海洋における鉛直弾性管の制振*

楊 春 信^{*1}, 下 郷 太 郎^{*2}

Vibration Control of an Off-Shore Vertical Elastic Pipe

Chuen-Shinn YANG and Taro SHIMOGO

In the design of a flexible off-shore riser, which is connected to a spring at the top and clamped at the sea bed, it is desirable to reduce both the riser deflection and the bending moment due to random wave excitation forces. Assuming that the motion of the riser is two dimensional in the vertical plane, these design requirements can be effectively satisfied if appropriate stiffness and damping are given to the riser. In this study, we employed the statistical equivalent linearization technique to linearize a nonlinear fluid drag force, and an approximate mode superposition method (Rayleigh Ritz's method) to transform the governing equation of motion into a set of discrete finite dimensional state equations. A sub-optimal control theory with control structural constraints is applied to determine appropriate stiffness and damping. The required optimal stiffness and damping are determined by a trade-off between the rms values of the lateral displacement and the bending moment of the riser.

Key Words: Marine Structures, Ocean Engineering, Random Vibration, Vibration Control, Design Engineering

1. ま え が き

海洋資源(石油, 鉱石, 海水等)の採取には, しばしばライザ管⁽¹⁾が用いられる。これは一般に海底から洋上に向けて直立しているが, 波や海流による流体力(抗力や慣性力)が作用するため, その動的挙動に関する研究が数多くなされている[例えば^{(1)~(4)}].

一方, ライザ管に発生する水平変位を小さくするために, 管に適当な剛性や減衰を付与する方法が考えられるが, これらの係数が過大であれば, 支持端に作用する反力が大きくなるため, 一つの評価関数のもとでこれらの係数の最適化を行う必要がある。

本研究は一般的な連続円管とみなされるライザ管における剛性係数, 減衰係数の最適化を扱ったものである。管[図1]は, 自らの浮力によって立ち上がり, そこに作用する外力としては, 波力による流体抗力(海流の影響は省略した), 流体慣性力および管内流によるコリオリ力と遠心力とを考えた。境界条件は海底において固定, 上端においてはばねピン支持とした。

海洋波は正規定常有色雑音とみなして, ライザ管と海水との相対速度の二乗に比例する流体抗力は等価線形化法によって線形化した。このとき, 連続管はモード展開によって, 離散化モデルに近似することができるが, 剛性や減衰をフィードバック・ゲインとみなして, 最適制御理論を適用するときは, 受動的要素による制御構造の制約があり, また高次モードの省略による制約もある。本研究では準最適制御理論の一つである最小誤差励振法⁽⁵⁾を適用して剛性と減衰の最適化を行った。最適化に用いる評価関数はライザ管の横変位

図1 ライザ管の解析モデル

* 平成元年10月14日 第67期全国大会講演会において講演, 原稿受付 平成元年3月13日.

^{*1} 正員, 慶應義塾大学大学院 (〒223 横浜市港北区日吉3-14-1).

^{*2} 正員, 慶應義塾大学理工学部.

の分散と曲げモーメントの分散との重み付きの和をスパンにわたって積分したものとした。すなわち、評価関数に含まれている重み係数によって、制振モーメント（曲げモーメント）と横変位とのトレードオフを行い、設計条件に応じて最適な設計が近似的に行えるようにした。なお、理論解析の妥当性を確認するために、有限差分法で計算機シミュレーションを行った。

記号説明

C_D : ライザ管の流体抗力係数
 C_M : ライザ管の流体慣性力係数
 $d_r = \rho_w / \rho$
 ρ_w : 海水の密度
 ρ : 管の密度
 $k = k_s L^3 / (EI)$
 k_s : 管上端における支持ばね定数
 L : 管の長さ
 I : 管の断面二次モーメント
 E : 管の縦弾性係数
 m : モード展開に用いた固有関数の次数
 n : 用いた試行関数の数
 $p = U / \sqrt{gL}$
 U : 管内流速
 g : 重力の加速度
 $r_r = R_{in} / R_{ou}$
 R_{in} : 管の内半径
 R_{ou} : 管の外半径
 $r_t = R_{ou} / L$
 $s = E / (\rho g L)$
 $W(\tau)$: 平均値零の正規白色雑音
 $\eta(\tau) = h(\tau) / L$
 h : 静水面からの海水面の高さ
 $\theta_c = \omega_F C / E$, $\omega_F = \sqrt{EI / (\rho_F L^4)}$
 ρ_F : 水中における管の単位長さ当たりの慣性質量
 C : ライザ管の内部減衰係数
 $\theta_E = \delta E / E$
 δE : E の増分
 $\xi = x / L$
 $\sigma(\xi)$: 無次元等価線形化補正係数
 $\tau = \omega_F t$
 t : 時間
 $\phi(\xi, \tau) = y / L$
 $y(x, t)$: ライザ管の横変位
 $\Omega = \omega / \omega_F$
 ω : 角振動数

2. 解析モデル

解析における主な仮定は次のとおりである。

- (1) 管のスパンは海底から静水面までとする。
- (2) 波は単一方向に向かう進行波とし、ライザ管は波の進行方向のみに振動する。
- (3) ライザ管は微小振動をするものとし、その動的挙動はオイラーのはり理論によって近似できる。
- (4) 海の深さに比べて、波の高さは十分に小さく、海洋波の高さは平均値零の定常正規不規則過程とする。

上述の仮定(1), (2), (3)のもとで管内流を有するライザ管の運動方程式（無次元）を立てると次のようになる⁽⁶⁾。

$$\begin{aligned} & (1 + \theta_E) \partial^4 \phi / \partial \xi^4 + \theta_C (\partial^5 \phi / \partial \xi^4 \partial \tau) \\ & + \{w^2 - \nu(1 - \xi)\} \partial^2 \phi / \partial \xi^2 + \nu (\partial \phi / \partial \xi) \\ & + 2w \sqrt{\mu_1} (\partial^2 \phi / \partial \xi \partial \tau) + \partial^2 \phi / \partial \tau^2 \\ & - C_D \mu_3 |v(\xi, \tau) - \partial \phi / \partial \tau| \{v(\xi, \tau) \\ & - \partial \phi / \partial \tau\} = C_M \mu_2 \dot{v}(\xi, \tau) \dots \dots \dots (1) \end{aligned}$$

$v(\xi, \tau)$: 海洋波による無次元海水速度（一定の ξ において、 $\eta(\tau)$ に比例する）

境界条件は

$$\begin{aligned} & \xi = 0 \text{ において,} \\ & \phi = 0, \partial \phi / \partial \xi = 0 \\ & \xi = 1 \text{ において,} \\ & (1 + \theta_E) \partial^2 \phi / \partial \xi^2 + \theta_C (\partial^3 \phi / \partial \xi^2 \partial \tau) = 0 \\ & (1 + \theta_E) \partial^3 \phi / \partial \xi^3 + \theta_C (\partial^4 \phi / \partial \xi^3 \partial \tau) \\ & = k \cdot \phi(1, \tau) \end{aligned}$$

ここで、管の単位長さに働く水平方向の流体抗力は

$$\begin{aligned} D_N &= C_D \mu_3 |v(\xi, \tau) - \partial \phi / \partial \tau| \\ &\times \{v(\xi, \tau) - \partial \phi / \partial \tau\} \\ &= C_D \mu_3 |V_r| \cdot V_r \dots \dots \dots (2) \end{aligned}$$

ライザ管に働く非線形な流体抗力の線形化にはしばしば等価線形化法⁽²⁾⁽⁴⁾⁽⁷⁾が用いられるが、管の全スパンにわたって、一定の等価線形化補正係数を与えている場合が多い。しかし、等価線形化補正係数をスパンにわたって変化させたほうがより正確に管の応答が求められる。

さて、式(2)で与えた流体抗力を次の形で近似する。

$$D_L = \sigma(\xi) C_D V_r \dots \dots \dots (3)$$

等価線形化補正係数 $\sigma(\xi)$ は、流体抗力式(2)とその近似式(3)との誤差に関する最小二乗法によって決められ、次の式で計算される。

$$\sigma(\xi) = E [|V_r| V_r^2] / E [V_r^2] \cdot \mu_3 \dots \dots \dots (4)$$

流体抗力に関する非線形項を等価な線形項に置き換えると、運動方程式(1)は次のように線形化される。

$$\begin{aligned} & (1 + \theta_E) \partial^4 \psi / \partial \xi^4 + \theta_C (\partial^2 \psi / \partial \xi^2 \partial \tau) \\ & + \{w^2 - \nu(1 - \xi)\} \partial^2 \psi / \partial \xi^2 + \nu (\partial \psi / \partial \xi) \\ & + 2w \sqrt{\mu_1} (\partial^2 \psi / \partial \xi \partial \tau) + C_D \sigma(\xi) \partial \psi / \partial \tau \\ & + \partial^2 \psi / \partial \tau^2 \\ & = \sigma(\xi) C_D \nu(\xi, \tau) + C_M \mu_2 \dot{\nu}(\xi, \tau) \dots (5) \end{aligned}$$

3. 海洋波および近似成形フィルタ

海洋波の高さのパワースペクトル密度としては次の式で表される I. T. T. C. のスペクトルを採用した⁽⁸⁾。

$$S_\eta(\Omega) = \bar{a} / \Omega^5 \cdot \exp(-\bar{b} / \Omega^4) \dots (6)$$

$\bar{a}$, $\bar{b}$: 無次元定数 ($\bar{b} \propto 1/H_{1/3}^2$, $H_{1/3}$: 有義波高)

海洋波を正規定常有色雑音とみなして、白色雑音入力 $W(\tau)$ に対する成形フィルタの出力として近似すると、式(6)に対応する近似成形フィルタの状態方程式および出力方程式は次のようになる。

$$\begin{aligned} \dot{X}_F &= [A_F] X_F + [B_F] W(\tau) \\ \eta &= [C_F] X_F \end{aligned} \dots (7)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \eta &= \{\eta(\tau) \dot{\eta}(\tau)\}^T \\ X_F &= \{\xi_1(\tau) \xi_1(\tau) \xi_2(\tau) \dot{\xi}_2(\tau)\}^T \end{aligned}$$

$\xi_i (i=1, 2)$ は成形フィルタの状態変数である。

4. 状態方程式

運動方程式の線形化近似の式(5)の解 $\phi(\xi, \tau)$ をレーリー法⁽⁹⁾で近似的に有限個のモードに展開すると、

$$\phi(\xi, \tau) = \{\phi(\xi)\}^T [a] \{q(\tau)\} \dots (8)$$

ただし、

$\{\phi(\xi)\}$: 一端固定、他端ばねピン支持の境界条件を満足する試行関数からなる n 次元ベクトル

$$[a] = [\{a\}_1 \{a\}_2 \dots \{a\}_m]$$

: レーリー法のガレルキン方程式の解に関する m 本の固有ベクトルからなる $n \times m$ 次元行列

$\{q(\tau)\}$: モード展開による座標からなる m 次元ベクトル

ここでは、 θ_E の項、 θ_C の項、コリオリ力の項、流体抗力の項および入力項を除外して固有関数 $\{\phi(\xi)\}^T [a]_i$, $i=1, \dots, m$ を推定した。したがって、次の状態方程式が得られる。

$$\dot{X} = [A] X + [B] u + [D] \eta \dots (9)$$

ただし、

$$X^T = \{\{q(\tau)\}^T : \{\dot{q}(\tau)\}^T\}$$

$\{u\} = [F] X$ = 状態フィードバックによる

制振モーメント $\dots (10)$

$$[F] = [\theta_E [I] : \theta_C [I]]$$

$[I]$: $m \times m$ 次元の単位行列

フィードバック・ゲイン $[F]$ を書き換えると、

$$[F] = (\theta_E [T_E] + \theta_C [T_C]) \cdot [M] \dots (11)$$

ここで、

$[M]$: 要素が1あるいは0で、 $2m \times 2m$ の行列

$[T_E], [T_C]$: 要素が1あるいは0で、 $m \times 2m$ の行列

上式から明らかなように、状態ベクトル $\{X\}$ のフィードバックは不完全であり、制御構造の制約がある。

したがって、後述のように準最適制御理論⁽⁵⁾を用いて、最適な弾性係数および減衰係数を近似的に求めなければならない。

5. 評価関数および拡大システム

システムの評価関数としては、次の式を採用した。

$$J = E \left[\int_0^1 \psi^2(\xi, \tau) d\xi + R \int_0^1 u^2(\xi, \tau) d\xi \right] \dots (12)$$

ただし、 ψ は管の無次元横変位で、 u は管に働く無次元曲げモーメントである。 R は重み係数である。

有限次数のモードまで取ることによって、式(12)は次の形に近似できる。

$$\begin{aligned} J &= E[\{X\}^T [Q] \{X\} + 2\{X\}^T [S] \{u\} \\ &+ \{u\}^T [R] \{u\}] \dots (13) \end{aligned}$$

さらに、式(13)は次の標準二次形式に書き換えられる。

$$J = E[\{X\}^T [\tilde{Q}] \{X\} + \{\tilde{u}\}^T [R] \{\tilde{u}\}] \dots (14)$$

したがって、状態方程式(9)は次の形に書き換えられる。

$$\dot{X} = [\tilde{A}] X + [B] \{\tilde{u}\} + [D] \eta \dots (15)$$

成形フィルタ式(7)と構造物の状態方程式(15)とを結合し、次のような拡大システムを作る [図2]。

$$\dot{Z} = \begin{bmatrix} [\tilde{A}] & [D][C_F] \\ [0] & [A_F] \end{bmatrix} Z + \begin{bmatrix} [B] \\ [0] \end{bmatrix} \{\tilde{u}\}$$

図2 拡大システムのブロック線図

$$+ \begin{bmatrix} 0 \\ [B_F] \end{bmatrix} W(\tau) \\ = [A_a]\{Z\} + [B_a]\{\ddot{u}\} + [D_a]W(\tau) \cdots \cdots (16)$$

ここで, $\{Z\}^T = \{\{X\}^T : \{X_F\}^T\}$

6. 最適化および応答

6・1 準最適化手法 式(11)の制御構造制約をもつ場合について最小誤差励振法⁽⁵⁾を適用し, 最適な弾性係数, 減衰係数を決定すると, 次の式になる.

$$\begin{aligned} \theta_E &= (\varepsilon_3 \varepsilon_4 - \varepsilon_2 \varepsilon_5) / (\varepsilon_1 \varepsilon_4 - \varepsilon_2^2) \\ \theta_C &= (\varepsilon_1 \varepsilon_5 - \varepsilon_2 \varepsilon_3) / (\varepsilon_1 \varepsilon_4 - \varepsilon_2^2) \end{aligned} \cdots \cdots (17)$$

ただし

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= 2 \cdot \text{tr}([M]^T [T_E]^T [T_E] [M] [V_x^0]) \\ \varepsilon_2 &= \text{tr}([M]^T ([T_E]^T [T_C] + [T_C]^T [T_E]) [M] [V_x^0]) \\ \varepsilon_3 &= \text{tr}([M]^T [T_E]^T ([F^0] - [R]^{-1} [S]^T) [V_x^0] \\ &\quad + ([F^0] - [R]^{-1} [S]^T)^T [T_E] [M] [V_x^0]) \\ \varepsilon_4 &= 2 \cdot \text{tr}([M]^T [T_C]^T [T_C] [M] [V_x^0]) \\ \varepsilon_5 &= \text{tr}([M]^T [T_C]^T ([F^0] - [R]^{-1} [S]^T) [V_x^0] \\ &\quad + ([F^0] - [R]^{-1} [S]^T)^T [T_C] [M] [V_x^0]) \end{aligned} \cdots \cdots (18)$$

ただし, $[V_x^0] = E[\{X^0\} \cdot \{X^0\}^T]$

$\{X^0\}$: 制御構造制約がない場合の最適なシステムの状態ベクトル

$[F^0]$ は制御構造制約がない場合の最適フィードバックゲインであり, 以下のリカッチ方程式の解を用いて求められる.

$$\begin{aligned} [P][\tilde{A}] + [\tilde{A}]^T [P] - [P][B][R]^{-1} [B]^T [P] \\ + [\tilde{Q}] &= [0] \cdots \cdots (19) \\ [F^0]_{m \times 2m} &= -[R]^{-1} [B]^T [P] \end{aligned}$$

$[V_x^0]$ はその場合の状態方程式(15)に関する共分散行列であり, 次のような拡大システムの共分散方程式の解 $[V_z^0]$ を用いて求められる.

$$\begin{aligned} ([A_a] + [B_a][\tilde{F}^0])[V_z^0] + [V_z^0]([A_a] \\ + [B_a][\tilde{F}^0])^T + 2\pi S_w [D_a][D_a]^T &= [0] \end{aligned} \cdots \cdots (20)$$

ただし,

$$\begin{aligned} [\tilde{F}^0] &= [[F^0] : [0]]_{m \times (2m+4)} \\ [V_z^0] &= E[\{Z^0\} \{Z^0\}^T], \\ \{Z^0\}^T &= \{\{X^0\}^T : \{X_F\}^T\} \end{aligned}$$

S_w は白色雑音入力のパワースペクトル密度である.

式(17), (18)に $[F^0]$, $[V_x^0]$ を代入すれば, 式(11)によって, 制御構造制約がある場合の準最適フィードバック・ゲイン $[F]$ が決められる.

6・2 応答の分散 式(17)で求めた θ_E を考慮して管の弾性係数を $(1 + \theta_E)$ とし, 新たにレーリー法で

固有関数 $\{\phi(\xi)\}^T [a]$ を推定し, この固有関数で式(5)を状態方程式に変換する. そこで, その場合の拡大システムを改めて構成し, その共分散方程式を解くことによって, 共分散行列 $[V_z] = E[\{Z\} \{Z\}^T]$ および応答の分散が求められる.

6・3 最適化および等価線形化の手順 まず, 等価線形化補正係数 $\sigma(\xi)$ の初期値を与えて, ほかのパラメータとともに, 運動方程式の近似式(5)や状態方程式(15)を作り出す. 次に, 海洋波入力近似成形フィルタ式(7)を包括した拡大システムの状態方程式(16)を作成する. 次に, 評価関数の重み係数 R を与えて, 状態方程式に関するリカッチ方程式(19)を解いて, 制御構造制約がない場合の最適フィードバックゲイン $[F^0]$ を求める. そこで, 制御構造制約がない場合の拡大システムに関する共分散行列 $[V_z^0]$ が求められるから(式(20)), $[V_x^0]$ と $[F^0]$ を用いて制御構造制約がある場合の準最適フィードバック・ゲイン $[F]$ 式(11), したがって, その場合の共分散行列 $[V_z]$ が求められる.

管の応答を使って, 式(4)で等価線形化補正係数の更新値が計算できる. 新たな補正係数を用い, 上述した手順を繰返すことにより, 最終的に, 管の応答の共分散, 等価線形化補正係数, 準最適フィードバック・ゲインの数値が一定値に収束する.

7. 数 値 例

数値例としては, 評価関数に含まれている重み係数 R を変えて制振モーメント(曲げモーメント)と管の横変位のトレードオフを行った. 計算に用いたパラメータの数値例を表1に示す. 等価線形化補正係数 $\sigma(\xi)$ の計算には, 管のスパンを $\xi = 0.0, 0.4, 0.6, 0.73, 0.85, 0.93, 0.98, 1.0$ などの点で区分し, それぞれの区間に一つの定数 $\sigma_i (i=1, \dots, 7)$ を与え, それらの区間に等価線形化法を適用して σ_i を決定した. また, 等価線形化手法およびレーリー法などの近似手法の妥当性を確認するために, 計算機シミュレーションを行った. その方法としては, まず正規白色雑音を用いて海洋波近似成形フィルタの状態方程式(7)をルンゲ・クッタ法で解き, その出力を入力として, 非線形運動方程式(1)を有限差分法⁽¹⁰⁾で解き, 管の横変位の分散および曲げモーメントの分散を求めて, 理論値と比較した.

7・1 上端支持ばねの強い場合の応答 図3(a), (b)にライザ管のスパンにわたる横変位のrms値(無次元)の例を示している. 図3(a)は重み係数 R が比較的小さい場合で, 管の曲げモーメント(制振モーメント)が強く, 図3(b)は重み係数が大きい場合で, 管

の制振モーメントが弱い。両図にシミュレーションの結果も示している。図3(a)においては理論値とシミュレーション値は全スパンにわたってよく一致している。図3(b)においては理論値とシミュレーション値がスパンの中間においてあまりよく一致していない。これは図3(b)の場合には管の剛性が小さくなって、その代わりに流体抗力が管の挙動を支配し、式(8)の近似展開が成り立たなくなるためである。

図3(c), (d)にライザ管のスパンにわたる曲げモーメントのrms値(無次元)の例を示す。図3(c)は R が比較的小さい場合で、図3(d)は R の大きい場合である。曲げモーメントに関しては理論値とシミュレーション値との間にはかなりの誤差が存在する。これは式(8)の近似展開が横変位についてのものであり、高次モード($m+1$ 次以上)を打ち切ることによ

て、曲げモーメントには大きな誤差を与えるためである。曲げモーメントの理論値が波打つのは、五次モード($m=5$)まで考慮して計算した結果であり、さらに高次まで考慮すれば、シミュレーションの結果に近づくものと考えられる。

7.2 上端支持ばねの弱い場合の応答 7.1節で述べた数値例においては、上端が強いばねで支持されているため、ほとんど動かなく、ピン固定端とみなされる。これと対照するために、図4(a), (b)に、上端支持ばねが弱い場合の管の横変位と曲げモーメントの例を示している。横変位[図4(a)]の理論値とシミュレーション値は全スパンにわたってよく一致するが、上部支持端およびその近傍において相当の誤差がある。これは式(8)における固有関数を推定する際に使った境界条件には内部減衰が含まれていないため

(a) 横変位のrms値($R=4 \times 10^{-4}$)

(b) 横変位のrms値($R=0.1$)

(c) 曲げモーメントのrms値($R=4 \times 10^{-4}$)

(d) 曲げモーメントのrms値($R=0.1$)

図3 上端ばねが強い場合の応答のrms値($k=1.32298 \times 10^9$)

ある。それはこの数値例では内部減衰の最適値がかなり大きいので、上端支持ばねが弱い場合には内部減衰力によって上端の横変位が大きく影響されるからである。曲げモーメント [図 4 (b)] においては、理論値と

シミュレーション値との間にかなりの誤差がある。

7.3 トレードオフ曲線 図 5 (a) に、管の最適な弾性係数、最適な減衰係数、管の横変位の rms 値と重み係数 R との関係を示している。図 5 (b) に、制振モーメント (曲げモーメント) の rms 値、管の横変位の rms 値と重み係数 R との関係を示している。これらは上端のばねが十分に剛い場合の例である。最適な弾性係数、減衰係数、制振モーメントは重み係数の増加に従って、小さくなっていく。管の横変位は重み係数の増加に従って大きくなっていく。

重み係数 R が比較的大きい領域においては、シミュレーション結果と理論値との間の誤差が大きくなっている。これは前述したように式 (8) の誤差が大きくなることによるものである。したがって、これらの領

表 1 数値例

=====	
$C_D = 1.2$	$R = 5.0 \sim 5.0 \times 10^{-8}$
$C_M = 2.0$	$r_r = 0.928571$
$d_r = 1.144444$	$r_t = 0.00175$
$k = 1.32298 \times 10^9$ and 6614.9081	$s = 19444.444$
$m = 5, n = 10$	$S_W = 1.0$
$p = 0.031944$	
=====

(a) 横変位の rms 値 ($R = 4 \times 10^{-4}$)

(b) 曲げモーメントの rms 値 ($R = 4 \times 10^{-4}$)

図 4 上端ばねが弱い場合の応答の rms 値 ($k = 6614.9081$)

(a) 最適な弾性係数 $(1+\theta_e)$ 、減衰係数 θ_c 、管の横変位と重み係数 R との関係 ($k = 1.32298 \times 10^9$)

(b) 制振モーメント、管の横変位と重み係数 R との関係 ($k = 1.32298 \times 10^9$)

図 5 トレードオフ曲線

表 2

=====			
E = 68.6	GPa	R _{ou} = 0.7	m
H _{1/3} = 6.0	m	U = 2.0	m/sec
k _s = 6.86 × 10 ¹⁰	N/m	ρ = 9.0 × 10 ²	Kg/m ³
L = 400	m		
=====			

域における最適化は正しく行われているとは言えない。

これらのトレードオフ曲線を使って、設計条件に応じて、適当な重み係数を選ぶことによって、管の最適設計が近似的に行えることになる。例えば、表 2 に示すような数値例において、横変位の rms 値のスパンにわたる平均値を約 0.32 m に抑えたい場合（これは重み係数 $R \cong 0.01$ に相当する）、管の最適なヤング率は 10.865 8 GPa（これは、例えば繊維強化プラスチック材料の引張弾性率に相当する）、最適な減衰係数 C は 39.871 9 GPa・s になる。この場合、式 (8) における一次モードに対応する減衰比は 0.52 になる。一方、図 5 (b) によればその場合の曲げモーメントの rms 値のスパンにわたる平均値は約 473.12 N・m になる。このときの曲げ応力は 6846.1 Pa で、浮力による最大引張応力は 509 600 Pa となるから、その和を考えても繊維強化プラスチック材料の引張強さよりはるかに小さい。

8. 結 論

本研究では海洋波によって生じるライザ管の横変位と曲げモーメントを小さくするために付与すべき弾性係数および減衰係数の最適化手法を示した。さらに、理論の妥当性を確認するために、数値シミュレーションを行った。

評価関数に含まれている重み係数を適当に選んで、管の横変位と制振モーメントとの間のトレードオフが行えれば、管の許容曲げモーメント、許容横変位などの設計条件に応じて、管の最適設計が近似的に行えることになる。

非線形な流体抗力の線形化近似は式 (3) のように管のスパンにわたって変化させた。その結果、従来の解析に使われている等価線形化法⁽²⁾に比べて管の応答がより正確に求められるようになった。レーリー法による式 (5) の解の近似展開は、管の剛性が弱い場合には流体抗力などの影響でかなりの誤差が生じる。また、管の横変位の予測に対しては有効であるが、管の曲げ

モーメントに対しては精度があまりよくない。さらに、解析に使われた境界条件には管の内部減衰が含まれていないため、境界とその近傍において内部減衰による誤差が生じる場合がある。

付 録

式 (1) 中の $w, \nu, \mu_1, \mu_2, \mu_3$ の説明および式 (7)

-(17) 中で用いた行列の説明

w : 管内流の無次元速度

ν : 管の浮力に関する項の係数

μ_1 : 管内流によるコリオリ力の項に関するパラメータ

μ_2 : 管周りに作用する流体慣性力の項の係数

μ_3 : 管周りに作用する流体抗力の項の係数

$$[A_F] = \begin{bmatrix} [A_{F\eta}] & [0] \\ [0] & [A_{F\dot{\eta}}] \end{bmatrix}$$

$$[B_F] = [0 \ 1 \ 0 \ 1]^T$$

$$[C_F] = \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{\alpha_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{\beta_1} \end{bmatrix}$$

ここで

$$[A_{F\eta}] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\sqrt{\alpha_3} & -\sqrt{\alpha_2 + 2\sqrt{\alpha_3}} \end{bmatrix}_{2 \times 2}$$

$$[A_{F\dot{\eta}}] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\sqrt{\beta_3} & -\sqrt{\beta_2 + 2\sqrt{\beta_3}} \end{bmatrix}_{2 \times 2}$$

α_i, β_i : 近似成形フィルタのパラメータ

$$[A] = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ [A_{21}] & [A_{22}] \end{bmatrix}, [B] = \begin{bmatrix} [0] \\ [B_{21}] \end{bmatrix}$$

$$[D] = \begin{bmatrix} \{0\} & \{0\} \\ \{f_1\} & \{f_2\} \end{bmatrix}$$

$$[A_{21}] = -[A] - w^2/2 \cdot [a]^T [\{\phi(1)\} \{\phi'(1)\}]^T - \{\phi'(1)\} \{\phi(1)\}^T [a]$$

$$[A_{22}] = -[a]^T \left[2w\sqrt{\mu_1} \int_0^1 \{\phi(\xi)\} \{\phi'(\xi)\}^T d\xi + C_D \int_0^1 \sigma(\xi) \{\phi(\xi)\} \{\phi(\xi)\}^T d\xi \right] [a]$$

$$[B_{21}] = -[a]^T [\lambda] [a]$$

$$\{f_1\} = C_D \Omega_v / \sinh(\kappa_v) \cdot [a]^T$$

$$\times \int_0^1 \sigma(\xi) \{\phi(\xi)\} \cosh(\kappa_v \xi) d\xi$$

$$\{f_2\} = C_M \mu_2 \Omega_a / \sinh(\kappa_a) \cdot [a]^T$$

$$\times \int_0^1 \{\phi(\xi)\} \cosh(\kappa_a \xi) d\xi$$

ただし

$[\lambda]$: 試行関数 $\{\phi(\xi)\}$ に対応する固有振動数の二乗からなる n 次元対角行列

$[A]$: レーリー法による固有振動数の二乗の推定値からなる m 次元対角行列

Ω_a : 管周りの流体加速度の卓越周波数

Ω_v : 管周りの流体速度の卓越周波数

α_a : Ω_a に対応する波数, α_v : Ω_v に対応する波数

$$[Q] = \begin{bmatrix} [Q_{11}] & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix}, [S] = \begin{bmatrix} [S_{11}] \\ [0] \end{bmatrix}$$

$$[Q_{11}] = [a]^T \left[\int_0^1 \{\phi(\xi)\} \{\phi(\xi)\}^T d\xi \right. \\ \left. + R \int_0^1 \{\phi''(\xi)\} \{\phi''(\xi)\}^T d\xi \right] [a]$$

$$[S_{11}] = [a]^T \left[\int_0^1 \{\phi''(\xi)\} \{\phi''(\xi)\}^T d\xi \right] [a]$$

$$[R] = [S_{11}]$$

$$[\tilde{Q}] = [Q] - [S][R]^{-1}[S]^T$$

$$[\tilde{A}] = [A] - [B][R]^{-1}[S]^T$$

$$[T_E] = \begin{bmatrix} [1 \ 0] & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 \ 0 & [1 \ 0] & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & [1 \ 0] \end{bmatrix}_{m \times 2m}$$

$$[T_C] = \begin{bmatrix} [0 \ 1] & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 \ 0 & [0 \ 1] & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & [0 \ 1] \end{bmatrix}_{m \times 2m}$$

文 献

- (1) Ertas, A. and Kozik, T. J., A Review of Current Approaches to Riser Modeling, *Trans. ASME, J. Energy Resources Tech.*, **109**(1987), 155.
- (2) Ertas, A. and Kozik, T. J., Numerical Solution Techniques for Dynamic Analysis of Marine Riser, 文献(1)の1ページ.
- (3) Huang, T. and Chuchepsakul, S., Large Displacement Analysis of a Marine Riser, *Trans. ASME, J. Energy Resources Tech.*, **107**(1985), 54.
- (4) Dareing, D. W. and Huang, T., Marine Riser Vibration Response Determined by Modal Analysis, *Trans. ASME, J. Energy Resources Tech.*, **101**(1979), 159.
- (5) Kosut, R. L., Suboptimal Control of Linear Time-Invariant Systems Subject to Control Structure Constraints, *IEEE Trans.*, AC-15, No. 5, (1970), 557.
- (6) Paidoussis, M. P., Dynamics of Tubular Cantilevers Conveying Fluid, *J. Mech. Eng. Sci.*, **12**-2(1970), 85.
- (7) Ertas, A., Linearization Technique for Probabilistic Riser Frequency Domain Analysis, *Trans. ASME, J. Energy Resources Tech.*, **108**(1986), 292.
- (8) Price, W. G., Bishop, R. E. D., *Probabilistic Theory of Ship Dynamics*, Chapter 9, (1974), Chapman and Hall Ltd.
- (9) Meirovitch, L., *Elements of Vibration Analysis*, (1986), 266, McGraw-Hill.
- (10) Ames, W. F., *Numerical Methods for Partial Differential Equations*, 2nd Ed., (1977), Academic Press.

討 論

〔質問〕 谷 順二〔東北大学流体科学研究所〕

準最適制御理論に基づくライザ管の剛性と減衰の最適化の試み, 非常に興味深く拝見した。次の点についてご教示願いたい。

(1) ライザ管は自重により座屈を起こすことなく, 自らの浮力によって立ち上がるものか。

(2) 式(1)中の w, ν, μ_1, μ_2 などが定義されておらず, また使われていない文字が記号説明にある。対応関係をお教示願いたい。

(3) 等価線形化補正係数をスパンにわたって変化させることにより得る解の精度の向上と計算量の増加の関係をお教示願いたい。

(4) 式(8)の $\{\phi(\xi)\}$ は式(5)から求められるモード関数か。自重などを全く考慮に入れない場合はりのモード関数を用いると解の精度が悪くなり, 曲げモーメントが波打つことになる。そして項数を多くとっても波打ちはなくならず, 波数が増え振幅が小さくなるだけで, 厳密解にはなかなか一致しない(付1)(付2)。

〔回答〕 (1) 本研究で取り上げたライザ管は自らの正味浮力によって立ち上がるものとする。その正味浮力はライザ管の壁に設けられる空気室によって確保できると考えている。

(2) 式(1)の $w, \nu, \mu_1, \mu_2, \mu_3$ の物理的意味およびその定義式は次のようになる。

w : 管内流の無次元速度,

$$= \sqrt{4d_r r_i^2 / \{s(1-r_i^4)r_i^2\}} \cdot p$$

ν : 管の浮力に関する項の係数,

$$= 4(d_r - 1)(1 - r_i^2) / \{s(1 - r_i^4)r_i^2\}$$

μ_1 : 管内流によるコリオリの力の項に関するパラメータ,

$$= d_r r_i^2 / \{(1 - d_r)(1 - r_i^2) + C_m d_r\}$$

μ_2 : 管周りに作用する流体慣性力の項の係数,

$$= \mu_1 / r_i^2$$

(付1) 袁・麻生・谷, 機論, 54-507, A (1988), 1943.

(付2) 袁・麻生・谷, 機論, 55-517, C (1989), 2313.

μ_3 : 管周りに作用する流体抗力の項の係数,
 $= \mu_2 / (\pi \cdot r_t)$

ただし、式中の C_M, d_r, p, r_r, r_t, s などは記号説明中で定義した。式の表現を短縮するために上記の記号を用いたが、これらの内容を定義しておかなかったのは著者の不注意である。

(3) 本研究の数値例計算の経験では、等価線形化補正係数を全スパンにわたって常数として与えると、ライザ管の上部(水面に近い場所)に対し流体力による減衰を過小評価し、また、ライザ管の下部(水面よりずっと深い場所)に対し流体力による減衰を過大評価するおそれがある。そのため、補正係数を連続的にスパンにわたって変化させたほうがより正確に応答が求められる。ただし、その場合、解析的にも数値的にも難しい積分項が入るため、本研究では補正係数をスパンにわたって7段階に変化させて計算した。それによる計算量の増加は次のような積分を実行することによるものである。

$$\begin{aligned} \int_0^1 \sigma(\xi) \{\phi(\xi)\} \{\phi(\xi)\}^T d\xi &\cong \sigma_1 \int_0^{\xi_1} \{\phi(\xi)\} \{\phi(\xi)\}^T d\xi \\ &+ \sigma_2 \int_{\xi_1}^{\xi_2} \{\phi(\xi)\} \{\phi(\xi)\}^T d\xi + \cdots \\ &+ \sigma_7 \int_{\xi_6}^{\xi_7} \{\phi(\xi)\} \{\phi(\xi)\}^T d\xi \quad \text{および} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_0^1 \sigma(\xi) \{\phi(\xi)\} \cdot v(\xi, \tau) \cdot d\xi &\cong \sigma_1 \int_0^{\xi_1} \{\phi(\xi)\} \\ &\times v(\xi, \tau) \cdot d\xi \\ &+ \sigma_2 \int_{\xi_1}^{\xi_2} \{\phi(\xi)\} \cdot v(\xi, \tau) \cdot d\xi + \cdots \\ &+ \sigma_7 \int_{\xi_6}^{\xi_7} \{\phi(\xi)\} \cdot v(\xi, \tau) \cdot d\xi \end{aligned}$$

(4) (i) 式(8)の $\{\phi(\xi)\}$ は式(5)のライザ管の剛性項 $\partial^4 \phi / \partial \xi^4$ と慣性項 $\partial^2 \phi / \partial \tau^2$ だけで計算した試行関数である。

(ii) 固有関数 $\{\phi(\xi)\}^T \{a\}_i$ は式(5)のライザ管の剛性項 $\partial^4 \phi / \partial \xi^4$ と慣性項 $\partial^2 \phi / \partial \tau^2$ 、内部流れによる遠心力の項、浮力の項を用いて、レイリー・リッツ法によって推定した固有関数である。なお式(5)の解の展開は固有関数 $\{\phi(\xi)\}^T \{a\}_i (i=1, 2, \dots, m)$ で行った。すなわち、解の展開には浮力(自重を差引いた正味浮力)を考慮した関数を用いている。

(iii) 図3(d)と図3(c)とを比較すると、管の剛性が強い場合には曲げモーメントの収束が速いことがわかる。しかし管の剛性が弱い場合には、7・1節で述べたように流体抗力の影響が相対的に大きくなり、モード展開による近似が悪くなる。