一端ばねダンパ支持による回転軸の制振*

岩田佳雄^{*1}, 高森良裕^{*2}, 佐藤秀紀^{*1}

Suppression of Rotor Vibration by a Spring-Damper Support at One End

Yoshio IWATA, Yoshihiro TAKAMORI, and Hidenori SATO

A method is presented to suppress an unbalanced vibration of rotors supported at both ends. In this method, only one end of the rotor is supported by a spring and a damper, and the bearing box mass m , the viscous damping coefficient c and the spring constant k in the support are determined in order to suppress the rotor amplitude by applying the theory of dynamic absorbers. In this case, the rotor supported by the spring-damper needs to be replaced by the equivalent two-degree-of-freedom system. Two approaches for the replacement, that is, an analytical and an experimental approach, are developed. It is found from the experiment and the numerical simulation that the spring-damper support with m , c and k obtained from both approaches suppresses the rotor vibration very well. The characteristics of both approaches are shown.

Key Words: Vibration of Rotating Body, Suppression of Vibration, Spring-Damper Support, Dynamic Absorber, Equivalent Two-Degree-of Freedom System

1. 緒 言

回転機械の振動は不釣合いを原因とするものが大部分である。この不釣合いによる振動を低減するために釣合せを行うが、回転機械の運転環境の変化および経年変化などにより釣合い状態が崩れることがある。このようなときの振動を抑制するための方法としてスクイズフィルムダンパが用いられる場合があり、その最適設計法についての報告も数多く見られる^{(1)~(3)}。これはロータをばね要素とダンパ要素で支持することによって制振を行った典型的な例である。

この報告では両持ロータの不釣合いによる振動を制振するための一つの方法として、その一端の軸受部をばねとダンパで支持した場合を考え、その支持部を動吸振器的に作用させて一次危険速度付近の振動を制振することを試みる。すなわちロータとばねダンパ支持部から成る系を等価的に二自由度系に置き換えて動吸振器理論⁽⁴⁾を適用し、支持部のばね定数、粘性減衰係数および軸受質量を決定する。ロータの一端だけをばねダンパ支持した系に対して、動吸振器理論から支持

部の最適パラメータを決定した例は少ないようである。

本制振法においては基本ロータの制振原理が基礎となっており、一般的なロータを等価的に基本ロータに置き換える操作を行う。そのための方法として、有限要素法から解析的に行う方法、および質量感応法⁽⁵⁾⁽⁶⁾を利用して実験的に行う方法の二つを示し、両手法の有効性を検討する。さらに実験によって本制振法の効果を確認する。

2. 基本ロータの制振

質量のない軸に1個の円板を持つ基本ロータについて、その一端を図1に示すようにばねとダンパで支持したときの不釣合い応答を考える。円板の質量を m_1 、その偏心量を ϵ 、ロータの長さを l 、円板の単純支持部からの位置を l_1 、ばねダンパ支持部のばね定数と粘性減衰係数を k, c とし、さらに軸受質量 m_2 を考慮する。円板および軸受の水平方向変位をそれぞれ x_1, x_2 、鉛直方向変位を y_1, y_2 で表し、 $z_1 = x_1 + jy_1$, $z_2 = x_2 + jy_2$ なる複素表示を使用すると、図1の系の運動方程式は式(1)のようになる。ただし円板の傾きによる慣性とジャイロ効果を無視する。

* 平成元年11月11日 機械力学講演会において講演、原稿受付 平成元年3月27日。

*¹ 正員、金沢大学工学部 (〒920 金沢市小立野2-40-20)。

*² 准員、三菱電機(株) (〒617 長岡京市馬場岡所1)。

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{z}_1 \\ \ddot{z}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} m_1 \varepsilon \omega^2 \\ 0 \end{Bmatrix} e^{j\omega t} \quad (1)$$

$k_{11} \sim k_{22}$ は、 E を軸のヤング率、 I を断面二次モーメントとして次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} k_{11} &= 3EI/(\alpha^2(1-\alpha)^2 l^3) \\ k_{12} &= k_{21} = -\alpha k_{11} \\ k_{22} &= \alpha^2 k_{11} + k \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここに α は

$$\alpha = l_1/l \quad (3)$$

で表され、軸方向に関する円板の位置パラメータである。式(1)の解を、

$$\left. \begin{aligned} z_1 &= Z_1 e^{j\omega t} \\ z_2 &= Z_2 e^{j\omega t} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

と置き、円板および支持部の振幅 $|Z_1|$, $|Z_2|$ を求めると次のようになる。

$$\begin{aligned} (|Z_1|/\varepsilon)^2 &= \{(\mu\alpha^2\nu^2 + 1 - \nu^2\Omega^2)\Omega^4 + (2\zeta\nu\Omega^3)^2\} \\ &\quad / \{[(1-\Omega^2)(\mu\alpha^2\nu^2 + 1 - \nu^2\Omega^2) \\ &\quad - \mu\alpha^2\nu^2]^2 + \{2\zeta\nu\Omega(1-\Omega^2)\}^2\} \quad (5\cdot a) \\ (|Z_2|/\varepsilon)^2 &= \mu^2\alpha^2\nu^4\Omega^4 / \text{同上式分母} \quad (5\cdot b) \end{aligned}$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} \omega_1 &= \sqrt{k_{11}/m_1}, \quad \omega_2 = \sqrt{k/m_2} \\ \mu &= m_1/m_2, \quad \nu = \omega_1/\omega_2 \\ \zeta &= c/(2\sqrt{m_2k}), \quad \Omega = \omega/\omega_1 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

μ は質量比、 ν は固有振動数比を意味する。

式(5・a)の振幅曲線は図2のようになり、 ζ の値に無関係に2定点P、Qを通る。そこで動吸振器理論⁽⁴⁾を利用して振幅 $|Z_1|$ が軸回転数の全域にわたって小さくなるような μ と ζ を求める。まず点Pと点Qの高さを等しくするには次の条件が必要である。

$$\nu = 1 \quad (7)$$

固有振動数比 ν は常に1になる。このときの点P、Qにおける振幅は次のようになる。

$$|Z_1|/\varepsilon = \sqrt{1+2/(\mu\alpha^2)} \quad (8)$$

さらに点Pと点Q付近において振幅を極大にする ζ を求める。

$$\zeta = \sqrt{3\mu\alpha^2/8} \quad (9)$$

$|Z_1|$ の極大値は式(8)から計算された値に近いと考えることができる。式(7)と式(9)が成立するときの振幅 $|Z_2|$ の極大値は次式で与えられる。

$$|Z_2|/\varepsilon = \sqrt{16/(15\alpha^2)} \quad (10)$$

式(9)において μ は未定であり、 μ を任意に与えることにより支持部の m_2 , c , k を決定することができる。振幅 $|Z_1|$ の極大値は式(8)からわかるように μ が大きくなるにつれて小さくなるが、振幅 $|Z_2|$ の極大値は一定である。ロータの振動を小さくするには少なくとも $|Z_1|$ が $|Z_2|$ より小さくなる必要がある。よって式(8)と式(10)の振幅を等しくする μ の値よりも大きな μ を使用したほうがよい。ゆえに次式を得る。

$$\mu \geq 30/(16-15\alpha^2) \quad (11)$$

式(11)を満たす適当な μ の値を与えるならば、基本ロータの不釣り合い振動を制振するためのばねダンパ支持部の軸受質量 m_2 、粘性減衰係数 c 、ばね定数 k は次式から求められる。

$$\left. \begin{aligned} m_2 &= m_1/\mu \\ k &= k_{11}/\mu \\ c &= \sqrt{3\mu\alpha^2 m_2 k}/2 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

3. 一般ロータの制振

3・1 概要 一般的ロータの場合には分布質量系となり、かつロータ形状も複雑である。しかし一次危険速度の制振について考える場合には、一般ロータを等価的に1質点からなる基本ロータに置き換えることができ、その等価基本ロータに対して前述の議論を適用することができる。等価基本ロータへの変換について、以下では有限要素法から解析的に行う方法、および質量感応法⁽⁵⁾⁽⁶⁾を利用して実験的に行う方法を示

図1 一端をばねとダンパで支持された基本ロータ

図2 $|Z_1|$ の振幅曲線

す。

3・2 解析的方法 不釣り合い振動を制振するために図3(a)のように軸受質量 m 、ばね k 、ダンパ c でロータを支持する。このばねダンパ支持された一般ロータを、図3(b)のような質量 m_1, m_2 から成る等価系に置き換え、前述の制振手法からばねダンパ支持部の m, c, k を決定する。有限要素法により図3(a)のロータ系の運動方程式を表すと次のようになる。

$$(M+M')\ddot{z}+C'\dot{z}+(K+K')z=0 \quad \cdots\cdots(13)$$

ここに $z=x+iy$ であり、 x, y はそれぞれ x 方向、 y 方向の節点ベクトルである。式(13)においてはジャイロ効果を見逃している。 M, K はそれぞれロータの質量マトリックス、剛性マトリックスである。 M', C', K' はそれぞればねダンパ支持部の質量マトリックス、減衰マトリックス、剛性マトリックスを示し、ばねダンパ支持部のたわみ変位に関する行列要素のみ m, c, k 、他の行列要素はすべて零の行列である。ロータの変位を次のように二つのモードを使用した式で仮定する。

$$z=\varepsilon_R V_R+\xi_S V_S \quad \cdots\cdots(14)$$

V_R は単純支持端回りに傾く剛体モードで、ばねダンパ支持部のたわみ変位を1として正規化する。 V_S はロータの一次の両端支持モードで、任意節点のたわみ変位を1として正規化する。 ξ_R, ξ_S はそれぞれのモードの成分であり、かつ ξ_R はばねダンパ部の変位、 ξ_S は変位を1とした節点における軸のたわみ変位になる。式(14)を式(13)に代入し整理すると次式を得る。

(a) ばねダンパ支持された一般ロータ

(b) ばねダンパ支持の場合の等価系

図3 解析的方法における等価系への置換

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\xi}_R \\ \ddot{\xi}_S \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\xi}_R \\ \dot{\xi}_S \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & K \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \xi_R \\ \xi_S \end{Bmatrix} = 0 \quad \cdots\cdots(15)$$

ここに、

$$\begin{aligned} M_{11} &= V_R^T M V_R + m \\ M_{12} &= M_{21} = V_S^T M V_R \\ M_{22} &= V_S^T M V_S \\ K &= V_S^T K V_S \end{aligned} \quad \cdots\cdots(16)$$

図3(b)の系の運動方程式は式(1)で表されるが、その変位 z_1 と z_2 を同様に剛体モードと両端支持モードで表すと次のようになる。

$$\begin{Bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{Bmatrix} = \xi_R \begin{Bmatrix} \alpha \\ 1 \end{Bmatrix} + \xi_S \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \cdots\cdots(17)$$

式(17)を式(1)に代入すると次式を得る。ただし $\varepsilon=0$ とする。

$$\begin{bmatrix} m_1 \alpha^2 + m_2 & m_1 \alpha \\ m_1 \alpha & m_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\xi}_R \\ \ddot{\xi}_S \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\xi}_R \\ \dot{\xi}_S \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k_{11} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \xi_R \\ \xi_S \end{Bmatrix} = 0 \quad \cdots\cdots(18)$$

式(15)と式(18)の係数が等しくなるように図3(b)の系のパラメータを決定すれば、図3(a)の系を等価的に図3(b)の系に置き換えることができる。よって次式を得る。

$$\alpha = (V_S^T M V_R) / (V_S^T M V_S) \quad \cdots\cdots(19\cdot a)$$

$$m_1 = V_S^T M V_S \quad \cdots\cdots(19\cdot b)$$

$$m = m_1 \alpha^2 + m_2 - V_R^T M V_R \quad \cdots\cdots(19\cdot c)$$

$$k_{11} = V_S^T K V_S \quad \cdots\cdots(19\cdot d)$$

α は式(19・a)から得られるが、 V_S の正規化の基準となる節点が多岐にわたるため計算することができない。 ξ_S は式(17)からもわかるように集中質量化された円板部のたわみ変位を表している。式(14)においても ξ_S が同様の意味を持つには、 V_S は円板の質量が集中するとみなされる節点のたわみ変位を1にして正規化されたベクトルである必要がある。しかし質量が集中するとみなされる位置、すなわち α が未定である。そこで α を仮定して正規化した V_S を用い、式(19・a)から計算される α と仮定した α が等しくなるように α を決定する。 α を求める具体例を後の「実験」のところで述べる。

一般ロータの不釣り合い振動を制振するための支持部の m, c, k を決定する手順は次のようである。求めた α と式(11)から μ の条件を求め、適当な μ を設定する。次に式(12)と式(19・d)から m_2, c, k を計算する。最後に式(19・c)から m を求める。

上記においては式(13)の解を式(14)の形で仮定して議論を進めている。仮定の適用範囲を検討するため、

一様軸の一端をばね支持した系に対し図3(b)に相当する等価系を求め、その固有振動数と厳密解との比較を行う。一様軸は $\phi 20$ mm、長さ700 mmとし、支持ばね定数を変位させたときの一次と二次の固有振動数の変化を図4に示す。図4の横軸は一様軸を両端支持したときの中央における剛性と支持ばね定数の比、縦軸は固有振動数を無次元化したものであり、モード形も記入してある。図4からもわかるように剛性比が1より小さいところでは固有振動数が一致している。剛性比が1より大きいときには式(14)で仮定したたわみ曲線と厳密解のたわみ曲線の違いが現れ、二次固有振動数は大きく異なる。制振のためのばねダンパ支持のときには $\nu=1$ であることから、式(6)より、

$$\mu = m_1/m_2 = k_{11}/k \quad \dots\dots\dots (20)$$

図4の系の場合には軸の等価質量はほぼ中央にあると考えられる。よって式(2)から図4の横軸の剛性比は k/k_{11} に相当し、式(20)から $\mu > 1$ の必要性がある。式(11)において $0 < \alpha < 1$ を考慮すると、 $\mu > 1.875$ が成立するので、ばねダンパ支持による一次危険速度の制

振の場合の応答は式(14)を用いて計算することができると考えられる。

3.3 実験的方法 図5(a)のような両端支持された一般ロータを実験的に図5(b)の1質点等価系に置き換え、この等価系に対して不釣り合い振動を制振するための図3(b)のようなばねダンパ支持部のパラメータを決定する。図5(a)を図5(b)へ等価的に置き換える際に、質量感応法を用いて等価質量 m_1 および等価剛性 k_{11} を求める。その手順としては、まず等価質量の軸上の位置 l_1 を求めるのであるが、ここでは一次危険速度の制振を考えているので、ロータの重心に等価質量を設定する。よって $\alpha = l_1/l$ となる。次に両端支持したロータの固有振動数 ω_0 、およびモード形状に変化を及ぼさない程度の既知な微小質量 Δm を重心部に取付けたときの固有振動数 ω_m を測定する。すると次式から重心位置における等価質量 m_1 、等価剛性 k_{11} が得られる。

$$\left. \begin{aligned} m_1 &= \Delta m \omega_m^2 / (\omega_0^2 - \omega_m^2) \\ k_{11} &= m_1 \omega_0^2 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (21)$$

式(11)を参照して μ を適当に設定し、式(12)から支持部パラメータを決定する。ただし、この場合には軸受質量 m は支持部質量 m_2 に等しい。

4. 実験

ロータをばねダンパ支持したときの制振効果を実験によって確かめた。実験に使用した質量9.80 kgの3円板ロータを図6に示す。このロータを玉軸受によってスパン798 mmで水平に支持した。一端の水平方向だけをばねとダンパで支持し、その鉛直方向は剛支持

図4 一端ばね支持された一様軸の一次および二次固有振動数（厳密解と近似解の比較）

(a) 両端支持された一般ロータ

(b) 両端支持の場合の等価系

図5 実験的方法における等価系への置換

の構造にした。このロータを運転すると、鉛直方向については両端支持のときの応答、水平方向についてはばねダンパ支持のときの応答が一度に測定され、ばねダンパ支持による制振前、制振後の応答にそれぞれ相当する。解析的方法、実験的方法を用いてばねダンパ支持部のパラメータをそれぞれ決定し、そのときの制振効果を実験によって確かめた。

解析的方法においては、まず式(19・a)から α を決定しなければならない。等価質量 m_1 の位置 α を仮定して正規化した V_s を用い、式(19・a)から計算される α を、仮定した α に対して描いたものを図7に実線で示す。計算された α と仮定した α が等しくなるのは、図7の破線との交点である。このとき α は0.59になる。この α と式(11)から μ の範囲が決定されるが、ここでは等号が成立するときの $\mu=2.78$ を使用する。式(12)と式(19)からロータの等価質量 $m_1=6.53$ kg、支持部の等価質量 $m_2=2.35$ kg、 $k_{11}=2.01 \times 10^5$ N/mが計算され、その結果、軸受質量 m 、粘性減衰係数 c 、ばね定数 k は次のようになる。

$$\begin{aligned} m &= 1.70 \text{ kg} \\ c &= 496 \text{ N}\cdot\text{s/m} \\ k &= 7.21 \times 10^4 \text{ N/m} \end{aligned}$$

このときの中央の円板部で測定された応答曲線を図8

に示す。図8(a)は鉛直方向、図8(b)は水平方向の応答曲線で、両端支持のときのピーク振幅が0.38 mmであったのに対し、ばねダンパ支持のときには著しいピークが現れない。また、ばねダンパ支持部の水平方向の振幅もほとんど零であった。このようにばねダンパ支持によって十分な制振効果が得られることがわかる。水平方向の応答曲線において1600 rpm付近において少しピークが生じているが、これはジャイロ効果によって鉛直方向の共振の影響が現れたものである。

実験的方法においては、左右対称なロータなので α は0.5とする。 $\Delta m=902$ gを重心位置に付加したとき、付加しないときの固有振動数をそれぞれ測定し、式(21)からロータの等価質量 m_1 、等価剛性 k_{11} を求めると $m_1=6.11$ kg、 $k_{11}=1.91 \times 10^5$ N/mになる。式(11)において等号が成立するときの $\mu=2.45$ を使用するならば、ばねダンパ支持部のパラメータ m, c, k は次のようになる。

$$\begin{aligned} m &= 2.49 \text{ kg} \\ c &= 423 \text{ N}\cdot\text{s/m} \\ k &= 7.81 \times 10^4 \text{ N/m} \end{aligned}$$

このパラメータを使用して実験を行ったが、その結果は図8とほとんど同じであったので、応答曲線は省略した。実験的方法を用いて支持部パラメータを決定した場合でも十分な制振効果が得られる。

図6 実験に使用した3円板ロータ

図7 α の決定法

(a) 鉛直方向（制振前）

(b) 水平方向（制振後）

図8 実験結果

5. 数値シミュレーションによる検討

図9に示す長さ1800 mm, 総質量3210 kgのロータに対して, 解析的方法および実験的方法からばねダンパ支持部の軸受質量 m , 粘性減衰係数 c , ばね定数 k を求める。そしてばねダンパ支持したときの不釣合い応答を伝達マトリックス法にて数値計算する。

解析的方法の場合, 「実験」のところで述べたのと同様の方法で α を求めると0.47になる。この α と式(11)から μ の範囲が決定されるが, ここでは等号が成立するときの μ を使用する。式(12)と式(19)から $m_1=1890$ kg, $m_2=801$ kg, $k_{11}=2.67 \times 10^7$ N/mが得られ, 軸受質量 m , 粘性減衰係数 c , ばね定数 k は以下のようになる。

$$m=785 \text{ kg}$$

$$c=8.41 \times 10^4 \text{ N}\cdot\text{s/m}$$

$$k=1.13 \times 10^7 \text{ N/m}$$

この m, c, k によってばねダンパ支持されたときのロータの応答曲線を計算した結果を図10(a)に示す。実線はロータ上の最大振幅, 破線は支持部の振幅をプロットしたものである。実線のピーク振幅値は, このロータを両端単純支持し, かつ重心に減衰比0.3の減衰を作用させたときの一次危険速度におけるピーク振幅におよそ等しく, それに相当する制振効果が現れている。一点鎖線は粘性減衰係数 c を2倍の値にしたときの応答で, そのピーク振幅は実線の場合と比較して約2倍になっている。このことから制振効果は, ダンパによる減衰作用ではなく, 支持部の m, c, k が動吸振器として作用したためであることがわかる。

実験的方法の場合, 図9のロータの重心は左端から610 mmのところにあるので α は0.34になる。 $\Delta m=10$ kgとして固有振動数を伝達マトリックス法から計算し, 式(21)からロータの等価質量 $m_1=3760$ kg, $k_{11}=5.21 \times 10^7$ N/mになる。式(11)の等号が成立するときの μ を使用してばねダンパ支持部の軸受質量 m , 粘性減衰係数 c , ばね定数 k を計算すると次のようになる。

$$m=1780 \text{ kg}$$

$$c=12.7 \times 10^4 \text{ N}\cdot\text{s/m}$$

$$k=2.48 \times 10^7 \text{ N/m}$$

このときの応答曲線を計算した結果を図10(b)に示す。実線のピーク振幅値は解析的方法の場合に比べて約1.5倍になっており, 図9のロータのような場合には解析的方法のほうが約1.5倍の制振効果を示すことがわかる。

解析的方法においては, ばねダンパ支持したときの

等価系を直接求めているのに対し, 実験的方法においては図5(a)の系をいったん図5(b)の等価系に置き換え, それをばねダンパ支持した系について考えている。したがって実験的方法では, 一般ロータをばねダンパ支持した場合の等価系を求めているわけではなく, 真の等価系との隔たりを持っている。図10(a)と図10(b)の制振効果の違いはその隔たりが原因となって生じたと考えられる。しかし, スパン中央付近に質量が集中しているとみなされるロータに対しては, 解析的方法と実験的方法を用いた場合の制振効果の違いは少ないようである。実験的方法はロータの固有振動数を測定するだけで, 比較的簡単にばねダンパ支持部のパラメータを決めることができ, 現場において複

図9 ばねダンパ支持されたシミュレーション用ロータ

(a) 解析的方法

(b) 実験的方法

図10 シミュレーション結果

雑なロータを制振する場合には便利な方法である。

6. 結 論

両持ロータの一端の軸受部をばねとダンパで支持することにより、ロータの不釣り合い振動を動吸振器理論を適用して抑制する方法を示した。ばねダンパ支持されたロータを、1質点から成る基本ロータおよび軸受質量の考慮されたばねダンパ支持から成る等価系にモデル化し、回転数の全域にわたってロータの振幅が小さくなるように支持部の質量、ばね定数、粘性減衰係数を決定する。このモデル化を行うに当たり、有限要素法を使用して解析的に行う方法、および質量感应法を利用して実験的に行う方法を示した。実験および数値シミュレーションにおいて両方法からばねダンパ支持部のパラメータを決定し、応答曲線を求めた結果、それらのすべてにおいて十分な制振効果が確認された。両方法の有効性について要約すると以下のようになる。

(1) 解析的方法においては等価系へのモデル化を

精度良く行っているので、実験的方法に比べ良い制振効果が得られる。

(2) 実験的方法においては等価系へのモデル化が不十分なために、制振効果は解析的方法よりも悪くなる場合がある。しかしロータの有限要素モデルを作成する必要がなく、複雑なロータに対しては有効である。

最後に本実験装置の製作に協力をいただいた金沢大学工学部 小川孝吉技官に感謝の意を表する。

文 献

- (1) Cunningham, R. E., ほか2名, *Trans. ASME, J. Eng. Ind.*, **97**-4(1975), 1383.
- (2) Rabinowitz, M. D., ほか1名, *Trans. ASME, J. Eng. Power*, **105**-3 (1983), 487.
- (3) 古池・ほか1名, *機論*, **53**-495, C (1987), 2236.
- (4) Den Hartog, J. P. (谷口・藤井訳), *機械振動論*, (1968), 102.
- (5) 背戸・ほか2名, *機論*, **50**-458, C (1984), 1962.
- (6) 背戸・ほか3名, *機論*, **53**-485, C (1987), 52.