柔軟構造を有する磁気軸受系の自励振動*

佐藤 一 樹^{*1}Self-Excited Vibration of a Magnetic Bearing System
with Flexible Structures

Ichiju SATOH

It is well known that self-excited vibrations in the passive axis of magnetic bearings may be caused by internal damping when the rotor is driven over critical speed. On the other hand, in the active axis of magnetic bearings, self-excited vibrations of high resonance frequency may occur at zero rotational speed. A self-excited vibration with two frequencies was observed on a 4-axis-active-type magnetic bearing which was developed for high speed rotating machinery. In this paper, we discuss the cause and mechanism of the self-excited vibration. The experimental results and computer simulation proved that the self-excited vibration is caused by interaction between nonlinearity of the power amplifiers and structural flexibility. The self-excited vibration mechanism is clarified by applying the root-locus method and approximate dual-input describing function method.

Key Words : Self-Excited Vibration, Magnetic Bearings, Flexible Structures, Nonlinear Element, Dual-Input Describing Function

1. まえがき

磁気軸受に支持された回転体を高速で回転させた場合、危険速度以上の回転速度で磁気軸受に特有と考えられる自励振動が発生することが知られている。この自励振動は受動軸すなわち制御を行わずに永久磁石の磁気力のみで運動を安定化している軸で発生するので、清水ら⁽¹⁾、川本ら⁽²⁾により研究が行なわれており、その原因は回転数の上昇に伴い発生するうず電流損などのエネルギー損が内部減衰として作用するためであることが指摘されている。これに対して、柔軟構造を有する磁気軸受系では制御を行なっている軸においても自励振動が発生することがある。この自励振動の発生原因はまだ明らかにされておらず、柔軟構造を有する磁気軸受システムでは安定な高速回転を達成することが困難なケースもある。

我々が高速回転体用に関心を進めている4軸制御型磁気軸受においてもこの柔軟構造に起因する自励振動が発生した。この発生原因を検討した結果、駆動部の

非線形特性が明らかになり、これがステータ軸の柔軟性と相互干渉して自励振動となることが判明した。

本報では、まず駆動部の非線形特性について実測結果を述べ、これに基づく駆動部の非線形モデルを示す。次にこの非線形モデルを含んだ系でシミュレーションを行ない自励振動が再現できることを示す。そして、最終的には根軌跡法と記述関数法を応用して非線形解析を行ない、この自励振動の発生機構を明らかにする。

2. 自励振動の特徴

この4軸制御型磁気軸受の浮上調整を行なった結果、

1) . ループゲインを高く設定した場合には小さな外乱でも自励振動となる。

2) . ループゲインを低く設定すれば安定となるが、ロータを回転させると、柔軟モードの共振周波数より低い回転数で自励振動状態になる。そして、そのまま回転を上昇させれば不安定になってしまう。

3) . ループゲインを低く設定し回転しない状態でもケーシングをハンマで打撃するなど大きな加振力が加わると自励振動が発生する。

ということが分かった。

* 原稿受付 平成元年9月22日。

^{*1} 正員、(株)住原総合研究所(〒251 藤沢市本藤沢4-2-1)。

図1は非回転時に観測された自励振動の波形例である。この図において、高周波の振動はステータ軸の一次曲げモードの振動であり、低周波の振動はロータの剛体モードの振動である。このようにこの自励振動は2つの周波数を含む振動からなっており、特に非回転時には両者ともリミットサイクルとなるという特徴がある。

3. 磁気軸受システム

図2に示すように4軸制御型磁気軸受システムは、真空槽に収められた4軸制御型磁気軸受とその制御回路、そして制御電流を発生するためのパワーアンプから構成されている。以下にそれらの簡単な説明を行ない、解析計算で使用するモデルを示す。

3.1 4軸制御型磁気軸受

3.1.1 構造 4軸制御型磁気軸受は図3に示すように中央に高速回転用のモータを置き、その上下に対称に2つのラジアル制御型磁気軸受を配置してある。ラジアル制御型磁気軸受は永久磁石の磁束を利用して制御力を線形化するとともに、この永久磁石の磁気力によりスラスト方向のロータの並進運動を拘束している。4軸制御型磁気軸受はこのラジアル制御型磁気軸受を2個使用しているためスラスト制御用の電磁石が不用となり、片持ち梁状のステータ軸に円筒状のロータを組み込むだけの簡単な構造になっている。ただし、この永久磁石の磁気力によりラジアル方向には負のバ

図1 自励振動の波形例

図2 磁気軸受システム

ネ定数で表現される不安定な剛性が存在することになる。ステータ側にはこの永久磁石の他に制御用の電磁石と位置センサがある。

3.1.2 モデル この4軸制御型磁気軸受はアウターロータ型となっており、ロータの共振周波数は回転数よりもかなり高いのでロータは剛体として扱える。しかし、ステータ軸の1次曲げモードは共振周波数が約500Hzと回転領域内にあるので弾性体として扱う必要がある。そこで、制御対象としてはロータの剛体運動とステータ軸の柔軟性を考慮したモデルを考えた。ただし、ステータ軸の1次曲げモードは軸の根元はほとんど振れずに先端部が大きく振れる振動モードとなるので、解析計算では上部磁気軸受のラジアル運動だけに注目した図4に示すような2自由度系の簡単なモデルを使用した。

ここに、 m 、 c 、 k はそれぞれ柔軟ステータのモーダルマス、モーダルダンピング、モーダルスティッフネスであり、 M はロータの質量、 K_u が永久磁石による不安定剛性である。また、 H は制御回路である。

図3 4軸制御型磁気軸受の構造

図4 制御対象のモデル

3.2 制御回路 制御は4軸（上下のX, Y軸）独立に行なっており、各軸とも同じ定数の位相進み補償を用いている。

$$H(s) = \frac{1 + T_1 s}{1 + T_2 s} \quad (T_1 > T_2)$$

3.3 駆動部 磁気軸受の駆動部はパワーアンプと電磁石コイルにより構成されており、一般には広帯域特性を持つものが使用される。このため、その入出力特性は周波数特性のない定数かせいぜい1次遅れ要素で表されてきた。剛体モードのような比較的低周波の振動問題を扱う場合にはこのモデルで充分である。しかし、大振幅で高周波の入力信号に対しては駆動部の特性は非線形になりやすい。このため系に共振周波数が数百Hzという柔軟モードを含む場合には、駆動部の非線形特性を考慮したモデルを考える必要がある。

3.3.1 測定結果 ここで使用したパワーアンプは図5に示すような電源電圧が24Vで PUSH-PULL方式のものである。図6は駆動部の周波数特性（出力電流／入力電圧）であり、入力電圧の大きさを3段階に変化させて測定した。この結果、入力電圧が小さいときは良い特性を示すが、入力電圧が大きくなるに従い周波数特性が悪化していく非線形特性が明らかになった。

図5 パワーアンプ回路

図6 駆動部の周波数特性（実測）

3.3.2 モデル この駆動部の非線形特性をまとめると次の様になる。

1) 小振幅の信号に対しては低周波から高周波まで良い応答を示す。

2) 大振幅の信号に対しては、低周波では良い応答を示すが、高周波の信号に対しては出力電流の位相遅れが大きくなり飽和する。

これらの性質を持つ定性的なモデルとして図7に示すような、飽和要素と2次遅れ要素を直列につなぎこれに負のフィードバックをかけたモデルを考えた。⁽³⁾ 図8に示すように、このモデルにより、入力信号の振幅が小さければ良い特性を保つが振幅が大きくなるに従い周波数特性が悪くなる、という駆動部の非線形特性が表現できる。

4. シミュレーション

以上のモデルを用いると、磁気軸受の2自由度モデルのブロック線図が図9の様に表される。

図10(a)は自励振動の実測波形であり上側の波形がステータ軸とロータの相対変位で下側の波形が制御電流である。両者とも2つの振動を含むリミットサイクルになっている。図10(b)が図9の系において、ステータ軸に初期変位を与えて行なったシミュレーションの結果である。相対変位、制御電流とも実験結果と同

図7 駆動部の非線形モデルのブロック線図

図8 駆動部の周波数特性（シミュレーション）

図9 シミュレーションモデル

(a) 実験結果

(b) シミュレーション

① Relative displacements
② Control currents

図10 自励振動の波形

図11 非線形要素のゲイン変化に対する特性根の変化

様に低周波と高周波の2つのリミットサイクルとなっている。ただし、モデルでは駆動部の周波数特性を2次遅れで近似しているため、低周波の剛体モードの振動はほとんど実験結果と一致しているが、高周波の柔軟モードは実験結果の1/3程度の振幅になっている。

5. 自励振動の解析

次に、このモデルを使い根軌跡法と記述関数法を応用して以下の手順によりこの自励振動の発生機構について解析を行なう。

- 1) 図9において、まず飽和要素 $N(i)$ に着目する。飽和要素の記述関数は入力振幅に対するゲインの変化のみで与えられ位相の変化はない。そこで、飽和要素を線形ゲイン要素で置き換えて、このゲインを変化させたときの特性根の変化を調べる。この結果、記述関数をパラメータにしたとき、柔軟モードと剛体モードのそれぞれの特性根がどのように変化するか分かる。
- 2) 1) で求めた根軌跡は記述関数をパラメータとして描かれているため、この図から直接に入力振幅と安定性の関係を求めることは出来ない。そこで、次に記述関数法を応用して飽和要素の入力振幅に対する柔軟モードと剛体モードのそれぞれの記述関数を求める。
- 3) この2つの結果を総合することにより、自励振動が発生する機構、条件を明らかにする。

5. 1 非線形領域での特性根の変化 図11に柔軟モードと剛体モードのそれぞれの特性根の変化を示す。×印は極で○印がゼロ点である。点線で示してあるのは線形領域でループゲイン K_g を変化させた場合の根軌跡であり、△印は線形領域での動作点である。

実線がこの動作点において飽和要素の記述関数を変化させたときの特性根の変化を示したものである。高周波の根が柔軟モードの根で、低周波の根が剛体モードの根である。ただし、この図は比等価ゲイン ϕ （記述関数を飽和要素の線形部分のゲイン K_s で割った値）をパラメータとして表示してある。

柔軟モードの根は ϕ を小さくしていくと A_1 点で不安定領域へ入り、更にゲインを下げていくと E_1 点で再び安定領域へ戻り極へと向う。一方、剛体モードの根は ϕ を小さくしていくと E_2 点で不安定領域へ入り、再び安定領域に戻ることはない。それぞれのモードにおける安定範囲と比等価ゲイン ϕ の関係は次の通りである。

剛体モード $\phi > 0.066$

柔軟モード $\phi < 0.092, 0.224 < \phi$

5.2 近似双入力記述関数 次に記述関数法を用いて入力振幅と記述関数の関係を求める。始めに示した様にこの自励振動は高周波と低周波の2つの周波数成分を持っている。そこで、この自励振動に対する飽和要素の記述関数を求めるためには、式(1)に示すような2つの周波数成分を持つ入力に対する記述関数(DIDF: Dual-Input Describing Function)を計算しなければならない。

$$i = a_0 \sin(\omega t) + b_0 \sin(\beta t) \quad \dots (1)$$

ここでは問題となる2つの振動の周波数が充分離れている ($\omega = 530\text{Hz}$, $\beta = 40\text{Hz}$) ことに着目して近似的なDIDFを求めてみる。

2つの信号の周波数が充分離れているので、高周波信号の任意の1サイクルの間に低周波信号は変化しないとして入力を(2)式のような直流成分をもつ正弦波入力と考える。

$$i = a_0 \sin(\omega t) + B_0 \quad \dots (2)$$

このとき、出力 y を

$$y = \frac{A_0}{2} + B_1 \sin(\omega t) \quad \dots (3)$$

と近似し、フーリエ展開を行なうと次の2つの等価ゲインを定義することが出来る。⁽⁴⁾

(1). 入力の直流成分に対する等価ゲイン (等価DCゲイン)。 $K_{ED} = A_0 / 2B_0 \quad \dots (4)$

(2). 入力の正弦波成分に対する等価ゲイン。

$$K_{EA} = B_1 / a_0 \quad \dots (5)$$

この2つの等価ゲインは、互に独立ではなく入力を構成する高周波信号の振幅と低周波信号の振幅に相互に依存した関数となる。

5.2.1 低周波信号に対する近似DIDF Boyer⁽⁵⁾は上述の等価DCゲインを用いて近似DIDFを開発した。

この方法によれば周波数が充分離れた2つの成分を含む入力の低周波信号に対する記述関数が計算できる。

図12はBoyerの近似DIDFを用いて計算した結果である。入力に含まれる低周波と高周波のそれぞれの信号の振幅比 ϵ_r (=低周波信号の振幅 b_0 /飽和要素の飽和点 a_1)、 ϵ_r (=高周波信号の振幅 a_0 /飽和点 a_1)がわかれば、この図から低周波信号に対する比等価ゲイン ϕ_r が求まる。また、図11の根軌跡から得られた安定範囲と比等価ゲインの関係より低周波信号の安定範囲は図の斜線部の様に決定される。

5.2.2 高周波信号に対する近似DIDF 式(5)より高周波信号に対する等価ゲインは信号の直流分 B_0 が決めれば計算できる。そこで、高周波信号の1サイクルの間に低周波信号は変化しないとしてこれを直流分と見なし K_{EA} を計算する。 K_{EA} は直流分の大きさに応じて変化し、低周波信号の1サイクルの間の変化をみると図13に示すように低周波信号の振幅がゼロで最大となり、低周波信号の振幅が最大のところで最小になるようなゲイン曲線が得られる。本解析では、この平均値を求めこれを式(1)の入力が入ったときの高周波信号に対する近似DIDFと定義する。

図12 低周波信号の比等価ゲイン ϕ_r

図13 高周波信号の近似DIDF

図14 高周波信号の比等価ゲイン ϕ_r

この方法で求めた高周波信号に対する近似DIDFを図14に示す。入力に含まれる低周波と高周波のそれぞれの信号の振幅比 ε_r 、 ε_i がわかれば、この図から高周波信号に対する比等価ゲイン ϕ_r が求まる。ここでも図11の根軌跡から得られた結果より安定範囲が図の斜線部の様に決定される。

5. 3 自励振動の発生機構 ステータ軸の共振から自励振動に入る過程としては図11, 12, 14より次の様に説明することが出来る。

1) ステータ軸が何等かの外乱により加振されて振動したとすると、その振幅に応じて飽和要素の柔軟モードに対する比等価ゲイン ϕ_r が決まる。そして、図11の根軌跡から分かるように $1 > \phi_r > 0.224$ の範囲ではステータ軸の特性根は左半平面にあるのでその振動は収る。しかし、ステータ軸の振動が大きくなり ϕ_r が0.224以下に低下した場合には、ステータ軸の特性根は右半平面に入ってしまうため振動は発散していく。

2) 例えば、インパルス的な力によりステータ軸が大きく加振されて $\varepsilon_r = 10$ という状態になったとする。このとき、 $\varepsilon_i = 0$ すなわち低周波の振動がまだ発生していないとすると図12, 14ではB点にあたる。そこでまず図14を見るとB₁点では高周波振動の根は不安定であることが分かる。また、同時に図12からB₂点は $\phi_r < 0.066$ であり低周波振動も不安定であることが分かる。

3) このように、低周波も高周波振動も不安定なので両方の振動とも大きくなっていく。しかし、まず低周波振動に注目すると図12から分かるようにこのグラフの前半部では ε_r が一定ならば ϕ_r は ε_r が増加するに従い増加していく。そして、 $\varepsilon_r = 10$ の場合には ε_r が約4.5のところ(C₂点)で ϕ_r は安定領域と不安定領域の境界の値に達する。この点では、もし低周波振動の振幅がそれ以上大きくなればその特性根は安定領域へ入るので振動は収まっていき、逆に振動がある程度小

さくなれば ϕ_r が減少して再びその特性根が不安定となり振動の振幅が増加するという一種の安定点となる。従って、低周波振動の振幅はこの境界値で平衡する。

4) 一方、図14よりC₂点に対応するC₁点では高周波振動はまだ不安定なので、高周波はこの点に留ることはなく更に振幅が大きくなっていくとする。そして、たとえば $\varepsilon_r = 11$ まで増加したとする。(D₁点)

5) 図12より、 ε_r が一定ならば ϕ_r は ε_r が増えると減少するので、低周波もC₂点からD₂点に移動し、ふたたび低周波振動が不安定になる。

6) このように、低周波と高周波の2つの振動はお互に影響しながら振幅が増加していき、このモデルでは $\phi_r \approx 9$ 、 $\phi_r \approx 11$ の時にそれぞれの特性根は安定領域と不安定領域の境界にとどまる(E₁、E₂点)。この点は図11の根軌跡では虚軸上に当たるので2つの振動が持続することになる。

このように低周波振動(剛体モード)は高周波振動(柔軟モード)が発生することにより誘発される。そして、外乱が連続的なものでなくインパルス的なもの場合には、図11から分かるように高周波振動はA₁点を越えるほど大きな振幅になれば必ずE₁点で安定なリミットサイクルになる。従って、このような場合には高周波振動と低周波振動のバランスする振幅で両者とも安定なリミットサイクルになる。しかし、図14から分かるように高周波振動は低周波振動の振幅が増えても高周波振動の振幅が増えても安定領域に向うのに対して、図12から分かるように低周波振動は高周波振動の振幅が大きくなった場合には不安定領域に向う。従って、回転中の不釣り合いなどのような連続的な外乱が加わり柔軟モードの振幅が大きくなった場合には剛体モードが不安定になる可能性がある。

6. まとめ

我々が高速回転体用に開発を進めている4軸制御型磁気軸受において発生する自励振動の原因を検討した。この結果、大振幅で高周波の入力信号に対して駆動部の特性が非線形になることが明らかになり、これがステータ軸の柔軟性と相互干渉して自励振動となることが分かった。これは、磁気浮上などの電磁石をアクチュエータとするアクティブコントロール系で発生する可能性のある自励振動である。

この自励振動は2つのリミットサイクルを含んでおり、根軌跡法と記述関数法を応用した方法により非線形解析を行ない、この2つの自励振動の発生機構を明らかにした。この結果、剛体モードは柔軟モードが発生することにより誘発されることが分かった。そして、

柔軟モードは必ず安定なリミットサイクルになるが、剛体モードは柔軟モードの振幅次第では不安定になる可能性があることが明らかになった。

いずれにせよこの自励振動を回避または抑制することが必要となる。発生原因を考えればこの自励振動を回避するには次の手段が有効なことは明らかである。

1)ステータ軸の減衰を大きくする。

2)駆動部をもっと大容量のものにする。

しかし、ステータ軸の減衰を良くするためには特殊な材料を使ったり、動吸振器などの他の要素を付加することが必要になる。また、スペース的に駆動部を大きくすることは難しく、電源電圧を上げることは停電時のバックアップ電源の関係からも好ましくない。このため、制御回路によりこの自励振動を抑制することが望ましいが、それらについては別の機会に述べる。

終わりに、本研究をまとめるにあたり御討論頂いた科学技術大学の村上力教授に感謝の意を表します。ま

た、東京電機大学の長広仁蔵教授、航空宇宙技術研究所の中島厚主任研究官の御指導に感謝致します。そして、実験、シミュレーションにおいては大学院生の今井誠君（現在(株)三菱電機）の協力があったことを記し謝意を表します。

参考文献

- (1).清水・小沢・谷口,スラスト形磁気軸受の自励振動に関する研究,機論,36-290(1970),1656.
- (2).川本,菊池,磁気軸受と組み合わせたうず電流式ダンパの基礎的検討,機論,47-419,C(1981),849.
- (3).A.Nakajima, M.Imai, I.Satoh, J.Nagahiro and C.Murakami, Vibration Control of Magnetic Bearings with Flexible Stator,Proceedings of China-Japan Symposium on Mechatronics,(1988), 63-68.
- (4).榎木・桑原・砂原,自動制御工学,(1977),22,養賢堂.
- (5).GIBSON,非線形自動制御,(1969),462,コロナ社.