円弧ハンプの多目的最適設計*

前 森 健 一*

Multiobjective Optimum Design of Circular Humps for Vehicles

Ken'ichi MAEMORI

This paper is concerned with a study of a multiobjective optimization problem of a circular hump. The objectives of the design are to minimize the maximum value of the maximum accelerations of the drivers occurring while various vehicles with different wheelbases, including long ones, cross a hump at a design speed for the hump and to minimize the maximum difference between the maximum accelerations of the drivers at a specified speed over the design speed. The set of Pareto optimal solutions is obtained by a method consisting of the ϵ -constant method and a SUMT optimizing a hump in a lump for the vehicles. In addition, relations between the maximum acceleration of the driver and speed of the vehicle crossing the optimum humps are analyzed by means of simulation calculus for each of the vehicles.

Key Words: Vibration, Automobile, Numerical Analysis, Optimum Design, Multiobjective Optimization, Hump, ϵ -constant Method, SUMT

1. 緒 言

著者は住宅地域内などを走行する自動車の速度を抑制し、歩行者の安全を確保する目的で、ハンプの最適設計法に関して研究を進めてきた。第1報⁽¹⁾では、円弧ハンプについて一つの種類の自動車の乗員最大加速度を最小にするハンプ設計法を示した。第2報⁽²⁾では、諸元の異なる複数の自動車について乗員最大加速度の自動車間の差を最小にするハンプ設計法を提案し、緩和曲線のある場合とない場合の円弧ハンプの最適化を行った。これらはいずれも目的関数が一つの場合の最適設計である。

一方、多目的最適化手法⁽³⁾⁽⁴⁾の発達に伴い、近年複数の目的関数を最適化する多目的最適設計の問題が各分野において取扱われるようになった。ハンプの最適設計においても、目的関数を複数個設定して最適化を行い、目的関数間のトレードオフ⁽⁴⁾関係を明らかにすることが、ハンプの実用化を検討するうえで重要であると考えられる。

本論文では、諸元の異なる複数の自動車が同一のハ

ンプをそれぞれ通過する場合を想定し、乗員最大加速度の最大値、および乗員最大加速度の自動車間の差の最大値の二つを目的関数として設定し最小化することによってハンプ断面形状を最適化する、ハンプの多目的最適設計法を提案する。二つの目的関数を単一の目的関数に変換する手法としては ϵ 制約法⁽⁴⁾とSUMT⁽⁵⁾を組合せたものを用いる。設計例では、円弧ハンプについて二つの目的関数間のトレードオフ関係を示し、さらに最適ハンプ通過時の乗員最大加速度とハンプ通過速度の関係などを求め、在来円弧ハンプ⁽⁶⁾⁽⁷⁾に関する数値計算結果と比較、検討を行う。なお既報⁽¹⁾⁽²⁾では線形懸架ばねを有する力学モデルを用いたが、ここでは非線形懸架ばねモデルを用いる。

2. 主 な 記 号

M : 質量
 K : ばね定数
 C : 減衰係数
 F : ショックアブソーバ減衰力または懸架ばね抵抗
 I_h : ピッチング時の重心回りのばね上質量慣性モーメント
 L_h : ばね上質量重心から前車軸までの距離

* 原稿受付 平成元年8月1日。

** 正員、大阪工業大学 (〒031 大阪大学妙字大開88-1)。

L_r : ばね上質量重心から後車軸までの距離
 L_o : ばね上質量重心から乗員重心までの距離
 L_w : ホイールベース
 X : 上下方向変位
 θ_b : ピッチング時のばね上質量回転角
 Z : ばね上質量重心の前方変位
 T : 時間
 H : ヘビサイドの単位階段関数

添字

o : 乗員
 s : シート
 b : ばね上質量
 f, r : 前部および後部ばね下質量
 sf, sr : 前部および後部懸架ばね
 df, dr : 前部および後部ショックアブソーバ
 tf, tr : 前部および後部タイヤ

3. 運動方程式

図1に示す互いに諸元の異なる自動車 $n(n=1, 2, \dots, N)$ が一定速度 $\dot{Z}$ で図2のハンプを通過するとき、無次元運動方程式は

図1 力学モデル

図2 円弧ハンプ断面形状

$$\begin{aligned}
 M_o \ddot{X}_o &= C_s \{ (\dot{X}_b + L_o \dot{\theta}_b) - \dot{X}_o \} \\
 &\quad + K_s \{ (X_b + L_o \theta_b) - X_o \} \\
 M_b \ddot{X}_b &= -C_s \{ (\dot{X}_b + L_o \dot{\theta}_b) - \dot{X}_o \} \\
 &\quad - K_s \{ (X_b + L_o \theta_b) - X_o \} \\
 &\quad + F_{sf} + F_{sr} + F_{df} + F_{dr} \\
 M_f \ddot{X}_f &= C_{tf} (\dot{X}_{tf} - \dot{X}_f) - F_{sf} \\
 &\quad + K_{tf} (X_{tf} - X_f) - F_{df} \\
 M_r \ddot{X}_r &= C_{tr} (\dot{X}_{tr} - \dot{X}_r) - F_{sr} \\
 &\quad + K_{tr} (X_{tr} - X_r) - F_{dr} \\
 I_b \ddot{\theta}_b &= -C_s L_o \{ (\dot{X}_b + L_o \dot{\theta}_b) - \dot{X}_o \} \\
 &\quad - K_s L_o \{ (X_b + L_o \theta_b) - X_o \} \\
 &\quad + L_f F_{sf} - L_r F_{sr} \\
 &\quad + L_f F_{df} - L_r F_{dr} \\
 F_{sf} &= K_{sf} X_{sf} + K_{sfr} X_{sfr} + K_{sfb} X_{sfb}^3 \\
 F_{sr} &= K_{sr} X_{sr} + K_{srr} X_{srr} + K_{srb} X_{srb}^3 \\
 X_{sf} &= X_{df} = X_f - (X_b + L_f \theta_b) \\
 X_{sr} &= X_{dr} = X_r - (X_b - L_r \theta_b) \\
 Z &= \dot{Z} T
 \end{aligned} \tag{1}$$

ここに X_{sfr} , X_{sfb} , X_{srr} , X_{srb} はそれぞればね K_{sfr} , K_{sfb} , K_{srr} , K_{srb} のたわみである。またショックアブソーバ減衰力 F_{df} および F_{dr} はショックアブソーバ相対速度 $\dot{X}_{df}$ および $\dot{X}_{dr}$ の非線形関数である⁽¹⁾。なお長さおよび質量の無次元化にはハンプを通過する各種の自動車の中で基準とする自動車のホイールベース $l_{w,st}$ および質量 $m_{a,st}$ を用い、速度の無次元化にはハンプ設計速度の基準値 $\dot{z}_{ds,st}$ を用いている⁽¹⁾。

4. 最適設計法

4.1 多目的最適設計問題 図3は複数の自動車 N 台が同一のハンプをそれぞれ一定速度で通過する場合の乗員最大加速度 $|\ddot{X}_o|_{\max}$ とハンプ通過速度 $\dot{Z}$

図3 乗員最大加速度とハンプ通過速度の関係
($n=1, 2, \dots, N; j=1, 2, \dots, J+2$)

の関係を表したものである。ただし $\dot{Z}_j$ はハンプ設計速度 ($=\dot{Z}_{ds}$)、 $|\ddot{X}_{o,n,j}|_{\max}$ ($n=1, 2, \dots, N; j=1, 2, \dots, J, J+1, J+2$) は各通過速度 $\dot{Z}_j$ における自動車 n の乗員最大加速度を表す。また σ_j ($j=J, J+1$) は $|\ddot{X}_{o,n,j}|_{\max}$ ($n=1, 2, \dots, N$) の最大値および最小値を $(|\ddot{X}_{o,n,j}|_{\max})_{\max}$ および $(|\ddot{X}_{o,n,j}|_{\max})_{\min}$ で表すとき

$$\sigma_j = (|\ddot{X}_{o,n,j}|_{\max})_{\max} - (|\ddot{X}_{o,n,j}|_{\max})_{\min} \quad \dots\dots\dots (2)$$

図3を用いてハンプの最適設計問題を述べると次のようになる。

4.1.1 目的関数 まず各自動車は $\dot{Z}_j$ 以下の速度でハンプを通過することを原則とする。この場合 $|\ddot{X}_{o,n,j}|_{\max}$ ($j=1, 2, \dots, J$) はできる限り小さいことが望ましいので、 $(|\ddot{X}_{o,n,j}|_{\max})_{\max}$ の最小化問題が考えられる。一方 $|\ddot{X}_{o,n,j}|_{\max}$ ($j=1, 2, \dots, J+2$) は異なる n に対しできる限り一致することが望ましいので、 σ_j または σ_{j+1} の最小化問題が考えられる。

そこで σ_j ($j=J, J+1$) の上限値 ε を設定し、前述の最小化問題から ε 制約問題を作り、それを SUMT 変換することによって目的関数 $p_{j,K}$ は

$$p_{j,K} = (|\ddot{X}_{o,n,j}|_{\max})_{\max} + r_K (\varepsilon - \sigma_j)^2 H(\varepsilon - \sigma_j) \quad (j=J, J+1; K=1, 2, \dots) \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに r_K は $r_{K+1} > r_K$ の条件を満足する正数である。この ε の値を変え、それぞれ最適解探索することにより、 $p_{j,K}$ を最小にする $(|\ddot{X}_{o,n,j}|_{\max})_{\max}$ と σ_j の関係、すなわちトレードオフ関係が得られる。

4.1.2 制約条件・設計変数 各自動車は $\dot{Z}_{ds}$ を超えるある速度 $\dot{Z}_{j+1}$ でハンプを通過する場合は、乗員はその過大速度について警告を受ける必要があるので、 $|\ddot{X}_{o,n,j+1}|_{\max}$ は下限 $|\ddot{X}_{o,j+1}|_{\max,L}$ によって制限を受ける。この制約条件を定式化すると

$$|\ddot{X}_{o,j+1}|_{\max,L} - |\ddot{X}_{o,n,j+1}|_{\max} \leq 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

$\dot{Z}$ の増大に伴う $|\ddot{X}_{o,n,j}|_{\max}$ の減少への制限は

$$|\ddot{X}_{o,n,j-1}|_{\max} - |\ddot{X}_{o,n,j}|_{\max} \leq 0 \quad (j=2, 3, \dots, J+2) \quad \dots\dots\dots (5)$$

ハンプ通過速度全域にわたる $|\ddot{X}_{o,n,j}|_{\max}$ への上制限は

$$|\ddot{X}_{o,n,j}|_{\max} - |\ddot{X}_{o}|_{\max,U} \leq 0 \quad (j=1, 2, \dots, J+2) \quad \dots\dots\dots (6)$$

$\dot{Z}_j$ でばね上質量最大加速度 $|\ddot{X}_{b,n,j}|_{\max}$ についても上限 $|\ddot{X}_{b,j}|_{\max,U}$ を設け

$$|\ddot{X}_{b,n,j}|_{\max} - |\ddot{X}_{b,j}|_{\max,U} \leq 0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

ハンプ寸法 $\mathbf{Y} = (Y_1, Y_2)^T$ を設計変数とするが、これについても上限 $Y_{i,U}$ 、下限 $Y_{i,L}$ を設け

$$Y_{i,U} - Y_i \leq 0, Y_i - Y_{i,L} \leq 0 \quad (i=1, 2) \quad \dots\dots\dots (8)$$

前述の制約条件式(4)～(8)を

$$g_s(\mathbf{Y}) \leq 0 \quad (s=1, 2, \dots, S) \quad \dots\dots\dots (9)$$

と表す。ただし S は制約条件式の個数である。

4.2 最適化手法 制約条件付きの前記目的関数 $p_{j,K}$ を SUMT 変換すると、制約条件のない目的関数

$$P_{j,K} = p_{j,K} + r_K \sum_{s=1}^S \{g_s(\mathbf{Y})\}^2 H(-g_s(\mathbf{Y})) \quad (j=J, J+1; K=1, 2, \dots) \quad \dots\dots\dots (10)$$

が得られる。ここに右辺第2項は罰金関数であり、その係数 r_K は $r_{K+1} > r_K$ となる正数である。

図4に最適解探索手順を示す。ただし ε を M ほど設定するので、目的関数および設計変数は

$$\left. \begin{aligned} p_{j,m,K} &= (|\ddot{X}_{o,n,j}|_{\max})_{\max} + r_{m,K} (\varepsilon_m - \sigma_j)^2 H(\varepsilon_m - \sigma_j) \\ P_{j,m,K} &= p_{j,m,K} + r_{m,K} \sum_{s=1}^S \{g_s(\mathbf{Y}_m)\}^2 \times H(-g_s(\mathbf{Y}_m)) \\ \mathbf{Y}_m &= (Y_{1,m}, Y_{2,m})^T \quad (j=J, J+1; m=1, 2, \dots, M; K=1, 2, \dots) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (11)$$

と表される。また $\mathbf{Y}_{m,0}$ は反復回数 $K=Q=1$ のときの探索開始点となる $\mathbf{Y}_m$ を、 $\mathbf{Y}_{m,Q}$ は Powell の共役方向法⁽⁵⁾による Q 回めの探索によって得られた $\mathbf{Y}_m$ をそれぞれ表す。なお ε_Y 、 ε_P は収束判定に用いられる正定数である。

5. 設計例

力学モデルの諸元として表1を仮定し、最適設計では $J=1$ 、設計速度 $\dot{Z}_1=1$ とし、 $\dot{Z}_2=1.5$ 、 $\dot{Z}_3=2$ の3

図4 最適解探索のマクロフローチャート

点の速度で最適化操作を行った。目的関数は $(|\dot{X}_{o,n,1}|_{\max})_{\max}$ と σ_2 で、制約条件および収束判定条件などは次のとおりである。 $|\dot{X}_{o,2}|_{\max,L}=0.25$, $|\dot{X}_o|_{\max,U}=3$, $|\dot{X}_{b,1}|_{\max}=0.5$, $Y_{1,L}=1$, $Y_{1,U}=5$, $Y_{2,L}=0.01$, $Y_{2,U}=0.1$, $\varepsilon_Y=0.01$, $\varepsilon_P=2 \times 10^{-3}$, $r_1=0.1$, $1, 5, 10, 50$, $r_{K+1}/r_K=5$.

二つの目的関数間のトレードオフ関係を図5に示し、最大加速度とハンプ通過速度の関係を図6～9に $\dot{Z}=0.25$ ごとの折れ線で示す。また最適ハンプ寸法、在来ハンプ寸法、およびタイヤの接地性を表2に示す。なお次元量 $\ddot{x}(\text{m/s}^2)$, $\dot{z}(\text{m/s})$ および $y(\text{m})$ は $\ddot{x}=(\dot{z}_{ds,st}^2/l_{w,st})\dot{X}$, $\dot{z}=\dot{z}_{ds,st}\dot{Z}$, $y=l_{w,st}Y$ の各式に例えば $l_{w,st}=2.52 \text{ m}$, $\dot{z}_{ds,st}=5.556 \text{ m/s}(=20 \text{ km/h})$ を代入することによって得られる。

図5の曲線はパレート最適解⁽⁴⁾の集合を表し、点Aは σ_2 の、点Bは $(|\dot{X}_{o,n,1}|_{\max})_{\max}$ のそれぞれ最小点である。 $(|\dot{X}_{o,n,1}|_{\max})_{\max}$ のA, B間の差は $(|\dot{X}_{o,n,1}|_{\max})_{\max}$

の点Bでの値の2.2%であるのに対し、 σ_2 のA, B間の差は $(|\dot{X}_{o,n,1}|_{\max})_{\max}$ の場合より大きく、この値は σ_2 の点Aでの値の37.1%である。このことから、点Aの最適ハンプを選択することが適当であると考えられる。

図7のハンプは、主にバス路線向けのものである⁽⁷⁾が、図6のハンプと比較すると、 $L_w=1.8$, $\dot{Z}=1$ の場合、乗員最大加速度 $|\dot{X}_o|_{\max}$ およびばね上質量最大加速度 $|\dot{X}_{b,1}|_{\max}$ の値は共に約25%低下し、重量車に対する加速度軽減対策の効果は現れていることがわかる。しかしながら $L_w=1.15$ については $\dot{Z}=1 \sim 1.75$ の区間の加速度はほぼ一定であり[図7(a)], 速度抑制効果は少ないものと考えられる。

これに対し図5点A, Bの最適ハンプ(図8, 9)では、 $L_w=1.8$, $\dot{Z}=1$ の場合の $|\dot{X}_o|_{\max}$ の値は図7(a)の場合に比べ約10%低下し、さらに $L_w=1.15$ の場合の加速度は $\dot{Z}=1 \sim 1.75$ の区間でも増大しており、前記在来ハンプの難点は解消されている。

表1 力学モデルの諸元

L_w	M_o	M_b	M_f	M_r	I_b	C_s	$C_{t,f}$
0.85	0.1	0.45	0.035	0.045	0.1	0.55	0.25
1	0.1	0.85	0.075	0.075	0.25	0.55	0.25
1.15	0.1	1.25	0.1	0.1	0.4	0.55	0.25
1.8	0.1	10	1	1	7.5	0.55	3.5

L_w	$C_{t,r}$	K_s	$K_{s,f}$	$K_{s,r}$	$K_{s,f,r}$	$K_{s,f,b}$
0.85	0.25	7	4	4.5	100	2.2×10^5
1	0.25	7	5.5	6	100	2.2×10^5
1.15	0.25	3.5	6.5	6	65	2.2×10^5
1.8	3.5	7	250	250	2500	1.5×10^9

L_w	$K_{s,r,r}$	$K_{s,r,b}$	$K_{t,f}$	$K_{t,r}$	I_f	L_o
0.85	100	2.2×10^5	50	50	0.35	0.08
1	100	2.2×10^5	60	60	0.5	0.1
1.15	65	2.2×10^5	60	60	0.55	0
1.8	2500	1.5×10^9	400	400	1.2	1.4

図5 目的関数間のトレードオフ関係

(a) $|\dot{X}_o|_{\max}$ (b) $|\dot{X}_{b,1}|_{\max}$ 図6 在来円弧ハンプ ($Y_1=1.452$, $Y_2=0.03968$)

図 7 在来円弧ハンプ ($Y_1=1.452$, $Y_2=0.02976$) 図 8 最適円弧ハンプ A ($Y_1=3.320$, $Y_2=0.06810$) 図 9 最適円弧ハンプ B ($Y_1=2.610$, $Y_2=0.05131$)

表 2 ハンプ寸法およびタイヤの接地性

Hump	Y_1	Y_2	L_w	$\dot{Z}_v$	
				Front	Rear
Existing	1.452	0.03968	0.85	1.25	2
			1	2.25	>3
			1.15	>3	>3
	1.452	0.02976	1.8	1.25	1.5
			0.85	>3	2.5
			1	>3	>3
Optimum A	3.320	0.06810	1.15	>3	>3
			1.8	1.5	1.75
			0.85	>3	2.5
	3.320	0.06810	1	2.75	2.25
			1.15	2.25	2
			1.8	2	2.25
Optimum B	2.610	0.05131	0.85	2	2.5
			1	2.75	2.25
			1.15	2.25	2
			1.8	2	2

非線形ばねを仮定した場合の $|\ddot{X}_b|_{\max}$ [図 6(a)] は、線形ばねを仮定した場合 [既報⁽²⁾図 5(a)] に比べ、 $\dot{Z}=1$ 以下では相違が少ないが、 $\dot{Z}>1$ では $L_w=1.8$ の場合を除き相違は比較的大きい。 $|\ddot{X}_b|_{\max}$ についても同様である [図 6(b)、既報⁽²⁾図 5(b)]。

表 2 の $\dot{Z}_v$ はタイヤが路面に接地した状態で自動車ハンプを通過することのできる限界の速度であるが、この速度は最適ハンプでは少なくとも 2 であり、最適ハンプのほうが在来ハンプよりも優れている。

6. 結 言

ϵ 制約法と SUMT を組合せた方法を用いて、円弧ハンプの多目的最適設計を行った。最適設計では、ホイールベースの長い重量車一つを含む 4 種類の自動車が同一のハンプを通過する場合を想定し、ハンプ設計

速度での乗員最大加速度の最大値とその速度の 1.5 倍の速度での乗員最大加速度の自動車間の差の最大値の二つを目的関数に設定した。得られた結果を要約すると次のようになる。

(1) 二つの目的関数のパレート最適解の集合が得られ、トレードオフ関係が明らかになった。

(2) 前記トレードオフ関係から、乗員最大加速度の自動車間の差が最小の解(A)のほうが、乗員最大加速度の最大値が最小の解(B)よりも優れているものと判断された。

(3) 長さが等しいが高さが互いに異なる二つの在来円弧ハンプと、速度抑制効果およびタイヤの接地性について数値計算により比較した結果、最適ハンプ A, B はいずれも在来ハンプよりも優れていることが判明した。

末筆ながら、本研究に際し協力いただいた本学機械工学科 坂本勝男技術員に感謝の意を表する。

文 献

- (1) 前森・坂本, 機論, 54-502, C(1988), 1217.
- (2) 前森, 機論, 55-515, C(1989), 1660.
- (3) 市川, 多目的決定の理論と方法, (1980), 143, 計測自動制御学会.
- (4) 坂和, 非線形システムの最適化, (1987), 114-120, 森北出版.
- (5) Kowalik J. and Osborne M. R. (山本・小山訳), 非線形最適化問題, (1975), 58, 109, 培風館.
- (6) Watts, G. R., Road Humps for the Control of Vehicle Speeds, *TRRL Rep.*, LR-597(1973), Transport and Road Research Laboratory.
- (7) Baguley, C., Speed Control Humps-Further Public Road Trials, *TRRL Rep.*, LR-1017(1981), Transport and Road Research Laboratory.