ヴィグナー分布による衝突音の周波数解析*

石 光 俊 介^{*1}, 北 川 孟^{*2}Time-Frequency Analysis of Impact Sound
by Means of the Discrete Pseudo-Wigner Distribution

Shunsuke ISHIMITSU and Hajime KITAGAWA

For the analysis of nonstationary signals and time-varying signals such as impact sound, the use of a discrete pseudo-Wigner distribution (WD) is particularly suitable. Review of its mathematical properties indicates that its expression is suitable to represent the signal simultaneously in the time and frequency domains. In order to compute the WD, digital signal processing is necessary. WD for digital processing can be carried out simply by adapting the fast Fourier transform algorithm. Analyzing several types of time-varying transient acoustic signals by means of the WD, we can illustrate their dynamic features jointly in time and frequency representation. Especially for the sandwich steel sheet, the damping characteristic of the signal can be clearly represented in the time-frequency domain.

Key Words: Wigner Distributions, Sandwich Steel Sheet, Impact Sound, Time-Frequency Representation

1. 緒 言

時変信号の解析法として、ヴィグナー分布(Wigner Distribution: WD)の研究が最近盛んになりつつある。WDとは過渡特性を持つ信号を表現する時間と周波数の二次元分布関数である⁽¹⁾⁽²⁾。この関数は、従来のパワースペクトルの定義に含まれる時間平均操作を行わない。したがって、時間の変数が残り、時間とともにその性質が変化する信号に対しても分解能の高い解析が可能である。また、従来よく用いられている累積スペクトラムからは求められない。群遅延特性、瞬間周波数、瞬時パワーとスペクトルエネルギー密度のような時変信号特性の重要な特徴量をWDの時間-周波数(t - f)解析結果から簡単に得ることができる。

一方、従来は機械要素相互の衝突によって生ずる過渡音場の周波数解析を、高速フーリエ変換(FFT)などによる一次元的な処理で行われてきた⁽³⁾。これに対して、WDはこのような信号の時間と周波数に関する二次元分布を高い分解能で得ることができるので、過渡

現象信号解析の極めて有力な手段であると考えられる。

そこで、本研究では、機械騒音の一つである機械要素相互の衝突の際に生じる過渡音場にWDを用いた解析を試みた。衝突モデルとしては、工業的に最も基本的な形態である球と金属板のモデルを用いた。

2. 研 究 方 法

2・1 時変音響信号の解析 ほとんどの音響現象は、一般的に時間に対応して変化する信号として観測される。このような時変信号の周波数解析に用いられてきたFFTは、観測時間幅に関して周期性を持つという前提でのみ有効である。したがって、過渡信号やランダムノイズを含む信号などの時変信号を解析する場合、スペクトルの幅が広がることにより t - f 平面上でのピークの位置や高さが不正確になってしまう。

一方、音響・振動などの信号の性質を t - f 平面上で動的にとらえ、表現する方法としてSpectrogramなどが用いられてきた。Spectrogramでは、時間関数 $f(t)$ の時刻 t の近傍における信号のみを取り出し、その平均パワースペクトルを時刻 t におけるパワースペクトルとするという方法で、

* 平成元年4月5日 第66期通常総会講演会において講演、原稿受付 平成元年6月26日。

*¹ 学生員、豊橋技術科学大学大学院 (〒440 豊橋市天伯町字雲雀ヶ丘1-1)。

*² 正員、豊橋技術科学大学。

$$P(t, f) = \left| \int_{-T/2}^{T/2} f(\tau) w(t - \tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau \right|^2 / T \quad \dots\dots\dots (1)$$

にて表現される⁽⁵⁾。ここで、 T は時間窓長さ、 w は時間窓関数である。この場合、 T のとり方により時間と周波数の分解能の間にトレードオフがあり、 t - f 平面において値が拡散された形で表現される。

それに対し、WD は

$$w(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t + \tau/2) f^*(t - \tau/2) e^{-i2\pi f\tau} d\tau \quad (2)$$

にて表現され、従来のパワースペクトルのような時間平均操作を含まないため、信号の周波数要素の時間的な変化を含めて解析することも可能である。式(2)のWDの定義は、定常信号に対して成立するWiener-Khintchine の関係を、非定常信号の領域まで拡張したものと考えられる⁽⁶⁾。

図1は時変信号の一種である周波数変調信号をWDならびにSpectrogramによって解析し比較した結果である。横軸が時間(ポイント)、縦軸が正規化角周波数を示している。また、この変調信号は

$$f_{jm}(t) = A_0 \cos(\omega_0 t + \Delta\omega/p \sin pt) \quad \dots\dots\dots (3)$$

で表現され、ここで、 $A_0=1$ 、 $\omega_0=0.3$ 、 $\Delta\omega=0.25$ 、 $p=0.015$ 、($\Delta\omega/p=16.71$)、である。

スペクトル分布の広がり、Spectrogram では大きく、WD では小さい。すなわち、WD では高い分解能で結果を得ることができる。この解析例からも時変音響信号のように複雑で、非定常な音場解析にはSpectrogram のような従来の解析方法では不十分であることが明らかである。過渡音場のような時間的に性質が変化する信号には、時間平均操作を含まない解析法を適用する必要がある。

2.2 離散化によるWDの計算方法 図2にWDの処理アルゴリズムのブロック線図を示す。ナイキスト比でサンプルされた時変信号 $f(t)$ からヒルベルト変換、式(4)、によって $g(t)$ が得られる。

$$g(t) = 1/\pi \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)/(t - \tau) d\tau \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$h(t) = f(t) + jg(t) \quad h^*(t) = f(t) - jg(t) \quad \dots\dots (5)$$

さらに、式(5)で表現される $h(t)$ を解析信号という [$h^*(t)$ は $h(t)$ の複素共役関数である]。解析信号は、負の周波数すなわち冗長成分を持たないという性質を持っており、この信号を用いることにより、エリアシングの影響を軽減できる⁽⁷⁾。

また、実数軸、虚数軸および時間軸を直交3軸とし、この座標系で時間軸に沿って解析信号を三次元表示したグラフをハイサー・スパイラル(HS)という⁽⁴⁾。

次に、式(2)から離散的WDの定義式を求めると、

式(6)となる⁽⁴⁾。

$$w(n, k) = \sum_{m=-M/2+1}^{M/2} u_n(m) e^{-i2\pi mk/M} \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 M は観測幅、 u_n は非定常自己相関関数である。この関数 u_n は、式(5)の2対の複素共役な解析信号の図3に示すクロス乗算より得られ、

$$\begin{aligned} u_n(m) &= 2h(n+m)h^*(n-m) \\ &= 2\{f(n+m)f(n-m) \\ &\quad + g(n+m)g(n-m)\} \\ &\quad + 2j\{f(n-m)g(n+m) - f(n+m)g(n-m)\} \\ &\quad \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

と表現される。こうして求められた関数 u_n のDFTを計算してWDのマトリックスを得ることができる。図3は、ある時刻 t を中心に非定常な自己相関式(7)をとり、そのDFTよりその時刻 t の周波数成分を得るまでの流れである。このような計算は観測幅 M で行われるが、この観測幅はある時刻を中心に矩形窓をかけたものと等価である。

窓関数としては、打ち切りによる端効果を軽減するために、窓の両端に近づくにしたがって滑らかに値が小さくなるような重み関数が適当である。本研究では、図4に示される複素領域まで拡張した複素ブラックマン窓を用いた。

2.3 実験装置および測定系の構成 本研究で用いた実験装置および測定系の構成を図5に示す。実験は無響室内で行った。金属板は厚さ数mmの正方形の圧延鋼板および制振鋼板(熱可塑性樹脂を2枚の鋼板で挟み接着したサンドウィッチ鋼板)である。この金属

図1 時変音響信号の解析

図2 WDの処理アルゴリズム

板をナイロン糸でつるし、板の中心位置に垂直方向から球を衝突させた。球として $\phi 8 \text{ mm}$ の鉛球と鋼球を用いた。球の衝突速度は、初期状態の球の位置エネルギーから求めた。

衝突音は、反衝突側および衝突側の2方向にて板の中心からこれに垂直方向に設置したコンデンサマイクロホンを用いて測定し、板とマイクロホンの距離 r は 250 mm とした。また、衝突によって生ずる板の振動は、板の反衝突側に取付けた加速度ピックアップにより検出した。これらの衝突音と板の振動の信号は、アナライジングレコーダに同時記憶して、GP-1Bによりパーソナルコンピュータに転送し、フロッピーディスクに記録する。さらに、これらを Network File System(NFS)により Engineering Work Station(EWS)に転送し、WDのマトリックスを計算する(EWS上のWDのマトリックス計算処理時間は1024点のデータの場合で1 min以内であった)。

WDのマトリックスは、ふたたびNFSによってパーソナルコンピュータに転送され、適当なレンジと、7水準の等高線とが計算され、 t - f 平面に出力される。

3. 結 果

制振鋼板および圧延鋼板の衝突モデル実験から得られたWDを図6～8に、Spectrogramを図9に示す。図6～8においては点の大きさがエネルギーの強さを示す。衝突球は鋼球を用い、衝突速度は 171.45 cm/s であった。図6、7において干渉線のようなものが現れている。これは板の曲げ固有振動数と一致しており、

図3 WD計算の流れ

図4 複素ブラックマン窓

t - f 平面の値を時間に関して積分したエネルギー周波数曲線(すなわちパワースペクトル)のピークと谷を形成するものと考えられる。

衝突後の減衰音の一次元解析では、衝突側と反衝突側の音の減衰は、類似した周波数成分となるため識別は不可能とされていた⁽³⁾。しかし、それらは衝突音の音のまわりこみ現象や振動の伝達時間遅れなどで衝突側と反衝突側とは異なるはずである。一次元的な解析でその差異が表現できないのは定義式(1)に示される時間平均操作が原因であり、時間-周波数分解能の優れた解析を用いるとこのような識別が可能であると考えられる。確かに、WDの解析結果では図6と図7の 1.5 kHz 近傍の球の衝突成分を比較すると、そのエネルギー分布の時間軸方向の広がりやの違ひから、この識別ができることが証明されている。

図8はWDを群遅延特性にてフィルタリングをしたものである。図9はSpectrogramによって制振鋼板の信号を表示したものである。図8と比較すると、エネルギー分布は大きく広がり、正確なピーク値の位置も認識しにくい。

図8、9中に示される制振鋼板の観測信号では最初のパルス音に続く音は現れず、パルス音の性質が顕著に現れており、初めのパルス音のピーク値は全周波数領域にわたって広がっている。したがって、パルス音に着目した過渡信号の扱いが可能である。パルス音は、衝突側および反衝突側とは性質が異なるため、一次元的な解析で十分であるが、 t - f 平面にて表現すると両者のパワースペクトルの相関が三次元的に解析できる。例えば、図8においては 1 Kz 付近の時間遅れを持った成分および 2 kHz の成分(図8中1.2)から確認できる。

このように、WDによって得られる干渉線や群遅延などの特徴量を用いると、音場のより全体的な評価が可能である。

図5 実験装置の概要

図 6 圧延鋼板, 衝突側の WD (−45〜−30 dB)

図 8 制振鋼板, 衝突側および反衝突側の WD (−70〜−55 dB)

図 7 圧延鋼板, 反衝突側の WD (−45〜−30 dB)

図 9 制振鋼板, 衝突側および反衝突側の Spectrogram (−70〜−55 dB)

4. 結 言

WD を過渡音場へ適用することにより, 音場の詳細な解析が正確にできることがわかった。また, この分布関数から得られる特徴量を考察すると過渡音場をより多面的に解析することも可能である。しかし, Wigner 分布はクロス項⁽⁵⁾と呼ばれるピークの組合せと同数の不確定性項を持つので, この影響について著者らは現在検討中である。

この方法は今後も波動過渡信号解析のさまざまな分野での応用が期待される⁽⁴⁾。最後に, 制振鋼板のサンプルを提供していただいた(株)神戸製鋼所の方々に深甚の謝意を表します。

文 献

- (1) Preis, D., Hlawatsch, F., Bloom, P. J. and Deer, J. A., *J. Audio Eng. Soc.*, 35-12(1987), 217.
- (2) Claassen T. A. C. M. and Mecklenbrauker, W. F. G., *philips J. Res.*, 35(1980), 1004.
- (3) 五十嵐・宮山, 機論, 54-498, C(1988), 423.
- (4) 北川・石光, 材料試験技術, 34-3(1989), 199.
- (5) 川浦・ほか2名, 自動車技術, 42-12(1988), 1549.
- (6) 日野, スペクトル解析, (1985), 朝倉書店.
- (7) Claassen, T. A. C. M. and Mecklenbrauker, W. F. G., *IEEE Trans. A. S. S. P.*, 31(1983), 1069.