FMS におけるパートセクション問題の一解法*

李 鉄 克^{*1}, 中 村 信 人^{*2}

A Solution Method for the Part Selection Problem in an FMS

Tie-ke LI and Nobuto NAKAMURA

In this paper we consider a critical production scheduling problem, the part selection problem, for the effective utilization of a flexible manufacturing system (FMS). The problem is to determine how to split up the production requirement given for a certain period into a number of subsets in order to minimize the number of tool changeovers and the sum of maximum workloads. First, we describe the part selection problem and show that, although the problem can be formulated as an integer programming problem, the number of integer variables is too large to obtain optimal solutions for realistic problems. Then, we develop a heuristic method and carry out the computational experiments to test its efficiency and validity. The computational results show that our heuristic method is efficient and can be used to solve large-scale problems.

Key Words: Flexible Manufacturing System, Part Selection, Heuristic Algorithm

1. 緒 言

FMS を構成する各機械は、一般に多様な加工機能を持つが、機械の工具マガジン容量に制約があるため、所要工具のすべてを同時に収納することができない。したがって、ある生産期間(例えば1週間)に加工すべきすべての部品を加工するには、何回かの工具段取りが必要となる。そのため、機械の工具マガジン容量の制約下で、工具段取り回数ならびに最大ワークロードの和を最小ならしめるように、おのおのの工具段取りで加工すべき部品を選択するパートセクション問題が生じる。この問題は各機械での作業順序を決めるいわゆるシーケンシングの前に解決されなければならない重要な問題である。FMS を効率的に運用するには、パートセクション問題に対する有効的な解法が不可欠である。

機械の工具マガジンの容量制約を考慮した FMS の生産計画問題は一般に整数計画問題としての定式化が可能であり^{(1)~(3)}、本研究で考慮するパートセクション問題においても、整数計画問題として定式化するこ

とによってその最適解を求めることができる。しかし、その方法はかなり小規模の問題しか解くことができないため、現実の大規模な問題には応用できない。そこで、本研究では現実の大規模なパートセクション問題を取扱うことができるヒューリスティックな一解法を提案する。

2. パートセクション問題

2.1 記号の説明と前提条件

2.1.1 記号の説明 まず次の記号を定義する。

$i: i \in I$, 部品の番号

I : 与えられた部品の集合

$j: j \in J$, 機械の番号

J : 機械の集合

C_j : 機械 j の工具マガジン容量(本)

A_{ij} : 部品 i の加工に必要な機械 j で使用する工具の集合 ($|A_{ij}| \leq C_j$, $|A_{ij}|$ は集合 A_{ij} の要素数である)

t_{ij} : 部品 i の機械 j での加工時間 (min)

G : 工具段取りの回数

g : 工具段取りの番号 ($g=1, \dots, G$)

P_g : 第 g 回めの工具段取りで加工すべき部品の集合

* 平成元年3月9日 中国四国支部第27期総会講演会において講演, 原稿受付 平成元年5月31日。

^{*1} 准員, 広島大学大学院 (〒724 東広島市西条下見)。

^{*2} 正員, 広島大学工学部。

T_{jg} : 第 g 回めの工具段取りで加工すべき部品の
機械 j でのワークロード $\sum_{i \in p_g} t_{ij}$

2.1.2 前提条件 本研究の前提条件は次のものである。

(1) ある生産期間(例えば1週間)において, 加工すべき部品と各部品の各機械での加工時間および使用工具は決められている。

(2) 加工すべき部品のすべてを加工するのに必要な工具を同時に機械工具マガジンに収納することができず, 工具段取りが必要となる。

(3) 各機械の工具マガジンにおける工具の交換は前回の工具段取りで加工すべき部品が全部完成された時点で同時かつ一斉に行われる。

2.2 制約条件と目的関数

2.2.1 制約条件 ある解 $(P_1, P_2, \dots, P_G)$ がパートセレクション問題の実行可能解であるための条件は以下のとおりである。

(1) 各工具段取りにおいて, 同時に各機械の工具マガジンに配置すべき工具の数がその工具マガジンの容量を超えない。すなわち

$$|\cup_{i \in p_g} A_{ij}| \leq C_j \quad \forall j \in J, g=1, \dots, G \quad (1)$$

(2) 与えられた部品はすべて加工されなければならない。すなわち

$$\cup_{g=1}^G P_g = I \quad (2)$$

2.2.2 目的関数 FMS のパートセレクション問題においては工具段取り回数の最小化と最大ワークロードの和の最小化の二つの目的関数が考えられる⁽²⁾⁽⁴⁾。前者が工具段取りにかかわる非加工時間の最小化を狙ったものであり, 後者が同時かつ一斉の工具交換(前提条件(3))によるシステムの稼働率を低下させるという問題点の軽減を狙ったものである。本研究では, 工具段取り回数の最小化を第1目的関数, 最大ワークロードの和の最小化を第2目的関数として扱い, 目的関数2を目的関数1に従属させる。式で表せば次のようになる。

$$\text{目的関数 1 Minimize } G \quad (3)$$

$$\text{目的関数 2 Minimize } T = \sum_{g=1}^G (\max_{j \in J} \{T_{jg}\}) \quad (4)$$

2.3 最適解を求めるためのアプローチとその計算

経験 以上で定義した FMS のパートセレクション問題は組合せ問題としての性質を持つ問題である。そこで, 本研究の第1歩として, まず整数計画法に基づく最適解を求める方法を開発した(付録1を参照のこと)。この方法の実用性を調べるために, まず表1に示すような8部品, 2機械, 12工具の簡単な問題を設定

した。この問題に対して, $G=3$ のときの整数変数の数は63個であり, 混合整数計画プログラム(MIP)を利用して, 最適解($P=\{1, 3\}$, $P=\{2, 6\}$, $P=\{4, 5, 7, 8\}$, $G=3$, $T=175$)を求めるのに51sのCPU時間がかかった。さらに, 使用工具の数を80本($C_1=C_2=20$ 本)に増やすと $G=3$ のときの整数変数が267個になり, 結局整数解さえも得られなかった。

以上のことから, 明らかに, 実際の部品数が数十, 工具数が数百以上の問題に対して, 整数計画法により最適解を求めることは現実的でないことがわかる。したがって, 実用的にはより良い近似解を求めるヒューリスティック解法が必要とされる。以下においてパートセレクション問題に対する一つのヒューリスティック解法を提案するのは以上の理由によるものである。

3. ヒューリスティック解法

3.1 解法の概要 本研究におけるパートセレクション問題の第1目的関数と第2目的関数に対応して, ここで提案するヒューリスティック解法は二つのフェーズから構成される。解法の第1フェーズでは, 目的関数1の値を最小化するように一つの初期解を生成する。その際, 各段取りでできるだけ多くの部品を加工するように最初の工具段取りから各段取りで加工すべき部品を順次選択し, 一つの実行可能解を生成する。部品数が一定の場合, 各段取りでできるだけ多くの部品を加工することは段取り回数を減少させることと等価となるため, 以上の選択手続きは目的関数1の最小化に有効と考えられる。さらに, 解法の第2フェーズでは, 目的関数2の値を減少させることを目指して, 解法の第1フェーズで得られた初期解における調整を行う。この調整手続きは目的関数1の値を増加し

表1 使用工具と加工時間

Part (i)	Tool required (A_{ij})		Processing time (t_{ij}) (min.)	
	j=1	j=2	j=1	j=2
1	{1, 2, 4, 6}	{7, 10}	10	20
2	{1, 2}	{8, 9}	40	10
3	{4}	{8}	20	10
4	{4, 5, 6}	{10, 11}	20	45
5	{3}	{9, 12}	45	10
6	{2, 3, 5}	{7, 8, 9}	10	40
7	{3}	{9}	20	10
8	{5}	{11, 12}	10	30

Tool magazine capacity: $c_1=c_2=4$

ないように目的関数 2 の値を減少させることを狙っている。

3・2 アルゴリズム まず第 g 回目の段取りで加工すべき部品を選択する過程において、さらに次の記号を定義する。

I_g : まだ選択されていない部品の集合。

M_{jg} : すでに機械 j の工具マガジンに配置されている工具の集合。

$T_j(P_g)$: P_g に属している部品の機械 j でのワークロード。これは次式で与えられる。

$$T_j(P_g) = \sum_{i \in P_g} t_{ij} \dots\dots\dots (5)$$

$T(P_g)$: P_g に対応している最大ワークロード。これは次式で与えられる。

$$T(P_g) = \max_{j \in J} \{T_j(P_g)\} \dots\dots\dots (6)$$

S_g : 選択可能な部品の集合。これは次式で与えられる。

$$S_g = \{i : i \in I_g, |A_{ij} \cup M_{jg}| \leq C_j \forall j \in J\} \dots\dots\dots (7)$$

これらの記号を用いることによって本研究で提案するヒューリスティック解法は次のようなアルゴリズムの形で表現される。

[フェーズ 1: 初期解を生成する]

手順 1 (パラメータの入力と初期値の設定)

- ① A_{ij} , t_{ij} , $C_j (i \in I, j \in J)$ を読み込む。
- ② $g \leftarrow 1$, $I_1 \leftarrow I$, 手順 2 へ。

手順 2 (段取り g における初期値の設定)

- $P_g \leftarrow \phi$, $S_g \leftarrow I_g$, $M_{jg} \leftarrow \phi$,
- $T_j(P_g) \leftarrow 0$, 手順 3 へ。

手順 3 (部品の選択と状態更新)

- ① S_g からの一つの部品 i^* を選択する。
- ② $I_g \leftarrow I_g - \{i^*\}$ (“-”は集合の差の記号である), $P_g \leftarrow P_g \cup \{i^*\}$, S_g , M_{jg} , $T_j(P_g)$ を更新して, 手順 4 へ。

手順 4 (段取り g でこれ以上部品を加工することができなくなるまでこの段取りで加工すべき部品の選択の続行。)

- $S_g \neq \phi$ なら, 手順 3 へ。
- $S_g = \phi$ なら, 手順 5 へ。

手順 5 (すべての部品が選択されるまで選択の続行)

- $I_g \neq \phi$ なら, $g \leftarrow g + 1$, $I_g \leftarrow I_{g-1}$
- 手順 2 へ。
- $I_g = \phi$ なら, 手順 6 へ。

[フェーズ 2: 初期解を調整する]

手順 6 (調整可能かどうかの判断)

次の条件 a~c を満たす変数の組 $(i, g[1]$,

$g[2])$ があるかどうかを調べる。

- a. $i \in P_{g[1]}$
- b. $|A_{ij} \cup M_{jg[2]}| \leq C_j \forall j \in J$
- c. $\Delta(i, g[1], g[2]) = [T(P_{g[1]} - \{i\}) + T(P_{g[2]} \cup \{i\}) - [T(P_{g[1]}) + T(P_{g[2]})]] < 0$
もしあれば, 手順 7 へ, なければ手順 8 へ。

手順 7 (調整と状態の更新)

- ① 手順 6 の条件を満たす変数の組の中から $\Delta(i, g[1], g[2])$ の値の最も小さいものを $(i^*, g[1]^*, g[2]^*)$ とする。
- ② $P_{g[1]}^* \leftarrow P_{g[1]} - \{i^*\}$,
 $P_{g[2]}^* \leftarrow P_{g[2]} \cup \{i^*\}$,
 $M_{jg[1]}^*$, $M_{jg[2]}^*$, $T_j(P_{g[1]}^*)$,
 $T_j(P_{g[2]}^*)$ を更新して, 手順 6 へ。

手順 8 各段取りで加工すべき部品 (P_g) および各機械で使用する工具 (M_{jg}) を出力して, 終了。

3・3 アルゴリズムの説明 まず, アルゴリズムのフェーズ 1 において目的関数 1 の最小化に重要なものは手順 3 の部品 i^* の選択方法である。本研究では, この手順において, 田中ら⁽⁵⁾ が NC 複合機械の場合に対して提案した共通工具数と追加工具数の概念を FMS の場合に適用するために, それらを次のように定義する。

(1) 共通工具数 ($= \sum_{j \in J} |A_{ij} \cap M_{jg}|$): これは, もし部品 i を選択した場合に, その加工に必要とする工具とすでに各機械の工具マガジンに配置されている工具との間の共通工具数である。

(2) 追加工具数 ($\sum_{j \in J} |A_{ij} - A_{ij} \cap M_{jg}|$): これは, もし部品 i を選択した場合に, 新たに各機械の工具マガジンに追加しなければならない工具数である。

以上の準備のもとに, 工具交換回数を減少するために, 常に共通工具数が多くかつ追加工具数の少ない部品を選択すべきという考えに基づいて, 本研究では次の選択ルール (GR) を提案する。

GR:

$$Q(i^*) = \max_{i \in S_g} Q(i) \dots\dots\dots (8)$$

により i^* を求める。ただし,

$$Q(i) = \frac{\sum_{j \in J} |A_{ij} \cap M_{jg}|}{\sum_{j \in J} |A_{ij}|} \dots\dots\dots (9)$$

もし同値の場合, 使用工具数の最も大きいものを選択する。

このルールは次のように解釈できる。

(1) $\sum_{j \in J} |A_{ij} - A_{ij} \cap M_{jg}| = 0$ のとき, $Q(i)$ が最大値 1 をとる。すなわち, 追加工具数が零の部品があ

る場合、GR ルールはこれらの部品を優先に選択する。

(2) $\sum_{j \in J} |A_{ij} - A_{ij} \cap M_{j\theta}| > 0$ のとき、次の関係が成立する(証明略): $(\sum_{j \in J} |A_{ij} \cap M_{j\theta}|) / (\sum_{j \in J} |A_{ij}|)$ の値により部品を選択することは $(\sum_{j \in J} |A_{ij} \cap M_{j\theta}|) / (\sum_{j \in J} |A_{ij} - A_{ij} \cap M_{j\theta}|)$ の値による部品を選択することと等価である。すなわち、追加工具数が零の部品がない場合、GR ルールは共通工具数と追加工具数との比の値の最も大きい部品を選択する。

そして、アルゴリズムのフェーズ 2 においては次の三つの性質が考えられる。

性質 1 毎回の調整において目的関数 1 の値が増加しない。

性質 2 毎回の調整において目的関数 2 の値が単調に減少する。

性質 3 調整回数が収束する。

(性質 1 ~ 3 の証明については付録 2 を参照のこと)

この三つの性質によって、アルゴリズムのフェーズ 2 において調整回数が有限であり、調整を行うごとに解が改善されることが保証される。

さらに、以上のヒューリスティック解法の求解プロセスを例解によって明らかにするために、表 1 に示す問題に対してこのヒューリスティック解法を適用した。その結果、初期解の生成および調整過程は次のようになった。

初期解: $P_1 = \{1, 2, 3\}$ (選択順序: 1, 2, 3)
 $P_2 = \{5, 6, 7\}$ (選択順序: 6, 7, 5)
 $P_3 = \{4, 8\}$ (選択順序: 4, 8)
 $G = 3, T = T_1 + T_2 + T_3$
 $= 70 + 75 + 75 = 220$

調整: ① $P_2 = \{5, 6, 7\} \rightarrow P_2 = \{6, 7\}$
 $P_3 = \{4, 8\} \rightarrow P_3 = \{4, 5, 8\}$
 $T = 220 \rightarrow T = 205$
 ② $P_1 = \{1, 2, 3\} \rightarrow P_1 = \{1, 3\}$
 $P_2 = \{6, 7\} \rightarrow P_2 = \{2, 6, 7\}$
 $T = 205 \rightarrow T = 185$
 ③ $P_2 = \{2, 6, 7\} \rightarrow P_2 = \{2, 6\}$
 $P_3 = \{4, 5, 8\} \rightarrow P_3 = \{4, 5, 7, 8\}$
 $T = 185 \rightarrow T = 175$

調整した解: $P_1 = \{1, 3\}, P_2 = \{2, 6\}, P_3 = \{4, 5, 7, 8\}$
 $G = 3, T = 175$

調整した解は整数計画アプローチにより得られた最適解と同じであるが、計算時間はわずか 0.03 s であった。

4. 数 値 計 算

4.1 評価方法 本研究で提案したヒューリステ

ティック解法の有効性を評価するには、その計算結果と最適解との比較が望ましい。しかしながら、前述したように最適解を求めることは現実規模の問題に対して不可能であるため、ここでは次に示すような評価方法によって本解法の有効性を検討する。

(1) 目的関数 1 に関しては、従来の部品選択ルールとの比較により本研究で提案した GR ルールの有効性を検討する。比較用ルールとしては次の二つのものを用いる。

(i) ハミング距離の最も小さい部品を選択する方法(これを SH ルールと呼び、ハミング距離は次のように定義される: $H(i) = \sum_{j \in J} |A_{ij} \cup M_{j\theta}| - \sum_{j \in J} |A_{ij} \cap M_{j\theta}|$)。このルールは田中ら⁽⁵⁾により提案されたものである。彼らは使用工具の類似度に基づいたいくつかの部品選択方法の中でこのルールが最良な効果を得たことを示した。

(ii) 使用工具数 $(\sum_{j \in J} |A_{ij}|)$ の最も大きい部品を選択する方法(これを LT ルールと呼ぶ)。これはよく知られているビンパッキングルール FFD の応用である(このルールでは使用工具の類似度が考慮されない)。

(2) 目的関数 2 に対しては、調整した解の初期解に対する相対改善率 I_T [%] により調整手続きの効果を評価する。そして下界値に対する相対誤差 E_T [%] によって、ヒューリスティック解法の効果を評価する。 I_T [%] と E_T [%] はそれぞれ次のように定義される。

$$I_T [\%] = [(T_0 - T) / T_0] \times 100 \dots\dots\dots (10)$$

ただし、 T_0 と T はそれぞれ初期解と調整した解の目的関数 2 の値である。

$$E_T [\%] = [(T - \text{LBT}) / \text{LBT}] \times 100 \dots\dots\dots (11)$$

ただし、目的関数 2 の下界値 LBT は次式により計算される。

$$\text{LBT} = \max_{j \in J} (\sum_{i \in I} t_{ij}) \dots\dots\dots (12)$$

4.2 問題の設定 FMS のパートセレクション問題は工具マガジン容量に制約があるため生じたものである。そのため、以下のように工具マガジン制約が厳しい場合(問題 1)、中程度の場合(問題 2)、緩い場合(問題 3)の三つの問題を設定した。

問題 1: 部品数 = 50, 機械台数 = 4, 工具マガジン容量 = 20×4

問題 2: 部品数と機械台数は問題 1 と同じである。
 工具マガジン容量 = 30×4

問題 3: 部品数と機械台数は問題 1 と同じである。
 工具マガジン容量 = 40×4

問題 1～3 に対して部品選択ルール GR, SH, LT を用いて、各問題についてはおのおの 20 回の計算を行った。その際、各機械の総負荷量がバランスされるように配慮しながら各部品に対して、その加工に必要なとする機械台数が 2～4、各機械での加工時間が 10～120、各機械で使用する工具類が 1～10 の一様分布に従うものとして各値を設定した(結果として使用工具の種類は平均 410 種となった)。

4.3 計算結果 問題 1～3 に対する計算結果は表 2 に示す。表 2 では G は段取り回数(回)、 T は最大ワークロードの和(min)、計算時間は調整した解における平均計算時間である。

これらの計算結果から次のことがわかる。

(1) 目的関数 1 に対しては、当然のことながら使用工具の類似度を考慮した部品選択ルールが有効である。その中には本研究で提案した GR ルールが従来のハミング距離最小ルール SH よりも有効であることがわかる。そして、調整手続きは段取り回数の減少に対して効果があるが、それほど顕著ではなかった。

(2) 調整手続きは当然のことながら目的関数 2 の値の減少に効果大きい。すべての問題に対して、調整により目的関数 2 の値が 14% 以上減少した ($I_r [\%] \geq 14\%$)。特に、問題 1 を除くすべての場合については、調整手続きにより下界値とかなり近い解 ($E_r [\%] \leq 10\%$) が得られた。本研究で提案したヒューリスティック解法は最大ワークロードの和の最小化を第 2 の目的関数として取扱っているが、工具マガジン容量が 1 作業に必要な工具数より十分大きい場合(問題 2, 3)、これに対しても効率的な解を得ることができた。

(3) 設定した問題のパターンによって全体のパフ

ォーマンスが大きく変わるが、各ルールの相対的効果および調整手続きの初期解に対する相対的効果は問題のパターンによりあまり変化がないように思える(ただし、これには種々の問題パターンによるさらなる実験が必要であろう)。

(4) 問題 1～3 のような中規模な問題に対して近似解法の平均計算時間は 5 s 前後である。さらに 100 部品、6 機械、1000 工具のような大規模な問題に対しても実行したが、計算時間は 1 min 前後であった。これらの計算経験から、本研究で提案するヒューリスティック解法は実用的な方法であり、大規模な問題に対しても適用可能であることがわかる。なお、本研究におけるすべての計算は HITAC M-680 H コンピュータで行った。

5. 結 言

パートセクション問題は FMS の運用上における一つの重要な問題である。しかし、この問題は組合せ問題としての性質を持つため、現実規模の問題に対してその最適解を求めるのは非常に困難である。そのため、本研究ではパートセクション問題における一つのヒューリスティック解法を提案した。さらに数値計算の結果から本研究で提案した解法は有効であり、大規模な問題にも応用できることがわかった。今後の課題としては、同時かつ一斉の工具交換の条件を緩和した場合の解法及びパートセクション問題とシーケンシング問題を統合したスケジューリングアプローチの開発があげられる。

表 2 問題 1～3 の計算結果(平均値)

Problem	Selection rule	Initial solution			Adjusted solution				CPU time
		G	T	$E_r [\%]$	G	T	$I_r [\%]$	$E_r [\%]$	
1	GR	11.90	3360.3	37.9%	11.90	2829.1	15.4%	16.1%	5.23 sec.
	SH	12.35	3353.7	37.6%	12.30	2813.6	16.0%	15.4%	
	LT	13.05	3385.7	38.9%	12.95	2784.9	17.9%	14.3%	
2	GR	7.10	3204.4	31.5%	7.05	2636.7	17.4%	8.2%	4.76 sec.
	SH	7.35	3235.8	32.7%	7.35	2641.2	18.3%	8.3%	
	LT	7.85	3191.3	30.9%	7.80	2631.1	17.6%	7.9%	
3	GR	4.95	2990.5	22.7%	4.95	2550.4	14.9%	4.6%	4.41 sec.
	SH	5.20	3089.9	26.8%	5.15	2563.6	16.7%	5.2%	
	LT	5.55	3010.5	23.5%	5.50	2533.1	15.3%	3.9%	

(注) 段取り回数 (G) が実数値となっているのは 20 回の実行結果の平均をとっているからである。

図 1 最適解を求めるアプローチ

〔付 録〕

(1) 最適解を求めるアプローチ

本研究で考慮したパートセクション問題は図 1 に示すような整数計画アプローチにより最適解を求めることができる。

ここで、 G_0 は段取り回数の最小可能値である。P1 は整数計画問題であり、次のように定式化される。

[P1]

$$\text{Minimize } T = \sum_{g=1}^G T_g \quad \dots\dots\dots (13)$$

s.t.

$$\sum_{i \in I} t_{ij} x_{ig} \leq T_g \quad \forall j, g \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$(\sum_{i \in I} b_{ir} x_{ig}) / N \leq v_{rg} \quad \forall r, g \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$\sum_{r \in R_j} v_{rg} \leq C_j \quad \forall j, g \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$\sum_{g=1}^G x_{ig} = 1 \quad \forall i \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$v_{rg}, x_{ig} \in \{0, 1\}; T_g \geq 0, \text{ 整数} \quad \dots\dots\dots (18)$$

ここで N : 部品数, r : 工具番号, R_j : 機械 j で使用する工具の集合。

$$b_{ir} = \begin{cases} 1 & r \in A_{ij} \\ 0 & \text{その他の場合} \end{cases}$$

決定変数

$$x_{ig} = \begin{cases} 1 & i \in P_g \text{ の場合} \\ 0 & \text{その他の場合} \end{cases}$$

$$v_{rg} = \begin{cases} 1 & \text{第 } g \text{ 回目の段取りで工具 } r \text{ が必要な場合} \\ 0 & \text{その他の場合} \end{cases}$$

他の記号は本文と同じである。

(2) 性質 1～3 の証明

(i) 性質 1 の証明 第 k 回目の調整において、もし調整後、段取り回数が増加すれば、調整前 $P_{g[2]}^* = \phi$ でなければならない。この場合、

$$\begin{aligned} T(P_{g[1]}^*) + T(P_{g[2]}^*) \\ &= T(P_{g[1]}^*) \\ &\leq T(P_{g[1]}^* - \{i^*\}) + T(\{i^*\}) \\ &= T(P_{g[1]}^* - \{i^*\}) + \max_{j \in J} \{t_{ij}^*\} \\ &= T(P_{g[1]}^* - \{i^*\}) + T(P_{g[2]}^* \cup \{i^*\}) \end{aligned}$$

これは $\Delta(i^*, g[1]^*, g[2]^*) < 0$ の条件(手順 6 の条件 c)と矛盾する。

(ii) 性質 2 の証明 第 k 回目の調整において、調整前後の目的関数 2 の値をそれぞれ T^{*-1} , T^* とすると、

$$\begin{aligned} T^* &= T^{*-1} - T(P_{g[1]}^*) - T(P_{g[2]}^*) + \\ &\quad T(P_{g[1]}^* - \{i^*\}) + T(P_{g[2]}^* \cup \{i^*\}) \\ &= T^{*-1} + \Delta(i^*, g[1]^*, g[2]^*) \\ &< T^{*-1} \end{aligned}$$

(iii) 性質 3 の証明 現実の問題では、目的関数 2 は有限な最小値を持ち、部品の加工時間は離散値をとるため、性質 2 により調整回数が有限であることがわかる。

文 献

- (1) Steckel, K. E., *Manage. Sci.*, **29**-3 (1983), 273.
- (2) Hwang, S., in, Steckel, K. E. and Suri, S., R, *Proc. 2nd ORSA/TIMS Conf. FMS*, (1986), 297.
- (3) 李・中村・新宮, 日本経営工学会秋季大会予稿集, (1987), 108.
- (4) Van Looveren, A. J. ほか 2 名, in, Kusiak, A., ed., *Modeling and design of FMS*, (1986), 3.
- (5) 田中・土屋・佐藤・加藤, 日本経営工学会春季大会予稿集, (1982), 129.