台車の回転に対する摩擦および弾性モーメントが ボギー車の強制だ行動に及ぼす影響*

横 瀬 景 司^{*1}, 笠 木 誠 司^{*2}
高 野 豊^{*3}, 荒 木 龍 二^{*4}

A Combined Effect of Frictional and Elastic Moment against Truck Turning on Forced Hunting of a Bogie Car

Keiji YOKOSE, Seiji KASAGI,
Yutaka TAKANO, and Ryuji ARAKI

*In this paper, the authors theoretically analyze the forced hunting of a high-speed vehicle, which runs on a rail with sinusoidal irregularity, in reference to the lateral direction of the rail. The authors used the half-body vehicle model having a small clearance in the connecting position between the truck frame and the bolster anchor, where the spring and friction are connected in series against truck turning. Consequently, the authors clearly showed that there appeared some very complicated nonlinear phenomena in comparison with the resonance curves of no body. Then, the authors showed the influence of various values on the vehicle vibration, for example, the frictional force of the side bearer, the wheel tread conicity, the yawing damper, and the turning stiffness of the truck. Furthermore, the authors proposed target values for the designing of vehicles.

Key Words: Railway, Vehicle Dynamics, Nonlinear Systems, Forced Hunting, Track Irregularity

1. ま え が き

前論文⁽¹⁾においては問題の簡単化を図るため、輪軸を台車枠について弾性的に拘束した側受支持の台車について、レールに正弦波軌道曲りがあるときのレール上を走行する台車の強制だ行動解析を行った。その結果、ばね-摩擦直列結合による、いわゆる側受支持台車の強制だ行動は線形強制振動⁽²⁾とは異なり、台車に付帯する諸条件により、共振曲線は上部振動と下部振動とに分離するという複雑な非線形現象が現れることがわかった。

しかしながら実物車両では、台車上に弾性支持された車体があるので、車体が強制だ行動に与える影響を検討しておく必要がある。そこで本論文においては、台車は二軸剛体台車とし、実物車両に類似した半車体の車両モデルによって強制だ行動を解析したところ、共振曲線は車体を省略した場合と比べて極めて複雑となることがわかった。解析結果によれば、車両諸元の

より強い非線形現象が現われること、ある車両諸元のときには線形理論に類似の共振曲線となること、共振曲線の極大値を極力低くするための車両諸元などが提示された。

2. 計算上の仮定および記号の説明

2.1 仮定 解析に際しての仮定は前掲論文⁽¹⁾とほぼ同様であるので詳細については省略するが、車輪のレールへの衝突作用は考えないものとする。また、車体は1/2車体とし、車体のヨーイングは考えない。

2.2 記号 解析の対象とした台車のモデルを図1に示し、解析に必要な記号を次のように定める。

m_B : 1/2車体の質量

$2m_T$: 台車枠の質量

m_W : 輪軸の質量

i_{Bx} : 車体の重心を通る前後軸まわりの慣性半径

i_T : 台車枠の重心を通る垂直軸まわりの慣性半径

i_W : 輪軸の重心を通る垂直軸まわりの慣性半径

I_{Bx} : 車体の重心を通る前後軸まわりの慣性モーメント $= m_B i_{Bx}^2$

I_T : 台車枠の重心を通る垂直軸まわりの慣性モーメント $= 2m_T i_T^2$

I_W : 輪軸の重心を通る垂直軸まわりの慣性モーメント

* 平成元年8月25日 北陸信越支部北陸地方講演会において講演、原稿受付 昭和63年12月16日。

^{*1} 正員、新潟大学工学部(〒950-21 新潟市五十嵐2の町8050)。

^{*2} 学生員、新潟大学工学部。

^{*3} 准員、沖電気(株)(〒105 東京都港区虎ノ門1-7-12)。

^{*4} 学生員、新潟大学工学部。

図 1 台車のモデル

$$\text{ント} = m_w i_w^2$$

$2a$: 軸距

$2b$: 車輪とレールの左右接触点間隔

$2b_1$: 軸ばねの左右間隔

$2b_2$: まくらばねの左右間隔

$2r$: 車輪直径

γ : 車輪路面こう配

f : 一軸当たりのクリープ係数

v : 台車の走行速度

y_B : 車体重心の横変位

ϕ_B : 車体の前後軸まわりの角変位

y_T : 台車重心の横変位

ϕ_T : 台車の角変位

H_B : レール面上車体重心の高さ

H_T : レール面上台車重心の高さ

h_1 : 車軸中心より車体重心までの高さ

h_2 : まくらばね中央より車体重心までの高さ

k_1 : 一台車片側当たりの軸ばね定数

k_2 : 一台車片側当たりのまくらばね定数

k_0 : 台車のヨーイング運動に対する復原ばね定数

(台車片側当たり)

k_2 : 台車片側当たりのまくらばねの横方向ばね定数

c_0 : 台車のヨーイング運動に対するダンパの減衰係数 (台車片側当たり)

$2b_0$: c_0 および k_0 の左右間隔

F : 台車中心から b_0 の距離に作用する摩擦力

δ : ボルスタ・アンカ取付部に存在する遊間

$M(\phi_T)$: 台車のヨーイングに対する復原モーメント

S_1 : 輪軸の幾何学的だ行動の波長

$$= 2\pi\sqrt{br/\gamma}$$

S_2 : 一軸剛体台車の幾何学的だ行動の波長

$$= 2\pi\sqrt{br/\gamma(1+a^2/b^2)} = 2\pi L_2$$

ω : 台車だ行動の振動数

y_{R1}, y_{R2} : 前軸および後軸重心位置の軌道曲りの原線からの偏差

S_R : 軌道曲りの波長

ω_R : 角振動数 $= 2\pi v/S_R$

β : 前軸と後軸の位相遅れ角 $= 4\pi a/S_R$

β_T : 台車枠の位相遅れ角

a_0 : 軌道曲りの振幅

c_y : k_y に対する減衰係数

c_ϕ : k_ϕ に対する減衰係数

$c_{y\phi}$: $k_{y\phi}$ に対する減衰係数

$k_y, k_\phi, k_{y\phi}$: 台車の支持ばね系の復原係数

$\tau_y, \tau_\phi, \tau_{y\phi}$: ダンピング時定数で、次式により定義する。

$$\tau_y = c_y/k_y, \quad \tau_\phi = c_\phi/k_\phi, \quad \tau_{y\phi} = c_{y\phi}/k_{y\phi}$$

3. 台車の運動方程式とその解

3.1 運動方程式 正弦波状の曲りのある軌道上を走行する車両の運動方程式は次式のようにになる。

$$\begin{aligned} m_e \ddot{y}_T + 2f(\dot{y}_T/v - \phi_T) - k_y(y_B - y_T) - k_{y\phi}\phi_B - c_y(\dot{y}_B - \dot{y}_T) - c_{y\phi}\dot{\phi}_B &= 0 \\ I_e \ddot{\phi}_T + 2\{f(a^2 + b^2)/v + c_0 b_0^2\}\dot{\phi}_T + fb\gamma/r(2y_T - y_{R1} - y_{R2}) &= -M(\phi_T) \\ m_B \ddot{y}_B + k_y(y_B - y_T) + k_{y\phi}\phi_B + c_y(\dot{y}_B - \dot{y}_T) + c_{y\phi}\dot{\phi}_B &= 0 \\ I_{Bx} \ddot{\phi}_B + k_{y\phi}(y_B - y_T) + k_\phi\phi_B + c_{y\phi}(\dot{y}_B - \dot{y}_T) + c_\phi\dot{\phi}_B &= 0 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、

$$\begin{aligned} m_e &= 2(m_T + m_w) \\ i_e &= i_T \sqrt{m_T/(m_T + m_w) \cdot \{1 + m_w/m_T \cdot (i_w^2 + a^2)/i_T^2\}}, \quad (I_e = m_e i_e^2) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (2)$$

さらに、

$$k_y = \bar{D}_y/\bar{\Delta}, \quad k_\phi = \bar{C}_y/\bar{\Delta}, \quad k_{y\phi} = -\bar{C}_\phi/\bar{\Delta} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ただし,

$$\begin{aligned}\bar{A} &= \bar{C}_y \bar{D}_\phi - \bar{C}_\phi^2 \\ \bar{C}_y &= h_1^2/k_1 + h_2^2/k_2 + 1/2k_2 \\ \bar{C}_\phi &= -(h_1/k_1 + h_2/k_2), \quad \bar{D}_\phi = 1/k_1 + 1/k_2 \\ k_1 &= 2k_1 b_1^2, \quad k_2 = 2k_2 b_2^2\end{aligned}\quad \dots\dots\dots (4)$$

式(1)において, $M(\phi_T)$ は台車の垂直軸まわりの復原モーメントで, $M(\phi_T)$ と ϕ_T との関係を図 2 に示す. $M(\phi_T)$ を台車の 1 サイクルの運動のみに対し記述関数法を用いて計算すると次式が得られる.

$$M(\phi_T) = (A + jB)\phi_T \quad (j = \sqrt{-1}) \quad \dots\dots\dots (5)$$

式(5)においては, A, B は, $\phi_T = \phi_{\max} \cos \theta$ ($\phi_{\max}$ は台車の角振幅, θ は文献(2)で取扱ったように, k_0, F, b_0 , および δ の関数) に対し,

$$\begin{aligned}A &= 1/\pi \cdot \int_0^{2\pi} M(\phi_T) \cos \theta d\theta / \phi_{\max} \\ B &= 1/\pi \cdot \int_0^{2\pi} M(\phi_T) \sin \theta d\theta / \phi_{\max}\end{aligned}\quad \dots\dots\dots (6)$$

により, 次の条件のもとに求めることができる.

- (i) $\phi_{\max} \leq |\delta/b_0|$ ならば, $A=0, B=0$
- (ii) $\phi_{\max} \geq |\delta/b_0|, k_0 b_0 \phi_{\max} - k_0 \delta - F < 0$ ならば,
 $A = K/\pi \cdot (2\theta_B - \sin \theta_B), B=0$
- (iii) $\phi_{\max} \geq |\delta/b_0|, k_0 b_0 \phi_{\max} - k_0 \delta - F > 0$ ならば,
 $A = K/\pi \cdot \{(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3) - 1/2 \times (\sin 2\theta_1 - \sin 2\theta_2 + \sin 2\theta_3)\}$
 $B = K/\pi \cdot (\sin^2 \theta_1 - \sin^2 \theta_2 + \sin^2 \theta_3)$

$\dots\dots\dots (7)$

なる形の式が得られる.

次に車両の運動の定常状態における解を求める.

いま, 台車がレールの曲りに沿って定常運動するときを考え, 式(1)の解を, $y_T = Y_T e^{j\omega t}$, $\phi_T = \Psi_T \cdot e^{j\omega t}, \dots, y_{R1} = Y_{R1} e^{j\omega t}, y_{R2} = Y_{R2} e^{j(\omega t - \beta)}$ とおく.

式(1)に定常解を入れて解くと, 次式に示す無次元化した実振幅が得られる.

図 2 $\phi_T - M(\phi_T)$ の関係

$$\frac{\bar{y}_T}{a_0} = 2f\Gamma \left[\frac{Q_1^2 + Q_2^2}{T_1^2 + T_2^2} \right]^{1/2} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\begin{aligned}\frac{L_2 \bar{\phi}_T}{a_0} &= L_2 \Gamma \left[\frac{R_1^2 + R_2^2}{T_1^2 + T_2^2} \right]^{1/2} \\ &= L_2 \theta'\end{aligned}\quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\frac{\bar{y}_B}{a_0} = 2f\Gamma \left[\frac{U_1^2 + U_2^2}{T_1^2 + T_2^2} \right]^{1/2} \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$\frac{L_2 \bar{\phi}_B}{a_0} = 2fL_2 \Gamma \left[\frac{W_1^2 + W_2^2}{T_1^2 + T_2^2} \right]^{1/2} \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここで,

$$\begin{aligned}\Gamma &= fb\gamma/r \\ \theta' &= \sqrt{(R_1^2 + R_2^2)/(T_1^2 + T_2^2)}\end{aligned}$$

さらに, 位相遅れは $\bar{y}_T/a_0$ に対し,

$$\beta_{yT} = \tan^{-1} \{ (T_1 Q_2 - T_2 Q_1) / (T_1 Q_1 + T_2 Q_2) \}$$

ここで,

$$\begin{aligned}T_1 &= D_1 P_1 - D_2 P_2 + 4f^2 b\gamma/r \cdot (H_1 - O_1) \\ T_2 &= D_1 P_2 + D_2 P_1 + 4f^2 b\gamma/r \cdot (H_2 - O_2) \\ Q_1 &= (H_1 - O_1)(1 + \cos \beta) + (H_2 - O_2) \sin \beta \\ Q_2 &= (H_2 - O_2)(1 + \cos \beta) - (H_1 - O_1) \sin \beta \\ R_1 &= P_1(1 + \cos \beta) + P_2 \sin \beta \\ R_2 &= P_2(1 + \cos \beta) - P_1 \sin \beta \\ U_1 &= (H_1 - Z_1)(1 + \cos \beta) + (H_2 - Z_2) \sin \beta \\ U_2 &= (H_2 - Z_2)(1 + \cos \beta) - (H_1 - Z_1) \sin \beta \\ W_1 &= k_{y\phi} m_B \omega_R^2 \cdot (1 + \cos \beta) \\ W_2 &= c_{y\phi} m_B \omega_R^3 \cdot \sin \beta\end{aligned}$$

また,

$$\begin{aligned}P_1 &= I_1 - J_1 - 2K_1 + M_1 + N_1 \\ P_2 &= I_2 - J_2 - 2K_2 + M_2 + N_2 \\ I_1 &= C_1 H_1 - C_2 H_2, \quad I_2 = C_1 H_2 + C_2 H_1 \\ J_1 &= C_1 O_1 - C_2 O_2, \quad J_2 = C_1 O_2 + C_2 O_1 \\ Z_1 &= k_y F_1 - F_2 c_{y\omega_R}, \quad Z_2 = k_y F_2 + F_1 c_{y\omega_R}\end{aligned}$$

および,

$$\begin{aligned}H_1 &= -c_{y\phi}^2 \omega_R^2 + k_{y\phi}, \quad H_2 = 2k_{y\phi} c_{y\phi} \omega_R \\ O_1 &= E_1 F_1 - E_2 F_2, \quad O_2 = E_1 F_2 + E_2 F_1 \\ K_1 &= k_y H_1 - H_2 c_{y\omega_R}, \quad K_2 = k_y H_2 + H_1 c_{y\omega_R} \\ M_1 &= F_1 G_1 - F_2 G_2, \quad M_2 = F_1 G_2 + F_2 G_1 \\ N_1 &= E_1 H_1 - E_2 H_2, \quad N_2 = E_1 H_2 + E_2 H_1 \\ G_1 &= -c_{y\phi}^2 \omega_R^2 + k_{y\phi}, \quad G_2 = 2k_{y\phi} c_{y\omega_R}\end{aligned}$$

さらに,

$$\begin{aligned}C_1 &= -m_e \omega_R^2 + k_y, \quad C_2 = (2f/v + c_y) \cdot \omega_R \\ D_1 &= -I_e \omega_R^2 + A \\ D_2 &= 2\{f(a^2 + b^2)/v + c_0 b_0^2\} \omega_R + B \\ E_1 &= -m_B \omega_R^2 + k_y, \quad E_2 = c_{y\omega_R} \\ F_1 &= -I_{Bz} \omega_R^2 + k_\phi, \quad F_2 = c_\phi \omega_R\end{aligned}\quad \dots\dots\dots (12)$$

式(8)あるいは式(10)を用いて共振曲線を描くことができるが, 両式の右辺に含まれる, A および B [式

(5)に示す)は、台車の垂直軸まわりの最大角振幅 $\psi_{\max}$ の関数となっているので、この式のままだでは共振曲線を描くことができない。そこで、 $\psi_{\max} \rightarrow \psi_T$ とおき $\omega_R = 2\pi v/S_2 \cdot \lambda$, $\beta = 4\pi a/S_2 \cdot \lambda$ の形に変形し、 $\cos \beta = 1 - \beta^2/2! + \beta^4/4! \cdots$, $\sin \beta = \beta - \beta^3/3! + \beta^5/5! \cdots$ の無限級数に展開すると、式(9)は θ' のみの関数となる。そこで式(9)を λ^i について展開すると次式に示す16次の代数方程式が得られる。

$$\sum_{i=0}^{16} A_i \lambda^i = 0 \cdots \cdots (13)$$

ここで、

$$A_k = \Gamma^2 \alpha_k - \theta'^2 \beta_k$$

$$\alpha_k = \sum_{i=0}^k \{R_{R,i} \cdot R_{R,(k-i)} + R_{I,i} \cdot R_{I,(k-i)}\}$$

$$\beta_k = \sum_{i=0}^k \{T_{R,i} \cdot T_{R,(k-i)} + T_{I,i} \cdot T_{I,(k-i)}\}$$

$$T_{R,k} = \sum_{i=0}^k \{D_{R,i} \cdot P_{R,(k-i)} - D_{I,i} \cdot P_{I,(k-i)}\} + 4f\Gamma(H_{R,k} - O_{R,k})$$

$$T_{I,k} = \sum_{i=0}^k \{D_{R,i} \cdot P_{I,(k-i)} + D_{I,i} \cdot P_{R,(k-i)}\} + 4f\Gamma(H_{I,k} - O_{I,k})$$

$$R_{R,k} = P_{R,(k-4)} \cdot B_E^4/4! - P_{R,(k-2)} \cdot B_E^2/2! + P_{R,k} \cdot 2 + P_{I,(k-5)} \cdot B_E^5/5! - P_{I,(k-3)} \cdot B_E^3/3! + P_{I,(k-1)} \cdot B_E$$

$$R_{I,k} = P_{I,(k-4)} \cdot B_E^4/4! - P_{I,(k-2)} \cdot B_E^2/2! + P_{I,k} \cdot 2 - P_{R,(k-5)} \cdot B_E^5/5! + P_{R,(k-3)} \cdot B_E^3/3! - P_{R,(k-1)} \cdot B_E$$

ただし、

$$B_E = 4\pi a/S_2$$

$$P_{R,k} = \sum_{i=0}^k \{I_{R,i} \cdot J_{R,k-i} - 2K_{R,k} + M_{R,k} + N_{R,k}\}$$

$$P_{I,k} = \sum_{i=0}^k \{I_{I,i} \cdot J_{I,k-i} - 2K_{I,k} + M_{I,k} + N_{I,k}\}$$

$$O_{R,k} = \sum_{i=0}^k \{E_{R,i} \cdot F_{R,(k-i)} - E_{I,i} \cdot F_{I,(k-i)}\}$$

$$O_{I,k} = \sum_{i=0}^k \{E_{R,i} \cdot F_{I,(k-i)} + E_{I,i} \cdot F_{R,(k-i)}\}$$

$$I_{R,k} = \sum_{i=0}^k \{C_{R,i} \cdot H_{R,(k-i)} - C_{I,i} \cdot H_{I,(k-i)}\}$$

$$I_{I,k} = \sum_{i=0}^k \{C_{R,i} \cdot H_{I,(k-i)} + C_{I,i} \cdot H_{R,(k-i)}\}$$

$$J_{R,k} = \sum_{i=0}^k \{C_{R,i} \cdot O_{R,(k-i)} - C_{I,i} \cdot O_{I,(k-i)}\}$$

$$J_{I,k} = \sum_{i=0}^k \{C_{R,i} \cdot O_{I,(k-i)} + C_{I,i} \cdot O_{R,(k-i)}\}$$

$$M_{R,k} = \sum_{i=0}^k \{F_{R,i} \cdot G_{R,(k-i)} - F_{I,i} \cdot G_{I,(k-i)}\}$$

$$M_{I,k} = \sum_{i=0}^k \{F_{R,i} \cdot G_{I,(k-i)} + F_{I,i} \cdot G_{R,(k-i)}\}$$

$$N_{R,k} = \sum_{i=0}^k \{E_{R,i} \cdot H_{R,(k-i)} - E_{I,i} \cdot H_{I,(k-i)}\}$$

$$N_{I,k} = \sum_{i=0}^k \{E_{R,i} \cdot H_{I,(k-i)} + E_{I,i} \cdot H_{R,(k-i)}\}$$

$$K_{R,k} = k_y H_{R,k} - c_y H_{I,(k-1)} \cdot O_M$$

$$K_{I,k} = k_y H_{I,k} + c_y H_{R,(k-1)} \cdot O_M$$

$$O_M = 2\pi v/S_2$$

ここで、

$$H_{R,2} = -c_y^2 \phi \cdot O_M^2, \quad H_{R,0} = k_y^2 \phi$$

$$H_{I,1} = 2k_y \phi c_y \phi \cdot O_M, \quad H_{R,1} = H_{I,0} = 0$$

$$G_{R,2} = -c_y^2 \cdot O_M^2, \quad G_{R,0} = k_y^2$$

$$G_{I,1} = 2k_y c_y \cdot O_M, \quad G_{R,1} = G_{I,0} = 0$$

$$C_{R,2} = -m_e \cdot O_M^2, \quad C_{R,0} = k_y$$

$$C_{I,1} = (2f/v + c_y) \cdot O_M, \quad C_{R,1} = C_{I,0} = 0$$

$$D_{R,2} = -I_e \cdot O_M^2, \quad D_{R,0} = A$$

$$D_{I,1} = 2\{f(a^2 + b^2)/v + c_0 b_0^2\} \cdot O_M$$

$$D_{I,0} = B$$

$$E_{R,2} = -m_B \cdot O_M^2, \quad E_{R,0} = k_y$$

$$E_{I,1} = c_y \cdot O_M, \quad E_{R,1} = E_{I,0} = 0$$

$$F_{R,2} = -I_{Bx} \cdot O_M^2, \quad F_{R,0} = k_\phi$$

$$F_{I,1} = c_\phi \cdot O_M, \quad F_{R,1} = F_{I,0} = 0$$

$$H_{R,m} = H_{I,n} = 0, \quad C_{R,m} = C_{I,n} = 0$$

$$D_{R,m} = D_{I,n} = 0, \quad E_{R,m} = E_{I,n} = 0$$

$$F_{R,m} = F_{I,n} = 0$$

..... (14)

ここで、 $m=3 \sim 16$, $n=2 \sim 16$ とする。

式(9)において θ' を与えれば式(13)の係数 A_i は、すべて決まるので、16次の高次代数方程式を解いて、 $\lambda = S_2/S_R$ を求めることができる。また、式(10)は $\bar{y}_B/a_0 = f(\lambda, \theta')$ の形を取るのので、 θ' を与えて求められた式(13)の根(正の実根のみをとる)を式(10)に入れば、車体重心の横振幅を求めることができる。

同様に、 $\bar{y}_T/a_0$, $\bar{\phi}_B/a_0$ が求められる。

4. 数 値 計 算

4.1 数値 新幹線台車を例にとり、次の数値を選ぶ。

$$2m_T = 6160 \text{ kg}, \quad m_W = 2342 \text{ kg}$$

$$m_B = 18816 \text{ kg}$$

$$I_T = 8506.4 \text{ N} \cdot \text{m}^2$$

$$I_W = 1247.54 \text{ N} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{Bx} = 44277 \text{ N} \cdot \text{m}^2, \quad a_0 = 0.005 \text{ m}$$

$$r = 0.455 \text{ m}, \quad a = 1.25 \text{ m}$$

$$b = 0.75 \text{ m}, \quad b_0 = 1.415 \text{ m}$$

$$b_1 = 1.05 \text{ m}, \quad f = 16464 \text{ N}$$

上記のほかの標準値として、

$$\begin{aligned} F &= 4900 \text{ N}, \quad v = 55.56 \text{ m/s} \\ \gamma &= 1/40, \quad k_0 = 4900 \text{ kN/m}, \quad c_0 = 0 \\ k_1 &= 2862 \text{ kN/m}, \quad k_2 = 490 \text{ kN/m} \\ k_2' &= 363 \text{ kN/m} \\ H_B &= 1.659 \text{ m}, \quad H_T = 0.595 \text{ m} \\ h_1 &= 1.204 \text{ m}, \quad h_2 = 0.459 \text{ m} \\ \tau_\phi &= \tau_y = \tau_{y\phi} = 0.02 \text{ s}, \quad \delta = 0 \end{aligned}$$

4.2 計算結果 数値計算によって得られた結果の概要は次のとおりである。

4.2.1 側受摩擦力 F の影響 (図3~6) 新幹線車両のような高速車両においては、側受摩擦力の値をいかに選ぶべきかは重要である。直線軌道走行におけるだ行動防止のためには、 F は大きいほどよいが、 F が大きすぎると曲線通過に対し過大な横圧が作用し、これは車輪フランジ摩擦を促進する結果ともなるので、従来は $F > 2640 \text{ N}$ を目標とした。しかし、軌道狂いによる強制だ行動に及ぼす F の影響を十分検討されたものはない。そこで本文では、 F が車両振動に及ぼす影響を検討する。

$\delta = 0, v = 55.56 \text{ m/s}$ とし、 $F = 1960 \sim 4900 \text{ N}$ のときの共振曲線を示す。まず、図3 ($F = 1960 \text{ N}$) について考察する。図3(a)において共振曲線の振幅比 $\bar{y}_B/a_0$ は λ が小さい (S_R が大きい) ところでは、車体振動は軌道狂いに応じ、ほぼ同位相、同振動数で振動するが、 λ が大きく (S_R が小さい) なるにつれて、 $\lambda = 0.6$ および 0.8 付近で共振曲線の極大値が現れる。まず、 $\lambda = 0.6$ 付近で現れる共振は車体の下心のローリング、 0.8 付近で現れるものは上心のローリングである。このことは車体の固有振動数を計算することにより理解される。

すなわち、車体の固有振動数 $\nu_{y\phi}$ は次式により与えられる。

$$\nu_{y\phi}^2 = 1/2 \{ (\nu_y^2 - \nu_\phi^2) \pm \sqrt{(\nu_y^2 - \nu_\phi^2)^2 + 4\nu_y^4 \epsilon^2} \} \quad (15)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \nu_y^2 &= k_y/m_B, \quad \nu_\phi^2 = k_\phi/m_B i_{Bx}^2 \\ \epsilon &= e/i_{Bx}, \quad e = k_{y\phi}/k_y \end{aligned}$$

上記に前記の数値を入れて計算すると、下心のローリングに対し、 4.53 rad/s 、上心のローリングに対し、 7.04 rad/s となる。一方、台車の幾何学的だ行動の波長は、

$$S_2 = 2\pi \sqrt{b\gamma/\gamma(1+a^2/b^2)}$$

により計算すると、 45.1 m となるから、いま $\lambda = S_2/S_R = 0.6$ とすると $S_R = 75.1 \text{ m}$ 、 $v = 55.6 \text{ m/s}$ のとき、共振振動数は 4.6 rad/s となり、下心のローリングの固有振動数にほぼ一致する。同様に $\lambda = 0.8$ とすれば、共振振動数は 6.19 rad/s となり、これは車体の上心のローリングであることがわかる。また、 $\lambda = 0.8$ に対する S_R は 56.38 m である。新幹線軌道に実存すると推定される軌道狂いの波長の出現の頻度は $40 \sim 60 \text{ m}$ 、軌道狂いによって励振される車体の振動は上心のローリングである。また、車体振動は軌道狂いの波長が短く (λ が大きい) なるにつれ単調に減少する。これは通常の強制振動と同様の傾向を示す。

一方、図3(b)においては、車体振動のほか、 $\lambda = 1.15$ 付近で台車振動を主体とする第3の山が現れてい

図3 共振曲線 ($F = 1960 \text{ N}$)

図4 共振曲線 ($F = 2450 \text{ N}$) (c): (a)の拡大図

る。台車の横方向の固有振動数 ν_T は、

$$\nu_T = \sqrt{k_2/m_T} = 8.18 \text{ rad/s}$$

であるから、 $\lambda=1.15$ のとき、 $S_R=39.2 \text{ m}$ 、 $\nu_T=8.9 \text{ rad/s}$ となり、上記の計算値にほぼ一致する。

次に、図 4(a) は、 $F=2450 \text{ N}$ のときの共振曲線を示す。この場合には、車体の下心および上心の共振振動数 ($\lambda=0.6$ および 0.8 に相当) の間に空けきが見れる。これは、ばね-摩擦直列結合による非線形特性によるものである。また、図 4(b) に示す台車の共振曲線においても $\lambda=0.6$ 付近で車体の共振曲線と同様の空けき地帯が見れる。

図 5 は $F=2940 \text{ N}$ のときのものを示す。図 5(a) に示すように車体の共振曲線は分離し、下心のローリングと上心のローリングとの間に上部振動が見れる。このように F が増加すると、下心のローリングの共振曲線が鋭く尖り、 λ の狭い範囲で車体の共振が起こる。また、図 5(b) は台車の共振曲線を示す。車体の共振曲線と同様に台車振動も $\lambda=0.8$ 付近で分離し、さらに $\lambda=1.15$ 付近では台車振動を主体とする振動が見れるがその振幅は小さい。

図 6(a) は $F=4900 \text{ N}$ のときのものである。車体の共振曲線 ($\bar{y}_B/a_0$) は上部振動と下部振動に分離し、また F が増加すると、共振振幅は減少することをこの図は示している。 $\lambda=0.6$ 付近で見れる車体の下心のローリングは台車振動と同位相、 $\lambda=0.8$ 付近の上心のローリングは台車と逆位相で振動する。なお、図 6(b) に示すように $\lambda=1.15$ 付近においては台車の横振動が見れるが、その振幅は小さい。

台車になんらかの外乱が与えられれば、上部振動が見れるが、実際には車輪フランジがレールに当たり、輪軸の振幅が制限されるので、現実には上部振動が現

れることはない。すなわち、 $\bar{y}_T/a_0=2$ 、 $a_0=5 \text{ mm}$ とすれば、 $\bar{y}_T=10 \text{ mm}$ となり、車輪フランジとレールとの左右遊間 7.5 mm より大となるので、車輪フランジはレールに当たるからである。

4・2・2 共振曲線の跳躍現象 これまで述べたように非線形系の存在する共振曲線においては、非線形系特有の跳躍現象が見れることがわかった。そこで、図 4 および図 6 に示す共振曲線の跳躍現象について説明する。

まず図 4(c) ($F=2450 \text{ N}$) について、 λ が連続的に増加する場合について考える。共振曲線は A-C を通り、C 点で跳躍して E 点に達し、その後 λ の増加と共に E-F-G-H を通る。一方、 λ が減少する場合には H-G-F-D を経過して D 点で跳躍し、B-A を迎えることは通常非線形共振曲線と同様である。次に、I-L-K-J で囲まれる閉ループ領域について考えてみる。いま I-L-K 内の一点 L で振動するものとする。L 点においてなんらかの外乱が与えられると、振幅は L' 点に跳躍し、その後 λ の増加とともに L'-G-H を経る。もし、L 点で定常振動をするものとし、 λ が増大すると L-K を経て、K 点で跳躍し、K-G-H を通る。これより、I-J-K 曲線は不安定振動領域であって、この経路はたどらない。

次に図 6(c) ($F=4900 \text{ N}$) の場合について説明する。いま λ が増加すると共振曲線は A-B-C-D-E-F の

図 5 共振曲線 ($F=2940 \text{ N}$)

図 6 共振曲線 ($F=4900 \text{ N}$) (c) : (a) の拡大図

経路をたどる。しかし、いま B-C 間の一点、例えば B 点で定常振動をしているものとし、なんらかの外乱が作用し車体振幅が増大すると、振幅は B 点から G 点に跳躍し、 λ の増加とともに G-H-I を経て C 点に跳躍する。D-E 間においても同様である。このように、この例では G-J-I あるいは K-N-M 曲線は通らない。上記のように、側受摩擦力 F の大小により共振曲線は極めて複雑となることがわかる。本例からわかるように、 $\bar{y}_B/a_0$ の比較的小さい範囲内での跳躍現象による不安定振動を抑えるには、 F は大きいほどよい。

4・2・3 車輪踏面こう配の影響 図 7 は、車輪踏面こう配 γ の影響を示すものである。 γ が大きくなるにつれ共振点は、 $\lambda = S_2/S_R$ の小さいほうに移動する。このことは、 $S_2 = 2\pi\sqrt{b\gamma/r \cdot (1+b^2/a^2)}$ 、 $\omega_R = 2\pi v/S_R$ において、 ω_R を車体の固有振動数に等しくおくことにより、容易に理解される。

いま例えば、 $\gamma = 1/10$ とすると、第 1 および第 2 の

共振振動数は、それぞれ 4.66 rad/s, 6.98 rad/s となる。この値は車体の下心のローリングの固有振動数、4.53 rad/s, 上心のローリングの固有振動数 7.04 rad/s によく一致する。 $\gamma = 1/20$ および $1/40$ の場合についても同様にして、 λ の小さいほうで現れる共振は車体の下心のローリングの固有振動数に、また λ の大きいほうで現れるものは上心の固有振動数に対応することがわかる。

γ が $1/10$ から $1/20$ と小さくなると、共振曲線の極値は大きくなるが、 $\gamma = 1/20$ では、 $1/10$ の場合に比べ共振曲線が鋭く尖ってくる。すなわち、ある特定の軌道狂いの波長に敏感であるのに対し、 $\gamma = 1/10$ では λ の広帯域にわたり車体の振動が現れるので好ましくない。さらに、 $\gamma = 1/40$ では共振点付近において共振曲線は分離し、下部振動の共振曲線の極値は低くなるので、振動防止のためには γ は小さいほどよい。 $\gamma = 1/40$ では上部振動が現れることになるが、実際には車輪フランジがレールに当たり振幅が制限されるので、実際問題として上部振動が現れることはない。

また、第 1 の共振点に対する軌道狂いの波長 S_R は、 $S_R = S_2/\lambda$ により計算すると、75~82 m, 第 2 の共振点に対しては 50~56 m であるから、前述のように新幹線の軌道狂いの波長の分布 (40~60 m) より推定し、第 2 の共振、すなわち車体の上心のローリング防止が重要となる。

4・2・4 走行速度の影響 図 8 は、走行速度 v の影響を示すものである。 v が増加するにつれ共振点は λ の小さいほう (S_R の増大する方向) に移動する。これは、 $\lambda = S_2\omega_R/2\pi v$ (ただし、 $\omega_R = 2\pi v/S_R$) によっても明らかのように、 λ は v に逆比例するからである。また v が増加するにつれ下部振動の極値は高くなる。そこで、車体の固有振動数付近で現れる上部振動について説明する。走行速度が高いほど車体の下心ローリング付近では発生領域が狭くなり、上心のローリング付近では発生領域が広くなる。図に示すように、上記の上部振動のほか、第 3 の上部振動が現れ、これは走行速度が低いほど発生領域は小さくなり、やがて消滅する。下部振動と上部振動とに分離するのは台車の回車弾性復原モーメント $M(\phi_T)$ の摩擦による非線形特性の現れである。

4・2・5 ヨーイングダンパの減衰係数の影響 新幹線車両では通常ヨーイングダンパは取付けられていないが、本文では特に c_0 の効果を検討するための計算を行った。図 9 は、ヨーイングダンパの減衰係数 c_0 の影響を示す。まず、下部振動について考えると、下心のローリングを主体とする振動は c_0 にほぼ無関係で

図 7 共振曲線 (γ の影響)

図 8 共振曲線 (v の影響)

図 9 共振曲線 (c_0 の影響) 図 10 共振曲線 (k_0 の影響)

あるが、上心のローリングに対しては c_0 が大きいほど共振点の極値は低くなる。これより、軌道狂いの波長 40~60 m に対しては、 c_0 を大きくすることは、振動防止の点から効果があり、 $\bar{y}_B/a_0 < 1$ とするには、 $c_0 > 490 \text{ kN}\cdot\text{s/m}$ とすればよい。

次に上部振動は、 c_0 が大きくなるにつれて発生域が狭くなる。 $c_0 > 490 \text{ kN}\cdot\text{s/m}$ とすると、下心のローリング付近にのみ上部振動が現れるので、 c_0 を大きくすることは、上部振動防止に効果がある。

4.2.6 台車回転ばね定数の影響 図 10 は、台車回転ばね定数 k_0 の影響を示す。 $k_0 = 980 \text{ kN/m}$ のときには、車体の下心および上心のローリングが顕著に現れ、共振曲線の極値も極めて高くなるが、上部振動は現れない。この場合には、 $k_0 b_0 \phi_{\max} - k_0 \delta - F < 0$ となるから側受は滑らない。すなわち、方程式(1)は線形である。 k_0 が増大するにつれて、共振曲線は分離し上部振動が現れるが、下部振動は、 k_0 の増大につれ、その極値が低くなる。この場合は、 $k_0 b_0 \phi_{\max} - k_0 \delta - F > 0$ となり、側受は滑り $M(\psi_r)$ の非線形特性が現れる。このように、 k_0 を大きくすることは、軌道狂いによる車体の共振防止の点で、効果がある。ゆえに、 $k_0 > 4900 \text{ kN/m}$ とすることが望ましい。

5. あ と が き

側受支持方式の高速車両 (1/2 車両) を例にとり、正弦軌道曲りのある軌道上を走行するときの強制だ行動を解析したところ、共振曲線は従来の線形理論では見られないような複雑な現象が起こることがわかった。解析結果により共振曲線の形態と、共振防止のための

車両諸元を提示した。結果の概要は次のとおりである。

(1) 車体の共振は、軌道曲りによる振動数と車体の下心および上心のローリングの固有振動数に一致する付近で起こる。そして車体の振幅が増大すると、ばね-摩擦直列結合による復元モーメントの非線形特性が現れ、共振曲線は上部振動と下部振動とに分離し、その振動モードは極めて複雑になることがある。

(2) 側受摩擦力の大きさにより共振曲線の複雑な跳躍現象が現れ、微小振幅における車体の不安定振動を抑えるには、摩擦力は大きいほどよい。

(3) 車輪踏面こう配が増大すると軌道曲り波長の広い範囲にわたり車体振動が顕著に現れるので、車輪踏面こう配は小さいほどよい。

(4) ヨーイングダンパを付加することは、車体の上心のローリングを抑えるのに効果があり、 $\bar{y}_B/a_0 < 1$ とするには、減衰係数は $490 \text{ kN}\cdot\text{s/m}$ 以上とすることが望ましい。

(5) 台車回転ばね定数を大きくすることは、車体の振動を抑えるのに効果があるが、この値が大きすぎると、曲線通過に際し過大な横圧が作用することになるので、 4900 kN/m 程度がよい。

なお、最近のように高速車両のように複合円弧踏面形状車輪を用いる趨勢においては、車輪踏面こう配の非線形特性を考えた解析を進めることも、今後の重要な課題の一つとなるであろう。

文 献

- (1) 横瀬・笠本, 機論, 54-508, C (1988), 2987.
- (2) 横瀬・高野・五十嵐, 機論, 53-494, C (1987), 2094.