立体トラス形並列アームの実システムとその機構学*

田中正夫*¹, 瀬口靖幸*¹, 花原和之*²
山口智久*³, 野田将之*⁴, 藤田雅成*⁵

Prototype of Truss-type Parallel Arm and Its Kinematics

Masao TANAKA, Yasuyuki SEGUCHI, Kazuyuki HANAHARA,
Tomohisa YAMAGUCHI, Masayuki NODA, and Masashige FUJITA

The truss-type parallel arm has been proposed as a flexible arm with a large number of DOFs and has been discussed from a conceptual point of view. Toward the realization of this arm system, its practical structure as a link mechanism is proposed and the kinematics of a prototype is studied by introducing relative offset between the passive rotational joints connecting the active prismatic members at the nodes. A kinematical equation of motion is formulated in the total form as well as in the incremental form. The motion of the prototype is demonstrated through an experimental unit as well as numerical simulation.

Key Words: Robotics, Multidegree-of-Freedom System, Mechanism, Simulation, Kinematics, Truss, Parallel Manipulator, Robot Arm

1. 緒 言

現在, 産業用ロボットの主流となっている直列形ロボットアームについては多くの研究が行われてきたが, 並列形ロボットアームのそれは極めて少ない。並列形アームの運動能力の利用は, 1964年のStewartの論文⁽¹⁾にも見られ, 彼の名前を冠したプラットフォームは, 並列形アームの代表的なものとなっている。このタイプのアームの研究は, 1970年代より進められ, 1980年代にはいつてからは, その数も増えつつある^{(2)~(8)}。

立体トラス形アームは, 大形宇宙構造物の分野で注目を集めている展開トラス構造⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾を高多自由度なアームとして発展させたものである⁽¹¹⁾。トラス形アームは立体静定トラスの部材を, 伸縮可能な可変長部材で置換したもので, 本質的に並列形の機構となっている。三浦らのグループは, 可変立体トラス(VGT)構成のトラス形アームの運動能力について検討してお

り⁽⁹⁾⁽¹²⁾, 著者らはヘリカルマスト構成のトラス形アームの運動と振動⁽¹³⁾ならびに運動計画⁽¹⁴⁾についての考察を通じて, トラス形アームが多面的に高度の機能を有することを確認してきた。

これまでの研究は, 次章初頭で述べるようにアームの部材が理想的な点で連結されたトラス構造をとることを想定した初期的な研究であったが, トラス形の並列アームシステムを具体化するにあたっては, より詳細はメカニズムを含めた考察が必要となる。本報では, ヘリカルマスト構成のトラス形アームを対象に, 実用化のための試作プロトタイプモデル(以下, 単にプロトシステムとよぶ)とそれに基づく機構学について検討を加える。

2. トラス形アームの概念モデル

トラス形アームが, 複数の可変長部材が大きさのない理想的な節点で, 回転自由な状態で連結されている, 理想的なトラスとして実現されたものを概念モデルと呼び, 次章以降で議論するプロトシステムと区別する。トラス形アームの構成と概念モデルによる運動の記述については既に報告したが⁽¹³⁾, 本報の主題であるプロトシステムによる場合との比較のため, 以下に簡単に説明しておく。

* 平成元年8月25日 北陸信越支部北陸地方講演会において講演, 原稿受付 昭和63年11月28日。

*¹ 正員, 大阪大学基礎工学部 (〒560 豊中市待兼山町1-1)。

*² 学生員, 大阪大学大学院。

*³ 学生員, 大阪大学大学院 (現在 シャープ(株))。

*⁴ 学生員, 大阪大学基礎工学部 (現在 立石電機(株))。

*⁵ 准員, 大阪大学基礎工学部 (現在 (株)ダイヘン)。

2.1 アームの構成 ここで取り上げるトラス形アームは、ヘリカルマストと呼ばれる立体静定トラスのトポロジを持ち、基本構成単位は図1(a)に示す3部材からなるモジュールである。このモジュールを図1(b)に示すように三つ重ねたユニットの一次元的な繰返しより、図1(c)に示すアームが構成される。

モジュールにはベース側から順に番号をつける。モジュール n の頂点に番号 n を、3本の部材にはそれぞれベース側節点の番号の順に $n1, n2, n3$ の番号を付す。ここで、部材 $n1$ は、直立したアームの縦部材である。アームベースには節点のみが存在するが、これには $-2, -1, 0$ の各番号を割り付ける。アームベースの図心に固定したシステム座標系 C でみたモジュール n の頂点座標ベクトル $X_n = [x_n, y_n, z_n]^T$ 、3本の部材 $n1, n2, n3$ の部材長をまとめて、ベクトル $L_n = [l_{n1}, l_{n2}, l_{n3}]^T$ で表すこととする。

2.2 概念モデルに基づく運動の記述 概念モデルにおいて、モジュール $n (n=1, 2, \dots, N)$ の姿勢を表すものは、頂点の位置 X_n のみであり、モジュールの部材長ベクトル L_n との間には、次の幾何学的関係が成り立つ。

$$l_{ni} = [(X_n - X_{n-4+i})^T (X_n - X_{n-4+i})]^{1/2} \quad i=1, 2, 3 \quad \dots \dots \dots (1)$$

これは、式(2)のような形式で表せ、運動学の基礎となる。

図1 トラス形アームの概念構成

*** この式は L_n と X_n との関係を表すものであり、 L_n を決める主たる変数 X_n と、それ以外の付帯的な変数 $X_{n-4+i}, i=1, 2, 3$ とを区別するために、関数の引数をセミコロンで区切って表記している。以下でも、セミコロンは、これと同じ意味で用いるものとする。

$$L_n = L(X_n; X_{n-4+i}, i=1, 2, 3) \quad \dots \dots \dots (2)^{***}$$

この逆関係の次式(3)

$$X_n = X(L_n; X_{n-4+i}, i=1, 2, 3) \quad \dots \dots \dots (3)$$

が、順運動学の基礎式であり、アームベース側からの再帰的表現となっている。

運動の増分形表記は、式(2)あるいは(3)の全微分関係より導かれる。今の場合、式(2)、具体的には式(1)の全微分

$$dL_n = \sum_{i=1}^3 \frac{\partial L}{\partial X_{n-4+i}} dX_{n-4+i} \quad \dots \dots \dots (4)$$

より、次式のように整理できる。

$$dL = J_{LX} dX \quad \dots \dots \dots (5)$$

ここで、 $X = [X_1^T, \dots, X_N^T]^T$ は、アーム全体の節点座標ベクトル、 $L = [L_1^T, \dots, L_N^T]^T$ は全体部材長ベクトルであり、ヤコビ行列 J_{LX} は、 3×3 の小行列よりなるブロック下三角行列である。式(5)の逆関係を求めるヤコビ行列 $J_{XL} = J_{LX}^T$ を式(4)より求めることも可能である⁽¹⁾。

3. プロトシステムの構成

3.1 節点部の構成 トラス形アームの概念モデルにおいては、アームが理想的なトラス構造として構成された状況を考えているので、6本の部材が回転自由に連結され、かつその回転中心が一致することとなっている。ボールジョイントのような通常の回転ジョイントは2リンク対偶であり、トラス形アームのように6本のリンク(部材)を概念モデルの条件を満足するように連結することは容易なことではない。

複数の部材が集中して連結される部分(以下、節点部)の構成を考える場合、各部材の回転中心が一致することが、概念モデルによる運動記述がそのまま成立するための条件である。例えば、図2に示す多数の平行リンクを用いれば、この条件を達成することも理論的には可能であるが、あまりにも複雑であると言わざるを得ない。そこで、部材毎の回転中心間に偏心を許

図2 平行リンクを用いる節点部の構成

容するような構成を考える必要が生じる。すなわち、図3(a)に示すような、節点部に部材を連結するための節点ブロックを導入し、これと各部材を2リンク回転対偶で連結するアームの基本構想を考える。

3・2 自由度の調整 この段階で、部材長を与えればアームの姿勢が一意に定まり、各部材長は独立に調節可能であるという、トラス形アームの持つ基本的性質が、保持されるよう検討せねばならない。これは、リンク機構としてのモジュールの自由度が3であることに帰着される。

リンクを構成するすべての対偶が2リンク対偶である立体リンク機構の自由度は、次のグリュブラーの式⁽¹⁵⁾により算定できる。

$$F=6(M-J-1)+\sum_{i=1}^J f_i \quad \cdots \cdots (6)$$

ここで、 M はリンクの数、 J は対偶の数、 f_i は対偶 i の自由度である。図3(a)の任意のモジュールは、図4(a)に示すリンク機構をなしており、その自由度は $F=6(8-9-1)+(3 \cdot 6+1 \cdot 3)=9$ となり、必要な自由度数3に対して6自由度が過剰となっている。図4(b)は、縦部材 $n1$ の節点部 n 側の対偶が取り除かれ、ベース側対偶(図中●)は部材軸回りの回転を拘束し2自由度としたものである。このリンク機構の自由度は、 $F=6(7-8-1)+(3 \cdot 2+2 \cdot 3+1 \cdot 3)=3$ である。グリュブラーの式は吟味が必要であるが、図4(b)のリンク機構の自由度が3であることは、容易に確認できる。

こうして得られたプロトシステムでは、縦部材 $n1$ と節点部 n の節点ブロックが一体となっており、以下では、節点ブロックを特に区別することなく、縦部材の一部として扱うこととする。図3(b)は、こうして構

図3 トラス形アームのプロトシステムの構成(○:3自由度, ●:2自由度)

図4 プロトシステムのモジュールの構成

成されたトラス形アームの回転対偶の自由度配分を示したものである。

3.3 手先部の台座 アーム最上部に位置する三つの節点, $N, N-1, N-2$ にいたる縦部材先端には, 3回転自由度を持つボールジョイントを配置し, 手先部の台座となるプレートを支持する〔図3(c)〕。このため, 図中破線で示した3部材, $N3, N2, (N-1)3$ は取り除き, 台座の各辺がこれに替る。なお, 簡単のために, 台座支持節点がつくる三角形は, アームベースの成す正三角形と合同としておく。

このようにして構成したトラス形アームのモデルを, プロトシステムと呼び, 概念モデルと区別して, 次章ではこのプロトシステムの運動の記述について考える。

4. プロトシステムの運動学

ジョイントの回転中心間に偏心を許容したプロトシステムの, 機構学的運動を考える。プロトシステムにおいては, 一部2自由度の回転ジョイントが用いられるが, 本章ではこのジョイントにユニバーサルジョイントを想定して議論を進める。すなわち, 図4(b)のモジュールに, 図4(c)の構成を考えることになる。

4.1 節点の番号付け 概念モデルでは, 節点部に一つの節点(回転ジョイント中心)を考えればよいが, プロトシステムでは, 図3(b)に示すように, 五つの節点を考えなければならない。節点部 n と n' とを連結する部材の節点部 n 側ジョイントの回転中心の節点に番号 n' と n との差 $a=n'-n$ を第2の指標として, n, a なる対を番号として付与する。なお, 節点部 n には, $n, -3$ なる節点は存在しないが, 便宜上節点 $n, 3$ と同じ位置に存在すると考えておく。節点部 n を代表する点として, 節点 $n, 3=n, -3$ を用いる。部材の番号, ならびに全体座標系 C の定義は, 2.1 節と

同じである。

4.2 モジュールの姿勢 概念モデルにおいては, モジュールの姿勢を頂点 n の位置のみで表すことができたが, プロトシステムでは, 節点部が大きさを持つため, 節点部 n の位置と方向を考える必要がある。

節点部 n の方向を定義するために, 節点座標系 C_n を定義する(図5)。節点部 n の代表点 $n(n=n, -3)$ に原点をとり, モジュール n と $n+3$ の縦部材, $n1$ と $(n+3)1$ が直線をなすときの, ユニバーサルジョイント $n(n=n, 3=n, -3)$ の部材 $(n+3)1$ および $n1$ 側の回転軸方向に, それぞれ x_n, y_n 軸を定め, また, 部材 $n1$ から $(n+3)1$ の方向に z_n 軸をとる。座標系 C と C_n との間の次の座標変換式

$$X = Q_n \cdot X^{(n)} + X_n \quad \dots\dots\dots (7)$$

を考える。ここで, 肩添字 (n) は節点座標系 C_n を参照したことを示す。節点部 n の位置は, 式(7)の並進量 X_n で表し, 方向は回転行列 Q_n を定義する回転ベクトル θ_n で表す。例えば, 回転角 θ_n として, ロール角 ϕ_n , ピッチ角 θ_n , ヨー角 ψ_n を用いるならば, 回転行列 Q_n としてロール・ピッチ・ヨー変換行列 $RPY^{(16)}$ を用いればよい。すなわち,

$$Q_n = Q_n(\theta_n) = RPY(\phi_n, \theta_n, \psi_n) \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\theta_n = [\psi_n, \theta_n, \phi_n]^T$$

4.3 アームの姿勢 概念モデルの式(1)に対応する幾何学的関係

$$l_{ni} = [(X_{n,(i-4)} - X_{(n-4+i),i})^T (X_{n,(i-4)} - X_{(n-4+i),i})]^{1/2} \quad i=1, 2, 3 \quad \dots\dots\dots (9)$$

が, 運動記述の出発点となる。節点 n, a の位置 $X_{n,a}$ は, 節点部 n の代表点の位置 X_n と, そこからの偏心量の和として表される。偏心量は, アームの運動によらない定数 S_a として, 節点座標系を参照した形で与えられるので,

$$X_{n,a} = Q_n S_a + X_n \quad \dots\dots\dots (10)$$

と書ける。式(10)を考慮すれば, 式(9)の基本関係は形式的に次のように整理できる。

$$L_n = L_n^{XQ} \{X_n, Q_n(\theta_n); X_{n-3}, X_{n-2}, Q_{n-2}(\theta_{n-2}), X_{n-1}, Q_{n-1}(\theta_{n-1})\} \quad \dots\dots (11)^{**2}$$

なお, 偏心量 S_a は定数であるので, 省略してある。式(11)の関係を求めたことで, 概念モデルの式(2)に対応する関係が求められたかに思えるかもしれないが, モジュール n のベース側節点部の位置と方向が既知となったとき, 部材長 L_n の3成分を与えても, 頂点

^{**2} 上添字 XQ は, 式(11)の関数 L_n が頂点の位置 X_n と姿勢 Q_n に注目したものであることを示し, 後述する変数 A_n に注目した式(17)の L_n と区別するためのものである。他の関数においても, 上添字はこれと同じ意味で用いる。

図5 全体座標系 C と節点座標系 C_n

部 n の位置と方向の 6 成分を式(11)だけで定めることはできない。これを定めるためには、以下のような考察が必要となる。

図 5 に示した節点座標系 C_{n-3} の x_{n-3} , y_{n-3} の各軸回りの回転各 α_{n-3} , β_{n-3} , および縦部材 $n1$ の長さ l_{n1} を用いれば、節点座標系 C_{n-3} を参照した X_n と Q_n が次のように求められる。

$$X_n^{(n-3)} = Q_n^{(n-3)} \cdot [0, 0, l_{n1}]^T \dots\dots\dots (12)$$

ただし、

$$Q_n^{(n-3)} = Q_n(\theta_n^{(n-3)})$$

$$\theta_n^{(n-3)} = [\alpha_{n-3}, \beta_{n-3}, 0]^T \dots\dots\dots (13)$$

これを更に全体座標系に変換して次式を得る。

$$X_n = Q_{n-3} \cdot X_n^{(n-3)} + X_{n-3} \dots\dots\dots (14 \cdot a)$$

$$Q_n(\theta_n) = Q_{n-3}(\theta_{n-3}) \cdot Q_n^{(n-3)}(\theta_n^{(n-3)}) \dots\dots\dots (14 \cdot b)$$

ここで、補助的な変数 A_n

$$A_n = [\alpha_{n-3}, \beta_{n-3}, l_{n1}]^T \dots\dots\dots (15)$$

を導入し、以上の関係式を整理する。式(14)の変換式は、次の関数形式と理解できる。

$$X_n = X_n^A(A_n; X_{n-3}, Q_{n-3}(\theta_{n-3})) \dots\dots\dots (16 \cdot a)$$

$$Q_n = Q_n^A(A_n; Q_{n-3}(\theta_{n-3})) \dots\dots\dots (16 \cdot b)$$

式(16・b)は、行列値関数であるが、式(8)と組合せて考えれば、回転ベクトル θ_n が、 A_n および θ_{n-3} に依存することを示したものとわかる。また、式(11)も補助変数 A_n を用いて

$$L_n = L_n^A(A_n; X_{n-i}, Q_{n-i}(\theta_{n-i}), i=1, 2, 3) \dots\dots\dots (17)$$

と書ける。概念モデルにおける運動学の基本式(2)と(3)に対応するのが、こうして得られた式(16)と(17)である。すなわち、アームを構成する任意のモジュールのベース側節点部の位置と姿勢が定められたならば、部材長ベクトル L_n の 3 成分から、式(17)の逆関係

$$A_n = A_n^L(L_n; X_{n-i}, Q_{n-i}(\theta_{n-i}), i=1, 2, 3) \dots\dots\dots (17)'$$

として、補助変数 A_n が定まり、これを式(16)に代入することで、頂点部 n の位置 X_n と方向 θ_n が求められる。次のようになる。

$$X_n = X_n^L(L_n; X_{n-i}, Q_{n-i}(\theta_{n-i}), i=1, 2, 3) \dots\dots\dots (16 \cdot a)'$$

$$Q_n(\theta_n) = Q_n^L(L_n; X_{n-i}, Q_{n-i}(\theta_{n-i}), i=1, 2, 3) \dots\dots\dots (16 \cdot b)'$$

また、頂点部の位置が指定されたときには、式(16・a)の逆関係から補助変数 A_n

$$A_n = A_n^X(X_n; X_{n-3}, Q_{n-3}(\theta_{n-3})) \dots\dots\dots (16 \cdot a)''$$

を求め、これを式(17)に代入することで、必要となる部材長 L_n を定めることができる。この際、頂点部の

方向 θ_n は、式(16・b)から付随的に求まる。

以上のように、ジョイントの回転中心間に偏心を許容したプロトシステムにおいても、アームベースの三つの節点部 $-2, -1, 0$ の位置および方向が固定されていることから、概念モデルの場合と同様、ベース側から逐次的にアームの姿勢が定まることがわかる。

なお、式(16)と(17)、あるいは(16')と(17')における補助変数の意味は、以下のように解釈される。式(16)の関係は、モジュールの姿勢が縦部材のベース側節点での二つの回転角 α_{n-3} , β_{n-3} と部材長 l_{n1} , すなわち補助変数 A_n で定まるところを示している。この 3 自由度は極座標系の成分をなしており、アームの縦部材のつながりは、図 6 に示すような極座標形アームを直列に連結したものともみなせる。この連続した極座標形アームの各々は、先端でトラス形アームの手先部の台座を、ボールジョイントを介して把持していることになる。したがって、トラス形アームは 3 台の連続した極座標形アームが、協調して一つの台座をハンドリングしている状態に対応している。モジュール n においては、縦部材 $n1$ 以外の二つの部材の長さ l_{n2} , l_{n3} が、 α_{n-3} と β_{n-3} の 2 つの角度を調整するための自由度となっている。

4・4 作業点の姿勢 3・3 節で述べた手先部台座を支持するボールジョイントは、節点 $N, N-1, N-2$ の代表点に位置し、部材 $N3, N2, (N-1)3$ にかえて、台座を支持する節点間の線分 $\overline{N3}, \overline{N2}, \overline{(N-1)3}$ を固定長の部材と考える。台座支持点のなす三角形が、アームベースのそれと合同であることから、トラス形アームの作業姿勢を以下のようにして取扱

図 6 トラス形アームにおける補助変数とその直列形アームの協調系としての解釈

う。

アームベースからみた台座の三角形の図心 W の位置 X_w と台座の方向 θ_w をもって、アームの作業点の姿勢、すなわち、作業ベクトル W とする。すなわち、

$$W = [X_w^T, \theta_w^T]^T \quad (18)$$

作業点の姿勢 X_w と θ_w と、台座を支持する3節点の位置 X_{N-2} , X_{N-1} , X_N との間には、

$$X_{N-i} = Q_w(\theta_w) \cdot X_{-i} + X_w \quad i=0, 1, 2 \quad (19)$$

なる関係が成立し、 X_{-2} , X_{-1} , X_0 が定数であることから次のように整理できる。

$$X_T = X_T(W) \quad (19)'$$

ただし、

$$X_T = [X_{N-2}^T, X_{N-1}^T, X_N^T]^T$$

また、台座支持節点間距離の拘束条件

$$\begin{aligned} |X_{N-1} - X_N| &= l_{N3} = \text{const.} \\ |X_{N-2} - X_N| &= l_{N1} = \text{const.} \quad (20) \\ |X_{N-2} - X_{N-1}| &= l_{(N-1)3} = \text{const.} \end{aligned}$$

を付帯させて、式(19)の逆関係を導くことができる。

$$W = W(X_T) \quad (21)$$

式(16)'とこれとを組合せれば、部材長ベクトル L と作業ベクトル W との関係を導くことができる。

5. 運動の増分形記述

4章で導いたアームの姿勢を表す式(16)'と作業点の姿勢を表す式(21)とを連立すれば、運動解析が行えるわけであるが、これを解析的に行うことは容易でなく、具体的な運動解析においては、増分形の運動表記が必要となる。

5.1 アーム全体の姿勢 まず、概念モデルにおける式(5)に対応する表現を、式(16)'から求める。この作業は、形式的には

$$dX_n = \frac{\partial X_n^L}{\partial L_n} dL_n + \sum_{i=1}^3 \left\{ \frac{\partial X_n^L}{\partial X_{n-i}} dX_{n-i} + \frac{\partial X_n^L}{\partial Q_{n-i}} dQ_{n-i} \right\} \quad (22 \cdot a)$$

$$dQ_n = \frac{\partial Q_n^L}{\partial L_n} dL_n + \sum_{i=1}^3 \left\{ \frac{\partial Q_n^L}{\partial X_{n-i}} dX_{n-i} + \frac{\partial Q_n^L}{\partial Q_{n-i}} dQ_{n-i} \right\} \quad (22 \cdot b)$$

と書けるが、ただちに $\partial X_n^L / \partial L_n$ 等の偏微分係数が計算できるわけではない。式(22・a)の場合は、以下の手順によらねばならない。式(16・a)の全微分関係式を dA_n について整理する。この dA_n を式(16・b)の全微分関係に代入し、 dQ_n を求める。これをさらに、式(11)から得られる全微分関係に代入して、 dX_n について整理することで、次式のように係数が求められる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial X_n^L}{\partial L_n} &= \left[\frac{\partial L_n^X}{\partial X_n} + \frac{\partial L_n^{X_0}}{\partial Q_n} \cdot \frac{\partial Q_n^A}{\partial A_n} \cdot \left(\frac{\partial X_n^A}{\partial A_n} \right)^{-1} \right]^{-1} \\ \frac{\partial X_n^L}{\partial X_{n-3}} &= -\frac{\partial X_n^L}{\partial L_n} \left[\frac{\partial L_n^{X_0}}{\partial X_{n-3}} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\partial L_n^{X_0}}{\partial Q_n} \cdot \frac{\partial Q_n^A}{\partial A_n} \cdot \left(\frac{\partial X_n^A}{\partial A_n} \right)^{-1} \cdot \frac{\partial X_n^A}{\partial X_{n-3}} \right] \\ \frac{\partial X_n^L}{\partial Q_{n-3}} &= -\frac{\partial X_n^L}{\partial L_n} \left[\frac{\partial L_n^{X_0}}{\partial Q_n} \cdot \frac{\partial Q_n^A}{\partial Q_{n-3}} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\partial L_n^{X_0}}{\partial Q_n} \cdot \frac{\partial Q_n^A}{\partial A_n} \cdot \left(\frac{\partial X_n^A}{\partial A_n} \right)^{-1} \cdot \frac{\partial X_n^A}{\partial Q_{n-3}} \right] \\ \frac{\partial X_n^L}{\partial X_{n-i}} &= -\frac{\partial X_n^L}{\partial L_n} \cdot \frac{\partial L_n^{X_0}}{\partial X_{n-i}} \\ \frac{\partial X_n^L}{\partial Q_{n-i}} &= -\frac{\partial X_n^L}{\partial L_n} \cdot \frac{\partial L_n^{X_0}}{\partial Q_{n-i}} \quad i=1, 2 \end{aligned} \quad (23)$$

また、式(16・b)の全微分より dA_n を求め、式(16・a)の全微分関係に代入して、 dX_n について整理する。これを式(11)の全微分に代入し、 dQ_n に関してまとめると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_n^L}{\partial L_n} &= \left[\frac{\partial L_n^{X_0}}{\partial Q_n} + \frac{\partial L_n^{X_0}}{\partial X_n} \cdot \frac{\partial X_n^A}{\partial A_n} \cdot \left(\frac{\partial Q_n^A}{\partial A_n} \right)^{-1} \right]^{-1} \\ \frac{\partial Q_n^L}{\partial X_{n-3}} &= -\frac{\partial Q_n^L}{\partial L_n} \left[\frac{\partial L_n^{X_0}}{\partial X_{n-3}} + \frac{\partial L_n^{X_0}}{\partial X_n} \cdot \frac{\partial X_n^A}{\partial X_{n-3}} \right] \\ \frac{\partial Q_n^L}{\partial Q_{n-3}} &= -\frac{\partial Q_n^L}{\partial L_n} \left[\frac{\partial L_n^{X_0}}{\partial Q_n} \cdot \frac{\partial X_n^A}{\partial Q_{n-3}} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\partial L_n^{X_0}}{\partial X_n} \cdot \frac{\partial X_n^A}{\partial A_n} \cdot \left(\frac{\partial Q_n^A}{\partial A_n} \right)^{-1} \cdot \frac{\partial Q_n^A}{\partial Q_{n-3}} \right] \\ \frac{\partial Q_n^L}{\partial X_{n-1}} &= -\frac{\partial Q_n^L}{\partial L_n} \cdot \frac{\partial L_n^{X_0}}{\partial X_{n-1}} \\ \frac{\partial Q_n^L}{\partial Q_{n-i}} &= -\frac{\partial Q_n^L}{\partial L_n} \cdot \frac{\partial L_n^{X_0}}{\partial Q_{n-i}} \quad i=1, 2 \end{aligned} \quad (24)$$

のように、式(22・b)の微分係数が求められる。

式(24)の漸化式を逐次代入し、式(22・a)の dQ の項を式(22・b)により消去すれば、 dX_n は、 dL_n , dL_{n-1} , ..., dL_1 と、 dX_{-i} , dQ_{-i} , ($i=0, 1, 2$) を用いて表されることになる。アームベースの節点 $-i$, ($i=0, 1, 2$) の位置と方向が固定されていることから、アーム全体の部材長ベクトルの増分 dL と節点の位置ベクトルの増分 dX との関係が得られる。

$$dX = \hat{J}_{XL} \cdot dL \quad (25)$$

式(25)のヤコビ行列 $\hat{J}_{XL}$ は、 3×3 の小行列からなるブロック下三角行列であり、この構造は、概念モデルのヤコビ行列、式(5)の J_{XL} の構造と同じである。

以上の増分関係を考える際に、本来ならば、座標変換行列 Q_n 等の増分ではなく、節点部の方向 θ_n 等の増分を取扱わねばならなかったが、式(25)の導出過程では θ_n が Q_n の引数としてのみ現れ、かつ、最終的には消去されるので、 Q_n を用いた上記の展開でも都合が生じないことを付記しておく。

5.2 作業点の姿勢 作業ベクトル W と部材長ベクトル L の増分関係について考える。4・4 節の式 (19) の全微分をとると、

$$dX_T = J_{XTW} \cdot dW \quad \dots\dots\dots (26)$$

ただし、

$$J_{XTW} = \begin{bmatrix} I_3 & \partial Q_w / \partial \theta_w \cdot X_{-2} \\ I_3 & \partial Q_w / \partial \theta_w \cdot X_{-1} \\ I_3 & \partial Q_w / \partial \theta_w \cdot X_0 \end{bmatrix} \quad (6 \times 9 \text{ 行列})$$

ここで、 X_T が節点位置ベクトル X の一部であり、ブール行列 B_{XT} を用いて

$$X_T = B_{XT} \cdot X \quad \dots\dots\dots (27)$$

と表されることから、増分関係式 (25) と組合せると

(a) 直立

(b) 並進(z 軸)

(c) 並進(y 軸)

(d) 回転(x 軸)

(e) 回転(y 軸)

(f) 回転(z 軸)

(g) 並進(x 軸)

図 7 プロトシステムに基づく試作ユニットの動作列

(a) 初期姿勢

(b) 概念モデルに基づく場合

(c) プロトシステムに基づく場合

(d) 概念モデルで得られた部材長をプロトシステム入力した場合

図 8 運動シミュレーション例

$$\mathbf{J}_{XTW} \cdot d\mathbf{W} = d\mathbf{X}_T = \mathbf{B}_{XT} \cdot \hat{\mathbf{J}}_{XL} \cdot d\mathbf{L} \quad \cdots \cdots (28)$$

なる関係が得られる。逆運動解析では、与えられた $d\mathbf{W}$ に対して、 $[\mathbf{B}_{XT} \cdot \hat{\mathbf{J}}_{XL}]$ の適当な一般化逆行列を用いて、式(28)を解けばよい。ただし、このとき手先部の台座の三角形の辺 $(N-1)3$, $N1$, $N3$ の長さが不変であるための条件

$$d\mathbf{L}_T = \mathbf{B}_{LT} \cdot d\mathbf{L} = 0 \quad \cdots \cdots (29)$$

を制約とする、制約付き一般化逆行列を用いなければならない⁽¹⁷⁾。なお、 $\mathbf{B}_{LT}$ は、台座の辺にあたる部材の長さベクトル $\mathbf{L}_T = [l_{(N-1)3}, l_{N1}, l_{N3}]^T$ を $\mathbf{L}$ から取り出すブール行列である。

6. プロトシステムの運動例

トラス形アームの第1ユニットの、縦と斜めの6本の部材だけを可変長とした、6自由度を有するプロトシステムを考える。図7(a)は、ステッピングモータにボールネジを直結し、コンピュータによりモータをオープンループでコントロールすることで、部材長を可変とする構造を採用し、節点部には3章で示したような偏心を持つ節点ブロックを縦部材先端に取付けて作成した、試作ユニットを示したものである。直立した三角柱状の姿勢、図7(a)を基準とし、上面の節点1, 2, 3を、 z 軸あるいは y 軸方向に同じだけ並進させた時の、試作ユニットの姿勢を示したのが、図7(b), (c)であり、 x , y , z の各軸に平行で上面の中心を通る直線回りの回転を与えたときの姿勢が、図7(d), (e), (f)である。図7(g)は、図7(a)の第1ユニットに、第2ユニット(これは構造モデルである)を重ね、手先部の台座をその先に取付けた、2ユニット構成であり、図7(b)から(f)の場合と同じ6自由度を用いて、手先台座の作業点 W を x 軸方向に並進させたときの姿勢を示している。

次に、6ユニット、51自由度のトラス形アームを考え、概念モデルによる運動とプロトシステムによる運動のシミュレーションを行う。冗長自由度の取扱いには、部材長ベクトルの増分のユークリッドノルムを最小とする一般化逆行列(疑似逆行列)を用いる⁽¹⁷⁾。図8(a)に示す直立した初期姿勢の作業ベクトル、 $\mathbf{W}^{init} = [0[m], 0[m], 6[m]]^T, [0[deg], 0[deg], 0[deg]]^T$ から、最終姿勢の作業ベクトル $\mathbf{W}^{fin} = [1, 0, 5]^T, [0, -45, 0]^T$ まで、20増分ステップで線形に変化させたときの、最終姿勢を図8(b), (c)に示す。図8(b)は概念モデルでの結果、(c)はプロトシステムでの結果である。これはどちらの場合も、増分近似による作業ベクトルの20増分ステップ後の偏差を第21増分として、最終姿勢での補正をしており、それぞれ

の作業ベクトルの偏差は、 10^{-5} 程度である。得られた最終姿勢はどちらも非常に類似しており、節点部に偏心を許容したプロトシステムが、概念モデルとほぼ同等な動作をするようすが例証されている。

概念モデルを用いて得られた最終状態の部材長ベクトルの値を、プロトシステムに与えて順運動解析をして得られた姿勢を図8(d)に示す。この姿勢と図8(c)の姿勢との差異は一見したところ明確ではない。しかしながら、図8(d)の姿勢での作業ベクトルは $\mathbf{W} = [(1.076, 0.077, 5.002)^T, (-9.33, -41.79, -10.56)^T]^T$ となっており、目標とした $\mathbf{W}^{fin}$ からの偏差は $[(0.076[m], 0.077[m], 0.002[m])^T, (-9.33[deg], 3.21[deg], -10.56[deg])^T]^T$ と明白であり、特に作業点の方向で顕著である。なお、シミュレーションでは、節点部での各ジョイントの回転中心間の偏心量として、直立時の縦部材の長さのほぼ1割程度を想定した。これは試作モデルの偏心量と同等な大きさである。なお、図8に示した51自由度のアームの場合、アポロコンピュータ DN 3000を用いて、1増分ステップの演算時間は、概念モデルで5.6[s]、プロトモデルで32.1[s]である。

7. 結 言

立体トラス形アームの概念モデルは、トラス構造の部材を伸縮可能な可変長部材で置換したものであり、複数の部材が一点で回転自由に連結されることになる。この概念モデルをそのままに実現することは困難であるため、各部材が節点部で偏心を許容して連結されるプロトシステムについての考察を行った。3章ではプロトシステムの構成について検討を加え、概念モデルの持つ基本的性質が保持されるような構成を示した。プロトシステムに基づくトラス形アームの運動学に必要な基礎式を4章で定式化し、5章でその増分形の表現を導いた。導いたヤコビ行列は、ブロック三角行列であり、概念モデルのものと同じ構造をとっている。また、導いた運動記述に基づき、試作ユニットの動作例と、シミュレーションによる運動解析例を示した。以上を通じて、トラス形並列アームをシステムとして実現するための、基礎を確立することができたと考える。

文 献

- (1) Stewart, D., *Proc. Inst. Mech. Eng.*, 180-1-5(1965-66), 371.
- (2) Hunt, K. H., *Trans. ASME J. Mech. Trans. Auto. Design*, 105-4(1983), 705.
- (3) Yang, D. and Lee, T. W., *Trans. ASME J. Mech. Trans.*

- Auto. Design*, **106**-1 (1984), 191.
- (4) Mohamed, M. G. and Duffy, J., *Trans. ASME J. Mech. Trans. Auto. Design*, **107**-2 (1985), 226.
- (5) Inoue, H., ほか2名, *Proc. 3rd. Int. Symp. Robotics Res.*, (1985), 321, MIT press.
- (6) Fichter, E. F., *Int. J. Robotics Res.*, **5**-2(1986), 157.
- (7) Sugimoto, K., *Trans. ASME, J. Mech. Trans. Auto. Design*, **109**-1(1987), 3.
- (8) Merlet, J. P., *Proc. 3rd Int. Conf. Advanced Robotics*, (1987), 125, IFS/Springer.
- (9) Miura, K., ほか2名, *Acta Astronautica*, **12**-7/8(1985), 559(IAF-84-394, 1984).
- (10) Natori, M. and Miura, K., *AIAA/ASME/ASCE/AHS 26th Struct., Structural Dynamics and Material Conf.*, (1985), AIAA-85-0727.
- (11) Seguchi, Y., ほか4名, *Proc. Japan-USA Symp. Flexible Automation*, (1986), 251, JAACE.
- (12) 古谷・ほか2名, 28回宇宙科学技術連合講演会講演集, (1984-10), 430.
- (13) 瀬口・ほか4名, 機論, **54**-503, C(1988), 1411.
- (14) 田中・ほか2名, 機論, **55**-510, C(1989), 389.
- (15) 林, 機構学, (1984), 5・2節, 朝倉書店.
- (16) Paul, R.P. (吉川訳), ロボット・マニピュレータ, (1984), 2・4節, コロナ社.
- (17) Rao, C.R. and Mitra, S.K. (渋谷・田辺訳), 一般化逆行列とその応用, (1973), 4・11節, 東京図書.