影響を検討する。いずれの場合も界面の吸着物質が重要な役割をもつと推定される。本報の結論は、空気を溶解した基油を用いて行った実験結果を説明するための理論的検討により得られたものである。

2. 記 号

$$a = a_0 T/T_0$$

a_0 : 空気体積標準状態換算空気溶解度(体積比率)

c : 試料油中の溶解空気濃度

c_i : 気泡の界面における c

c_∞ : 気泡から遠方点での c

$$C: \text{無次元濃度} = (c - c_\infty)/(c_i - c_\infty)$$

$C^{(i)}$: 吸着物質の界面濃度

$C_e^{(i)}$: $G=0$ のときの $C^{(i)}$

$C_l^{(i)}$: 遷移点での $C^{(i)}$

C_r : 半径すきま

d : 気泡半径 $= 2R$

D : 試料油中の溶解空気の拡散係数

Eo' : 修正された Eotvos 数

Eo'_c : せん断流での Eo'

E_c : 式(19)

G : せん断速度 $= du/dy$

g : 重力の加速度 $= 9.80665 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

k : 物質移動係数

k_H : ヘンリー係数

$$k' = \frac{R_1}{a\tau_1}$$

N : 回転数または物質移動量

p : 圧力

p_0 : 大気圧 $= 101.325 \text{ kPa}$

p_1 : 減圧後圧力

p_r : 減圧圧力比 $= p_1/p_0$

Pe : ペクレ数 $= 2R^2 G/D$

R : 気泡半径

R_0 : 気泡核相当半径

* 平成元年4月5日 第66期通常総会講演会において講演、原稿受付 昭和63年9月5日。

*1 正員、三菱重工業(株)高砂研究所(〒676 高砂市荒井町新浜2-1-1)。

R_1 : 初生気泡半径 = 75 μm
 R_{eq} : 平衡気泡半径
 R_t : 遷移点における気泡半径
 Sh : シャーウッド数 = $2Rk/D$
 Sh' : $2R_1k'/D$
 t : 時間
 t_1 : 気泡初生時間
 T : 温度
 $T_0 = 273.15 \text{ K}$
 U : 静止液体中の気泡上昇速度
 δ : 界面厚さ
 Δp : 圧力差
 $\Delta \rho$: 密度差 = $\rho_l - \rho$
 $\Delta \sigma'$: 表面張力差
 η : 粘度
 λ : 等価粘度比
 ρ : 気体密度
 ρ_l : 液体密度
 σ : 表面張力
 σ_B : 引張強さ
 σ_p : 吸着物質の汚染のないときの σ
 τ : 代表時間 = $\left[\frac{1}{p_r} - 1 \right] t$
 τ_1 : 初生代表時間 [式(1)]
 τ_t : 遷移点の τ
 τ_0 : 遷移点から初生点までの τ
 $\psi(x, y)$: 流れ関数
 Ω_i : 界面の物質透過抵抗

3. 実 験

せん断流れ中の気泡の初生時間と圧力との関係を調べるために、二円筒形実験装置を用いて実験を行った。気泡の初生を観察しやすいように鋼の表面を黒染め処理した内側円筒を回転し、静止したアクリル製の外側円筒の外側から両円筒間のすきまにおける気泡の初生を観察した。せん断を受ける試料液体として、大気圧・常温で空気を飽和溶解しているパラフィン系基油 VG 22 (温度 40°C で粘度 23.92 mm²/s, 100°C で、4.519 mm²/s; $\alpha_0 = 0.157$) を用いた。気泡発生実験は、実験装置内の圧力を大気圧 p_0 から、実験条件として定めたある圧力差 Δp_1 だけステップ状に減圧し、減圧時点から気泡初生までの時間 t_1 を測定した。 $p_1 = p_0 - \Delta p_1$ と t_1 の関係を無次元数を用いて整理した。

3.1 装置および実験方法 装置の仕様を表 1 に示す。実験装置本体の組立図を図 1 に、配管系統図を図 2 に示す。

内側円筒 (ロータ) を駆動する誘導電動機の電源にはインバータ電源を用いて、回転数を可変とした。試験部のすきま寸法 C_r の変更は、外側円筒の交換によった。

配管系統は、試料油系統、空気系統、冷却油・シール油系統から成る。実験時には、試料油を実験装置本体に充てんし、自由液面がほぼ垂直に配置したビニール管のほぼ中央の高さにくるようにした。実験装置内の圧力の制御は、自由液面の上の空気圧によって行い、電磁弁 SV 1 の操作によってステップ状に減圧した。①電磁弁 SV 1 により、実験装置を大気に導通させ実験装置内圧力を大気圧にしておく。②このとき同時に、空気タンク TK 2 内の圧力を真空ポンプを用いて、実験条件のステップ減圧後の圧力にしておく。③電磁弁 SV 1 により実験装置と空気タンク TK 2 とを導通させることにより、実験装置内圧力をステップ状に減圧させた。本装置において、圧力変化の時定数の測定値は約 0.7 秒であった。実験データとしては、減圧開始後、気泡発生までの時間が約 1.7 秒以上のものを採用した。

冷却油およびシール油には、試料油と同じ油を用いた。しかし、試料油とは分離された別の系統とした。

内側円筒の表面温度を埋込熱電対 (CA) により計測した。圧力計測には、圧力ヘッドと動ひずみ計を用い、圧力の取り出し口は、内側円筒側面の油だまりの部分で装置の外周部とした。回転数の計測は、光学的な回転計によった。

気泡の初生観察のために強力なストロボライトを用いた。外側円筒の外側から肉眼にて気泡初生時点を判定し、ストップウォッチを用いて気泡初生時間 t_1 を測定した。本研究の場合、初生気泡直径 $2R_1 = 0.15 \text{ mm}$ とした。

3.2 実験条件 実験条件は、表 2 に記載の半径すきま C_r 、回転数 N 、減圧圧力 Δp_1 から選択した。

実験終了後、多くの場合実験に使用した試料油を再

表 1 実験装置の仕様

(1) Type : Two Cylinder Type	
(With rotating inner cylinder and non-rotating outer cylinder)	
(2) Main Dimensions	
Diameter of inner cylinder	40 mm
Length of inner cylinder	50 mm
Radial clearance	160, 250, 400 μm
(3) Maximum Rotating Speed	4000 rpm
(4) Maximum Shear Rate	$4.2 \times 10^4 \text{ s}^{-1}$

使用した。試料油を再使用する場合、気泡初生時間測定後、内側円筒を回転した状態で、実験装置内圧力を約 50 kPa (約 0.5 kgf/cm²) ゲージに約 5 分間加圧して、試料油から析出した空気を再び試料油中に溶解させて、次の試験に同じ試料油を使用した。なお、場合によっては、新しい試料油に交換することを行った。

3・3 実験結果 減圧後圧力 p_1 のみを変えて、半径すきま C_r 、回転数 N など他の条件を変えない一連の実験結果の気泡初生時間 t_1 が、圧力 p_1 と式(1)で示される関数関係にあることを用いて、一連の実験結果を最小二乗法により、一つの代表初生時間 τ_1 にまとめた (4・1 節)。

$$\tau_1 = t_1 \times \left(\frac{p_0}{p_1} - 1 \right) \quad \dots\dots\dots (1)$$

図 3 に圧力 p_1 のみを変えたときの一連の実験結果例を示す。

次に、横軸に気泡初生時のペクレ数 Pe 、縦軸に無次元数 Sh' (記号表参照) をとって実験結果を両対数グラフにプロットした。その結果を図 4 に示す。

Pe 数と Sh' との関係は、ほぼ直線にのることがわかる。直線のこう配は、浮遊気泡の成長時間の理論式から予測される値よりも大きい。ペクレ数 Pe の小さい場合、この予測に比べて気泡の初生時間 t_1 は大きく、無次元数 Sh' は小さい。

表 2 実験条件

Radial clearance C_r	= 160, 250, 400 μm
Rotating speed N	= 2000 ~ 4000 rpm
Reduction in pressure Δp_1	$\approx 10 \sim 31.5 \text{ kPa}$ (0.102 ~ 0.321 kgf/cm ²)
Temperature T	= 38 ~ 55°C

4. 理 論

4・1 気泡の空気量の収支 気泡の周囲の溶液から気体が析出し気泡が成長するときの気体質量の収支は、次式で表される。

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{4}{3} \pi R^3 \rho \right) = 4 \pi R^2 k (c_\infty - c_i) \quad \dots\dots\dots (2)$$

圧力がステップ状に変化した後の R の変化を考える。流体圧力 p 、温度が一定であるから、 $\rho = \rho_0 (p + 2\sigma/R)/p_0$ 。したがって、上式より次式を得る。

$$\frac{dR}{dt} = \frac{k(c_\infty - c_i)}{p + 4\sigma/(3R)} \cdot \frac{p_0}{\rho_0} \quad \dots\dots\dots (3)$$

上式に、ヘンリーの法則による式(4)、ボイルシャルルの法則による式(5)を代入すれば、式(6)を得る。

$$c_\infty = k_H p_0, c_i = k_H \left(p + \frac{2\sigma}{R} \right) \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\frac{p}{\rho T} = \frac{p_0}{\rho_0 T_0} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\frac{dR}{d\tau} = \frac{ka \{1 - 2\sigma/(p_0 - p)R\}}{1 + \{4\sigma/(3pR)\}} \quad \dots\dots\dots (6)$$

式(6)の右辺の σ/R を含む項が 1 に比べて無視できる場合には、気泡の成長・消滅すなわち R の変化は、代表時間と名付けるパラメータ τ によって表すことができる。 τ の定義式 (記号表参照) から、 τ 一定のときの t と p_r の関係は、双曲線であり、 $p_r = 0.5$ のとき $\tau = t$ となることがわかる。実験において、減圧後圧力 p_1 のみを変えて他の条件と同じにした実験結果の気泡初生時間 t_1 と p_1 の関係が、この双曲線にのることを第 3 章でみた。このことは、気泡核から気泡初生に至るまでの気泡成長過程で、式(6)の右辺の σ/R を含む項が無視できることを意味している。

次に、式(6)の右辺の σ/R を含む項が無視できない場合について考える。この項は表面張力による気泡内

図 1 実験装置概要図

- ① Acryl outer cylinder
- ② Steel rotor
- ③ Test oil
- ④ Oil inlet/drainage
- ⑤ Connection to pipe with free surface
- ⑥ Blocks
- ⑦ Oil seal
- ⑧ Thermo-couple wiring
- ⑨ Cooling oil inlet
- ⑩ Cooling oil outlet

図 2 配管系統図

図 3 減圧後圧力と初生時間

圧力上昇の影響を表す。式(6)の左辺 $=0$ とおき, R について解けば, 気泡の平衡半径 R_{eq} が得られる。

$$R_{eq} = \frac{2\sigma}{p_0 - p} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$p_0 - p > 0$ すなわち $\tau > 0$ ならば, 式(6)から, $R > R_{eq}$ のとき $dR/dt > 0$, $R < R_{eq}$ のとき $dR/dt < 0$ である。すなわち, この平衡点は不安定である。初生気泡として成長する気泡核の半径 $R > R_{eq}$ でなければならない。

本章の以下の節では, 気泡半径 $R \gg R_{eq}$ の場合, すなわち式(6)の右辺の σ/R を含む項が無視できる場合について検討する。

4.2 浮遊気泡の平均物質移動係数 実験条件での気泡成長過程で現れるペクレ数 Pe の範囲での Pe とシャーウッド数 Sh の関係を近似的に求める。

(1) 気泡界面に吸着物質がない場合 気泡のない所のせん断流は二次元の流れであり, 気泡近くの流れも二次元に近い流れであると考えられる。まず赤道面について, 気泡表面でせん断応力 $=0$ の条件で, 物質移動量を薄膜拡散境界層の相似解により求め, 物質移動係数を求めた。次に気泡を半径の異なる高さの小さい円すいの集まりとみなし, 各円錐面で上記物質移動係数が成立つとして, 気泡の平均物質移動係数を推定した。その結果は, 次式のとおりである(付録参照)。

$$Sh_f = 1 + (1 + 0.548 Pe^{2/3})^{3/4} \quad \dots\dots\dots (8)$$

(2) 界面の吸着物質の影響 気泡界面に吸着物質が存在する場合, 気泡の周囲に, 閉じた流線をもつ循環層が形成される⁽¹⁾⁽⁴⁾。この循環層とその外部の流れの境界面は, limiting stream surface と呼ばれている。界面の表面粘性の効果を等価な気泡内部流体の粘性におきかえて, 気泡まわりの流れを計算することができる⁽⁴⁾。京極らの研究⁽¹⁾⁽²⁾によれば, パラフィン系基油の中の気泡の場合, 粘度比 $\lambda \equiv$ (等価な気泡内部流体粘度)/(気泡外部流体粘度) $\equiv 0.29 \sim 0.49$ である, この値はペクレ数 $Pe = 5 \times 10^2 \sim 3.5 \times 10^4$ の範囲の実験

図 4 実験結果 (ペクレ数 Pe と Sh)

結果から求められたものである。また, 理論的考察から, Pe が大きいときシャーウッド数 Sh は, Pe によらないと結論している。この場合, limiting stream surface 内の循環層の物質透過抵抗のみを考慮している。

気泡の全物質透過抵抗を, 気泡遠方から limiting stream surface まで (suffix f) の透過抵抗と, limiting stream surface から気泡界面まで (suffix c) の透過抵抗の和 (suffix t) と考えることができる。このことを式(10)で定義される無次元数 Sh_j で表示すれば, 次の通りである。

$$\frac{1}{Sh_t} \equiv \frac{1}{Sh_f} + \frac{1}{Sh_c} \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\text{ただし, } Sh_j = \frac{2k_j R}{D} (j = t, f, c) \quad \dots\dots\dots (10)$$

Sh_f の近似値として, 式(8)を用いる。京極らの測定結果の平均値として, $Pe = 7 \times 10^3$ において, $Sh_t = 17$ を用いることとすれば, $Sh_c = 25.6$ が得られる。したがって, Sh の表示として次式が得られる。

$$Sh = Sh_t \equiv \frac{Sh_f \cdot Sh_c}{Sh_f + Sh_c} \quad \dots\dots\dots (11)$$

ただし, Sh_f は式(8)による, $Sh_c = 25.6$

シャーウッド数 Sh に対して、ペクレ数 Pe が大きいときは、limiting surface 内の循環層の物質透過抵抗が支配的であり、ペクレ数 Pe が小さくなると、limiting stream surface より外の流体の物質透過抵抗が支配的となる。

4・3 壁面付着気泡の挙動 従来の説に基づき、気泡核の存在を仮定し [(1)項]、静止基油中の微小気泡に対して、観察が報告されている界面の大きな物質透過抵抗 [(2)項] が、せん断流れの影響によりどのように変化するのかを考察する。

(1) 気泡核 気泡核を安定化する機構として、次の説が一般に仮定される。

- (i) 濡れにくい表面をもつ鋭角なピットの存在⁽⁵⁾
- (ii) 有機物の膜に包まれること⁽⁶⁾
- (iii) 圧縮されたちりの殻に包まれること⁽⁷⁾

(2) 微小気泡の界面の物質移動抵抗⁽³⁾ 1年以上保管し、保管前にエアレーション(気泡発生)に関する簡単な実験に使用したパラフィン系基油を試料油として、静止気泡の収縮・消滅実験を行った結果、直径 $2\sim 3\mu\text{m}$ で、気泡界面の物質透過抵抗 Ω_i が突然大きくなり、直径 $2\sim 3\mu\text{m}$ の気泡が残留する。残留気泡界面の物質透過抵抗 $\Omega_i = 10^7 \text{ s/m}$ であったと報告されている。新油では残留気泡は観察されず、気泡残留現象の原因は、油の酸化生成物の残留によるものであると考えられている。

(3) せん断応力による界面の吸着物質の移動と界面物質透過抵抗の変化 せん断流れの中では、流れから受けるせん断応力によって、壁面付着気泡の界面の吸着物質は、後流側へ移動する。界面の吸着物質の濃度が低下すれば、表面張力 σ は増大する。表面張力のこう配とせん断応力が釣合うように吸着物質の移動を生じる。

今、(2)で述べた気泡界面の物質透過抵抗 Ω_i が突然変化する点(以下遷移点という)での吸着物質の気泡界面濃度を $C^{(i)}$ とする。壁面付着気泡核として、直径 $2\sim 3\mu\text{m}$ 以下の残留気泡を考える。界面に作用するせん断応力による吸着物質の移動により、気泡の前縁側の界面濃度が $C^{(i)}$ よりも小さくなると、気泡の前縁側の $C^{(i)} < C^{(i)}$ の部分で、物質透過抵抗が急激に小さくなり、ほぼ零になると考えられる。気泡界面の一部で、このように物質透過抵抗がほぼ零となると、気泡界面の平均物質透過抵抗 Ω_i もほぼ零となると考えてよい。これは並列抵抗の場合と同様に考えられるからである。

次に、どのような条件で、気泡の前縁側濃度が、遷移点濃度 $C^{(i)}$ よりも小さくなるかを検討する。このた

めに、静止流体中を気泡が浮力で上昇する場合の気泡界面の吸着物質の移動との類似性に着目して、その研究結果を活用するものとする。

一樣流の場合、気泡の流れに対する抵抗が固体挙動をするか気体挙動をするかは、次の無次元数 Eo' (修正された Eotvos 数) によって判定できる⁽⁸⁾。

$$\left. \begin{aligned} Eo' \leq 6 & \text{ 固体挙動} \\ 6 < Eo' < \text{約} 200 & \text{ 固体挙動と気体挙動の} \\ & \text{中間の挙動} \\ \text{約} 200 \leq Eo' & \text{ 気体挙動} \\ Eo' \equiv \frac{g \cdot \Delta \rho \cdot d^2}{\Delta \sigma} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

この関係式をせん断流中の壁面付着微小気泡に拡張する。一樣流の流速、すなわち静止液体中を浮上または下降する固体球の運動速度 U と固体球の半径 R の関係は、

$$U = \frac{2gR^2\Delta\rho}{9\eta} \dots\dots\dots (13)$$

である。式(13)を用いて式(12)の分子を消去し、 $U = GR$ とおく。

$$Eo'_c = \frac{9\eta GR}{2\Delta\sigma} \dots\dots\dots (14)$$

一樣流中の気泡が固体挙動をする(すなわち流動抵抗が固体球の場合と同じになる)機構は次のように考えられている。界面の吸着物質が流体から受けるせん断応力により後流側へ移動する。吸着物質の濃度分布により、表面張力のこう配が生じ、表面張力のこう配とせん断応力が釣合う(すなわち固体挙動となる)。一方、吸着物質の濃度によって生じる表面張力の増減には限度がある。この限度のため、 $Eo'_c > 6$ となると気泡界面全面で、表面張力のこう配とせん断応力が釣合うことができなくなる。このことから類推して、せん断流れ中の壁面付着気泡の場合、図5に示すように、 $\Delta\sigma'$ を適当にとるならば、 $Eo'_c \leq 6$ では、気泡界面全面で、 $C^{(i)} < C^{(i)}$ であり、 $Eo'_c > 6$ のとき、界面に $C^{(i)} \geq C^{(i)}$ となる部分が現れることとなる。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} Eo'_c \leq 6 & \text{ 固体挙動 } (\Omega_i = \text{大きな値}) \\ Eo'_c > 6 & \text{ 気体挙動 } (\Omega_i = 0) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

である。

式(14)による Eo'_c の代わりに、式(16)により無次元数 E_c を定義すれば、式(15)の代わりに式(17)を得る。

$$E_c = \frac{\eta GR}{\Delta\sigma'} \dots\dots\dots (16)$$

$$\left. \begin{array}{l} E_c \leq 4/3 \text{ 固体挙動 } (\Omega_i = \text{大きな値}) \\ E_c > 4/3 \text{ 気体挙動 } (\Omega_i \approx 0) \end{array} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

ここで、気泡界面の力学的モデルとして、固体の薄い殻を想定してみる。液体からのせん断応力は ηG に比例し、せん断力は $\eta G R^2$ に比例する。殻の断面積は $R\delta$ に比例するので、応力は $\eta G R^2 / (R\delta)$ に比例する。応力が引張強さ σ_B より大きくなれば殻が引き裂かれるとすれば、上記の意味の気体挙動となる条件は、

$$\frac{\eta G R}{\sigma_B \delta} > 1 \text{ のオーダーのある値 } \dots\dots\dots (18)$$

となる。したがって、式(16)の $\Delta\sigma'$ の代わりに $\sigma_B \delta$ を使い、4/3の代わりに1のオーダーのある値を用いれば式(17)がそのまま成り立つ。

5. 実験結果に対する考察

気泡の成長過程（壁面付着気泡の固体挙動成長、気体挙動成長、壁面離脱、浮遊気泡としての成長、初生）の中から、実験結果から得られる情報を考察する。

5.1 微小気泡（気泡核）における表面張力 σ の推定
微小気泡（気泡核）の大きさを、山口ら⁽³⁾の残留気泡直径測定値 $2 \sim 3 \mu\text{m}$ よりも小さいと仮定する。4.1節で述べたことから、この値よりも式(7)で定まる平衡気泡直径 $2R_{eq}$ は、小さくなくてはならない。したがって、微小気泡の表面張力 σ_t の範囲を次のように推定することができる。 p の値としては、実験で気泡の発生の見られる最大値を用いた。

$$\begin{aligned} \sigma_t &< \frac{(p_0 - p) \times R}{2} = \frac{7.75 \text{ kPa} \times (2 \sim 3 \mu\text{m})/2}{2} \\ &= 3.9 \sim 5.8 \text{ mN} \cdot \text{m}^{-1} (3.9 \sim 5.8 \text{ dyn/cm}) \end{aligned} \dots\dots\dots (19)$$

今回の実験の試料油の表面張力の測定値が、 $31 \text{ mN} \cdot \text{m}^{-1}$ であるのに対し、気泡核の表面張力は、上記のような値に低下していると推定される。

また、4.1節で述べたように、実験結果から、今回の実験では、気泡核から初生氣泡に至るまでの気泡成長

過程で、表面張力の影響を無視できる。このことから、以下の検討では、式(6)の右辺の σ/R を含む項を無視した式を用いることとする。すなわち、気泡の成長過程を代表時間 τ を用いて検討することとする。

5.2 微小気泡（気泡核）における $\Delta\sigma'$ の推定

せん断流中の壁面付着気泡が、固体挙動（界面の物質透過抵抗 Ω_i が非常に大きい）から気体挙動に遷移するときの気泡半径を考える。この半径は、式(16)により、せん断速度 G が小さいほど大きい。実験条件の中で ηG の最小値を用い、固体挙動の微小気泡の大きさが、山口らの測定値 $2R = 2 \sim 3 \mu\text{m}$ よりも小さいと仮定して、式(16)における $\Delta\sigma'$ の値の範囲を推定する。式(16)で $E_c = 4/3$ とおき、次式を得る。

$$\begin{aligned} \Delta\sigma' &= \frac{\eta G R}{(4/3)} \\ &< \frac{15.49 \text{ mPa} \cdot \text{s} \times 9686.8 \text{ s}^{-1} \times (2 \sim 3 \mu\text{m})/2}{(4/3)} \\ &= 0.113 \sim 0.169 \text{ mN} \cdot \text{m}^{-1} \\ &(0.113 \sim 0.169 \text{ dyn/cm}) \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

今回の試験では、上記不等式が得られるだけで $\Delta\sigma'$ の値を確定することはできない。

以下には、 $\Delta\sigma' = 0.113 \text{ mN} \cdot \text{m}^{-1}$ と仮定した検討結果の数値を示す。これは、式(20)の ηG の条件で、気泡核の直径 $2R = 2 \mu\text{m}$ であったと仮定したことになる。

5.3 壁面付着気泡が固体挙動から気体挙動に遷移するときの気泡半径 R_t の推定 式(16)に $E_c = 4/3$ を代入し、 R について解けば次式を得る。

$$R_t = \frac{4\Delta\sigma'}{3\eta G} \dots\dots\dots (21)$$

いくつかの選択されたデータに対して R_t を計算し、図6の縦軸にとる。

5.4 壁面付着気泡が固体挙動から気体挙動に遷移する時間 τ_t の推定 5.3節で取り上げたデータについて、次式により τ_t を求める。

$$\tau_t = \tau_i - \tau_0 \dots\dots\dots (22)$$

図5 吸着物質の濃度と表面張力

図6 遷移点における代表時間と気泡半径

ここで τ_0 は、時刻 τ_i から気泡初生時刻 τ_1 までの気泡成長時間の計算値である。物質移動係数として式(11)から定まる k を使い、気泡の成長方程式〔式(6)で $\sigma=0$ とおいた式〕をルンゲクッタ法により数値積分することにより τ_0 を求めた。このようにして得られた τ_i の値を図6の横軸にとる。

5.5 壁面付着気泡の固体挙動時の成長過程 前節で求めた τ_i を横にとり、5.3節で求めた R_i を縦軸にとってグラフにプロットすれば、図6を得る。4.3節の考察を適用すれば、この図から壁面付着気泡の成長過程を次のように考えることができる。初期気泡として図の直線の縦軸をきる点に近い半径 R_0 のものが存在し、気泡は図の直線に沿って成長する**1：

$$R_0 = \text{約 } 0.4 \mu\text{m} \quad \dots\dots\dots (23)$$

$$\frac{dR}{d\tau} = 9.85 \times 10^{-8} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad \dots\dots\dots (24)$$

したがって、気泡界面の透過抵抗 Ω_i は

$$\begin{aligned} \Omega_i &= \frac{1}{k} = \frac{a}{(dR/d\tau)} = \frac{0.179}{9.85 \times 10^{-8} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}} \\ &= 1.82 \times 10^6 \text{ s} \cdot \text{m}^{-1} \quad \dots\dots\dots (25) \end{aligned}$$

となる。この値は、山口らの測定値 $10^7 \text{ s} \cdot \text{m}^{-1}$ の約5.5分の1の大きさである。

6. む す び

本研究により、次のことが明らかとなった。

(1) せん断流中の気泡の成長に対して、壁面付着気泡の場合も、液体中の気泡の場合にも、気泡界面の吸着物質が重要な役割を果たす。

(2) 壁面付着気泡の場合には、直径 $2 \sim 3 \mu\text{m}$ 以下の微小気泡において、界面の吸着物質（油の酸化生成物と考えられる）により現れる大きな物質移動抵抗は、気泡直径とせん断速度で決まるパラメータ E_G がある限界値より大きくなると消失する。

(3) 液体中の浮遊気泡の場合には、界面の吸着物質の存在により、現れる気泡まわりの閉流線循環層は、ペクレ数 Pe が小さくなると厚さが薄くなる。この場合、循環層の物質透過抵抗は、閉流線より外側の流れの部分での透過抵抗に比べて小さくなる。

(4) 界面の吸着物質の影響により微小気泡（気泡核）では、界面の表面張力はかなり小さくなっていると推定される。

以上の考え方によって、二円筒回転実験装置による気泡初生時間測定値とせん断速度の関係を説明するこ

とができた。

本研究を遂行するに当たり、ご指導いただいた東京大学工学部・堀幸夫名誉教授、同機械工学科・染谷常雄教授に心から感謝する。また、本研究は著者が名古屋研究所に在職中に行ったもので、ご支援をいただいた多くの方々に厚く感謝する。

付録 式(8)の誘導

1. 気泡赤道上の濃度分布（相似解） 図7に示すように赤道面内に座標 x, y をとる。長さを R で、速度を GR で無次元化する。濃度として無次元濃度 C を用いる。なお本項の解法は、文献(9)を参考とした。

$$\text{流れ場基礎式 } u = f(x) \quad \dots\dots\dots (26)$$

$$(\partial u / \partial x) + (\partial v / \partial y) = 0 \quad \dots\dots\dots (27)$$

$$\text{境界条件 } y=0 \text{ で, } v=0 \quad \dots\dots\dots (28)$$

$$\text{拡散基礎式 } u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = \frac{2}{Pe} \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \quad \dots\dots (29)$$

$$\text{境界条件 } \left. \begin{array}{l} y=0 \text{ で, } C=1 \\ y \rightarrow \infty \text{ で, } C=0 \end{array} \right\} \quad \dots\dots\dots (30)$$

$$\text{変数変換 } \eta = g(x)y, \quad \dots\dots\dots (31)$$

$$\phi(x, y) = \eta f(x) / g(x) \quad \dots\dots\dots (32)$$

$$C(x, y) = H(\eta) \quad \dots\dots\dots (33)$$

式(29)の u に式(26)を、 v には式(26), (27), (28), (31)より得られる v と η の関係式を、 C には式(33)を代入する。式を整理して、次式を得る。

$$H''(\eta) + m \frac{Pe}{2} \eta H'(\eta) = 0 \quad \dots\dots\dots (34)$$

ただし、

$$m = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{\{g(x)\}^3} \quad \dots\dots\dots (35)$$

境界条件は、式(30), (31), (33)より

$$\left. \begin{array}{l} \eta=0 \text{ で, } H(\eta)=1 \\ \eta \rightarrow \infty \text{ で, } H(\eta) \rightarrow 0 \end{array} \right\} \quad \dots\dots\dots (36)$$

式(34)を境界条件(36)のもとに積分すれば、次式を得る。

図7 座標系

**1 これらの値は、近似的取扱いによるものである。正確には、圧力 p の時間的変化、 ρ , σ を考慮して取扱う必要がある。

$$H(\eta) = \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{mPe}{4}}\eta\right) \quad (37)$$

$$H'(\eta) = -\sqrt{\frac{mPe}{\pi}} \exp\left(-\frac{1}{4}mPe\eta^2\right) \quad (38)$$

$$H'(\eta)_{\eta=0} = -\sqrt{\frac{mPe}{\pi}} \quad (39)$$

2. 赤道上の物質移動係数 式(33), (39)などより

$$k_x = -D \frac{1}{R} \left(\frac{\partial c}{\partial y} \right)_{y=0} \frac{1}{c_i - c_\infty} \\ = D \frac{1}{R} g(x) \sqrt{\frac{mPe}{\pi}} \quad (40)$$

$$k_m = \frac{1}{\pi R} \int_0^{\pi R} k_x d(Rx) \\ = \frac{a_c}{\sqrt{2}} D^{1/2} G^{1/2} \quad (41)$$

$$Sh_m = \frac{2k_m R}{D} = a_c (Pe)^{1/2} \quad (42)$$

ただし,

$$a_c = \frac{2}{\pi^{1.5}} \sqrt{m} \int_0^\pi g(x) dx \quad (43)$$

を得る.

3. 気泡表面平均物質移動係数 式(41)の k_m が気泡球の経線上の微小高さの円すい上の平均物質移動係数であると仮定する. 微小高さの円すい面での物質移動量は,

$$dN = k_m \Delta c \cdot 2\pi R^2 \sin \theta d\theta \quad (44)$$

である. したがって,

$$N = \int dN \\ = \int_0^\pi k_m \Delta c \cdot 2\pi R^2 \sin \theta d\theta \\ = k_m \Delta c \cdot 4\pi R^2 \quad (45)$$

$$k = \frac{N}{\Delta c \cdot 4\pi R^2} = k_m \quad (46)$$

を得る. したがって, シャーウッド数 Sh とペクレ数 Pe の間の関係式として, 次の式を得る.

$$Sh = a_c (Pe)^{1/2} \quad (47)$$

4. 係数 a_c の数値計算 せん断流中の浮遊気泡の赤道上の流速は, 次式で与えられる⁽⁴⁾.

$$f(x) = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x) \quad (48)$$

式(35)を満たす $g(x)$ を求める計算は, 次の逐次近似法によった. m は任意であるので, $m=1$ とおく.

$$g_{k+1}(x) = \frac{f(x)}{\int_0^\pi g_k(x) dx}; k=1, 2, \dots \quad (49)$$

$g_1(x)$ を適当に与える. 積分は数値積分による. 逐次近似は, 減速係数 ($\omega < 1$ の加速係数) を用いて, 収束させる. その結果, 次の値を得た.

$$\int_0^\pi g(x) dx = 1.7739, m=1 \quad (50)$$

これを式(43)に代入して, 次の値を得る.

$$a_c = 0.6731 \quad (51)$$

5. シャーウッド数 Sh の近似式 静止流体では, シャーウッド数 $Sh=2$ である. すなわち, ペクレ数 $Pe \rightarrow 0$ のとき $Sh \rightarrow 2$ でなければならない. このことを考慮して, シャーウッド数 Sh の近似式を次のようにおく.

$$Sh = 1 + (1 + 0.548 Pe^{2/3})^{3/4} \quad (52)$$

ただし, $0.548^{3/4} = 0.6371$.

文 献

- (1) 京極・染谷, 機論, 51-461, B (1985), 66.
- (2) 京極・青木・中原・川田, 機論, 50-4561, B (1984), 1888.
- (3) 山口・林・朴, 機論, 48-434, B (1982), 1930.
- (4) Flumerfelt, R. W., *J. Colloid Interface Sci.* 76-2 (1980), 330.
- (5) Harvery, E. N., McEkroy, Wm. D. and Whiteley, A. H., *J. Appl. Phys.* 18-2 (1947), 162.
- (6) Fox, F. E. and Herzfeld, K. F., *J. Acoust. Soc. Am.*, 26-6 (1954), 984.
- (7) Turner, W. R., *J. Acoust. Soc. Am.*, 33-9 (1961), 1223.
- (8) Clift, R., Grace, J. R. and Weber, M. E., *Bubble, Drops and Particles*, (1978), 40, Academic Press.
- (9) 赤木, 機論, 30-213, 第2部, (1964), 624.

討 論

〔質問〕 京 極 啓 史〔東京工業大学工学部〕

せん断流中の気泡成長という複雑な現象に対して理論的検討をされており, 著者のご研究に敬意を表す. ついては貴論文のうち, 以下の項目についてご教示願いたい.

(1) 5・4節における壁面付着気泡の成長についての取扱い, 4・2節でのせん断流中に浮遊する気泡の

成長に対する場合と同一の取扱いをしているようだが, 気泡周りの速度分布は両者でかなり違うように思う. その違いによって気泡の成長速度が大きく異なるということはないのか.

(2) 5・1節で気泡核の大きさを文献(3)による結果の2~3 μm より小さいと仮定されているが, その理由について触れられていないようである. このように