鉄道車輪-レール系の転動音に関する基礎的研究*

遠 藤 満^{*1}, 井 上 雅 彦^{*2}A Fundamental Study on the Rolling Noise of the Wheel/Rail
System of a Railway Vehicle

Mitsuru ENDO and Masahiko INOUE

The rolling noise of the wheel/rail system of a railway vehicle was investigated. First, the coupled vertical vibrations between a rail and a wheel were analyzed, regarding the rail as an infinitely long beam installed on an viscoelastic foundation and the wheel as a point mass. The surface roughness of the rail was considered and the contact characteristic between a rail and a wheel was linearized by using the equivalent linearization method. And by obtaining the frequency response functions for the rail and the wheel, those vertical vibrations were calculated. Then, on the basis of the acoustic model that the point sources are infinitely arrayed on the top and the lower part of the rail, the sound generated from the rail was calculated. The trend of the theoretical results for the sound pressure level agreed with the experimental results using the Shinkansen and the hypothesis that the main source of the rolling noise is the rail was ascertained.

Key Words: Sound, Rolling Noise, Wheel/Rail System, Railway Vehicle, Random Vibration

1. ま え が き

鉄道車輪-レール系の転動音の音源については従来から種々な説があったが、荒井⁽¹⁾は新幹線の実車両を用いた詳細な実験を行い、その実験結果に基づいて転動音の主音源は振動速度スペクトルが1 kHz付近になだらかなピークをもつレールの垂直方向振動である可能性を指摘した。さらに末岡ら⁽²⁾⁽³⁾は車輪とレールの垂直方向連成振動解析を行い、その振動特性が荒井⁽¹⁾の実験結果と良く似た傾向を示すことを明らかにしたが、音響解析は行っていない。

そこで本研究では転動音の発生機構を明らかにする基礎的研究として、一つの車輪が不規則表面凹凸をもつレール上を走行するときの垂直方向連成振動を、車輪とレールの Hertz 接触の影響も考慮して等価線形化法により解析し、さらにレールの垂直方向振動によって発生する音圧の解析を行って、荒井⁽¹⁾の実験結果と比較することにより、転動音の主音源がレールの垂

直方向振動であることを理論的に検証することを目的とする。

2. 理 論 解 析

2・1 解析モデル 図1(a)に示すようにばね・減衰要素で支持された表面凹凸をもつレール上に一定荷重 F_0 で圧着されて速度 V で移動する車輪を考える。ここで車輪は運動学的には質点と考えるが、レールとの接触部は Hertz の接触理論に従って変形するものとする。いまこの変形時のばね特性を等価的に線形ばね定数 k_i でおきかえると、この系は図1(b)のようにモデル化される。ここで C_i は接触部の減衰効果をダッシュポットで表したときの粘性減衰定数であり、 m , ρ_r , El_r はそれぞれ車輪の質量、レールの単位長さ当たり質量および曲げ剛性を表す。また k^* , C_r は粘弾性床の単位長さ当たりばね定数、単位長さ当たり粘性減衰定数とし、 k^* は損失係数 η を用いて $k^* = k_r(1 + i\eta)$ ($i = \sqrt{-1}$) と表されるものとする。座標系については、 x を車輪進行方向の静止座標、 φ を車輪を原点とし車輪とともに移動する移動座標、 w をレール表面の凹凸による入力変位、 u を車輪の上下方向変位、 y をレールの上下方向曲げたわみとする。

* 平成2年3月10日 東北支部第25期総会講演会において講演、原稿受付 平成元年7月12日。

*¹ 正員、東京工業大学工学部 (〒152 東京都目黒区大岡山2-12-1)。

*² 東京工業大学大学院。

図 1 解析モデル

いま車輪とレールの接触部に作用する力を F とすると、車輪の運動方程式は次のようになる。

$$m \frac{d^2 u}{dt^2} = F_0 - F \quad (1)$$

一方レールの曲げたわみに対する運動方程式は次のようになる。

$$EI_r \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \rho_r V^2 \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + C_f \frac{\partial y}{\partial t} + k_f^* y = F \delta(x - Vt) \quad (2)$$

作用力 F は車輪とレールの接触点における相対変位

$$z = u - w - y(\varphi=0) \quad (3)$$

を用いて次のように表せる。

$$F = (k_H z^{3/2} + C_H \dot{z}) I(z) \quad (4)$$

ただし $\dot{\cdot} = d/dt$

ここで k_H は Hertz の接触ばね定数、 C_H は接触部減衰定数、また $I(\cdot)$ は単位ステップ関数を表す。

いま

$$\varphi = x - Vt \quad (5)$$

の関係を用いて座標変換を行うと、式(2)は次のように表される。

$$EI_r \frac{\partial^4 y}{\partial \varphi^4} + \rho_r V^2 \frac{\partial^2 y}{\partial \varphi^2} - C_f V \frac{\partial y}{\partial \varphi} + k_f^* y + \rho_r \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - 2\rho_r V \frac{\partial^2 y}{\partial \varphi \partial t} + C_f \frac{\partial y}{\partial t} = F \delta(\varphi) \quad (6)$$

2・2 等価線形化

ここで Hertz の非線形ばねを等価的に線形化する。いま入力変位の平均値 $E[w]=0$ であるとして、接触力の変動量を次式で近似する。

$$\begin{aligned} F - F_0 &\approx k_l(z - z_0) + C_l \dot{z} \\ &= k_l z_1 + C_l \dot{z}_1 \\ &= k_l \{u_1 - w - y_1(\varphi=0)\} \\ &+ C_l \{\dot{u}_1 - \dot{w} - \dot{y}_1(\varphi=0)\} \quad (7) \end{aligned}$$

ただし

$$\begin{aligned} u_1(t) &= u(t) - u_0 \\ y_1(\varphi, t) &= y(\varphi, t) - y_0(\varphi) \\ z_1(t) &= z(t) - z_0 = u_1(t) - w(t) - y_1(0, t) \end{aligned} \quad (8)$$

とおく。ここで u_0, y_0, z_0 はおのおのの変位の平均値、 u_1, y_1, z_1 はおのおのの変位の平均値からの変動量を示す。式(4)と式(7)より等価線形化による誤差 e_r は

$$\begin{aligned} e_r &= F - F_0 - k_l(z - z_0) - C_l \dot{z} \\ &= (k_H z^{3/2} + C_H \dot{z}) I(z) - F_0 \\ &- k_l(z - z_0) - C_l \dot{z} \quad (9) \end{aligned}$$

となる。したがって $E[e_r^2]$ を最小にする z_0, k_l, C_l はそれぞれ

$$\frac{\partial E[e_r^2]}{\partial z_0} = 0, \frac{\partial E[e_r^2]}{\partial k_l} = 0, \frac{\partial E[e_r^2]}{\partial C_l} = 0 \quad (10)$$

より定まることになる。ここで一般に不規則な表面凹凸の確率過程 $\{w(t)\}$ は正規分布で表される場合が多いから⁽⁴⁾、確率過程 $\{z; \dot{z}\}$ もそれぞれ平均値 $z_0, 0$ 、分散 $\sigma_z^2, \sigma_{\dot{z}}^2$ で定義される正規分布であると仮定すると、その結合確率密度関数を用いることにより式(9)より次式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{2\pi} F_0 \sigma_z}{k_H} &= \int_0^\infty z^{3/2} \exp\left[-\frac{(z - z_0)^2}{2\sigma_z^2}\right] dz \\ \frac{\sqrt{2\pi} k_l \sigma_z^2}{k_H} &= \int_0^\infty z^{3/2} (z - z_0) \exp\left[-\frac{(z - z_0)^2}{2\sigma_z^2}\right] dz \\ \frac{\sqrt{2\pi} C_l \sigma_z}{C_H} &= \int_0^\infty \exp\left[-\frac{(z - z_0)^2}{2\sigma_z^2}\right] dz \end{aligned} \quad (11)$$

式(7)を式(1)および式(6)に代入し、さらに式(8)を用いると、変動成分 u_1, y_1 に関する次のような線形方程式を得ることができる。

$$\begin{aligned} m \frac{d^2 u_1}{dt^2} + C_l \frac{du_1}{dt} + k_l u_1 &= k_l \{w + y_1(\varphi=0)\} + C_l \left\{ \frac{dw}{dt} + \frac{dy_1(\varphi=0)}{dt} \right\} \\ EI_r \frac{\partial^4 y_1}{\partial \varphi^4} + \rho_r V^2 \frac{\partial^2 y_1}{\partial \varphi^2} - C_f V \frac{\partial y_1}{\partial \varphi} + k_f^* y_1 + \rho_r \frac{\partial^2 y_1}{\partial t^2} - 2\rho_r V \frac{\partial^2 y_1}{\partial \varphi \partial t} + C_f \frac{\partial y_1}{\partial t} &= \left\{ k_l (u_1 - w - y_1) \right. \end{aligned}$$

$$+ C_i \left(\frac{\partial u_1}{\partial t} - \frac{\partial w}{\partial t} - \frac{\partial y_1}{\partial t} \right) \delta(\varphi) \dots\dots\dots (12)$$

ここで次のようなパラメータを導入する。

$$\mu = \frac{C_i}{2m\omega_0}, \zeta = \frac{C_f}{2\rho_r\omega_0}, \alpha = \frac{V}{V_c}, N_1 = \frac{n_1}{n_0}, \Gamma = \frac{n_0 k_l}{k_f}, \tau = \omega_0 t \dots\dots\dots (13)$$

ただし

$$n_0^4 = \frac{k_f}{4EI_r}, \omega_0^2 = \frac{k_f}{\rho_r}, V_c^4 = \frac{4EI_r k_f}{\rho_r^2}, n_1 = \frac{\rho_r}{m}$$

また各変位および座標の無次元量を次のようにおく。

$$\Phi = n_0 \varphi, Y(\Phi, \tau) = n_0 y(\varphi, t), U(\tau) = n_0 u(t), W(\tau) = n_0 w(t), Z(\tau) = n_0 z(t) \dots\dots\dots (14)$$

式(13), (14)を用いると式(11)および式(12)は次のように表される。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sqrt{2\pi} F_0 n_0^{3/2} \sigma_z}{k_H} &= \int_0^\infty Z^{3/2} \exp \left[-\frac{(Z-Z_0)^2}{2\sigma_z^2} \right] dZ \\ \frac{\sqrt{2\pi} k_l n_0^{1/2} \sigma_z^3}{k_H} &= \int_0^\infty Z^{3/2} (Z-Z_0) \exp \left[-\frac{(Z-Z_0)^2}{2\sigma_z^2} \right] dZ \\ \frac{\sqrt{2\pi} C_i \sigma_z}{C_H} &= \int_0^\infty \exp \left[-\frac{(Z-Z_0)^2}{2\sigma_z^2} \right] dZ \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 U_1}{d\tau^2} + 2\mu \frac{dU_1}{d\tau} + N_1 \Gamma U_1 &= N_1 \Gamma \{ W + Y_1(\Phi=0) \} + 2\mu \left\{ \frac{dW}{d\tau} + \frac{dY_1(\Phi=0)}{d\tau} \right\} \\ \frac{\partial^4 Y_1}{\partial \Phi^4} + 4\alpha \frac{\partial^2 Y_1}{\partial \Phi^2} - 8\alpha \zeta \frac{\partial Y_1}{\partial \Phi} &+ 4(1+i\eta) Y_1 + 4 \frac{\partial^2 Y_1}{\partial \tau^2} - 8\alpha \frac{\partial^2 Y_1}{\partial \Phi \partial \tau} + 8\zeta \frac{\partial Y_1}{\partial \tau} \\ &= \frac{4}{N_1} \left\{ N_1 \Gamma (U_1 - W - Y_1) + 2\mu \left(\frac{\partial U_1}{\partial \tau} - \frac{\partial W}{\partial \tau} - \frac{\partial Y_1}{\partial \tau} \right) \right\} \delta(\Phi) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

2・3 周波数応答関数 いま角振動数を ω とし, $\Omega = \omega/\omega_0$ において各振動変位を次式のように表す。

$$\left. \begin{aligned} U_1(\tau) &= \bar{U}(\Omega) e^{i\Omega\tau}, Y_1(\Phi, \tau) = \bar{Y}(\Phi, \Omega) e^{i\Omega\tau}, W(\tau) = \bar{W}(\Omega) e^{i\Omega\tau} \\ Z_1(\tau) &= \bar{Z}(\Omega) e^{i\Omega\tau} = \{ \bar{U} - \bar{W} - \bar{Y}(0, \Omega) \} e^{i\Omega\tau} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

式(17)を式(16)に代入すると式(18)が得られる。

$$\left. \begin{aligned} (N_1 \Gamma - \Omega^2 + 2i\mu\Omega) \bar{U}(\Omega) &= (N_1 \Gamma + 2i\mu\Omega) \{ \bar{W}(\Omega) + \bar{Y}(0, \Omega) \} \\ \frac{d^4 \bar{Y}}{d\Phi^4} + 4\alpha^2 \frac{d^2 \bar{Y}}{d\Phi^2} - 8\alpha(\zeta + i\Omega) \frac{d\bar{Y}}{d\Phi} &+ 4\{1 - \Omega^2 + i(\eta + 2\zeta\Omega)\} \bar{Y} \\ &= \frac{4}{N_1} \{ (N_1 \Gamma + 2i\mu\Omega) \{ \bar{U} - \bar{W} - \bar{Y}(0, \Omega) \} \} \delta(\Phi) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

式(18)の第1式より $\bar{U}(\Omega)$ は次のように表される。

$$\bar{U}(\Omega) = \frac{N_1 \Gamma + 2i\mu\Omega}{N_1 \Gamma - \Omega^2 + 2i\mu\Omega} \{ \bar{W}(\Omega) + \bar{Y}(0, \Omega) \} \dots\dots\dots (19)$$

一方いま $\bar{Y}(\Phi, \Omega)$ を次のようにおく。

$$\bar{Y}(\Phi, \Omega) = \frac{4}{N_1} H_y(\Phi, \Omega) (N_1 \Gamma + 2i\mu\Omega) \{ \bar{U} - \bar{W} - \bar{Y}(0, \Omega) \} \dots\dots\dots (20)$$

式(20)を式(18)の第2式に代入し整理すると, H_y に関し式(21)を得る。

$$\frac{d^4 H_y}{d\Phi^4} + 4\alpha^2 \frac{d^2 H_y}{d\Phi^2} - 8\alpha(\zeta + i\Omega) \frac{dH_y}{d\Phi} + 4\{1 - \Omega^2 + i(\eta + 2\zeta\Omega)\} H_y = \delta(\Phi) \dots\dots\dots (21)$$

ここで $\Phi = \pm\infty$ で H_y およびその導関数が零という条件のもとに式(21)に次のフーリエ変換

$$\tilde{H}_y(N) = \int_{-\infty}^{\infty} H_y(\Phi, \Omega) e^{-iN\Phi} d\Phi \dots\dots\dots (22)$$

ただし

$$N = \frac{n}{n_0}, n = \frac{\omega}{V}$$

を適用すると式(23)を得る。

$$\tilde{H}_y(N) = 1/\Delta(N) \dots\dots\dots (23)$$

ただし $\Delta(N) = N^4 - 4\alpha^2 N^2 + 8\alpha(\Omega - i\zeta)N + 4\{1 - \Omega^2 + i(\eta + 2\zeta\Omega)\}$

ここで特性方程式 $\Delta(N)=0$ の解を解析的に解くのは困難なため、数値的に求めることとし、その結果得られる 4 根を

$$N_k = p_k + iq_k; \quad k=1 \sim 4 \quad \dots\dots\dots (24)$$

とおき、式(23)に逆フーリエ変換

$$H_y(\Phi, \Omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{H}_y(N) e^{iN\Phi} dN \quad \dots\dots\dots (25)$$

を適用すると、留数定理を用いて $H_y(\Phi, \Omega)$ は次式のように求まる。

$$H_y(\Phi, \Omega) = \sum_{k=1}^4 \lim_{N \rightarrow N_k} \frac{N - N_k}{\Delta(N)} e^{iN\Phi} \mathbf{I}(q_k); \Phi \geq 0, \sum_{k=1}^4 \lim_{N \rightarrow N_k} \frac{N - N_k}{\Delta(N)} e^{iN\Phi} \mathbf{I}(-q_k); \Phi < 0 \quad \dots\dots\dots (26)$$

さて入力変位振幅に対する車輪とレールの変位および相対変位の周波数応答関数 $H_{uw}(\Omega)$, $H_{yw}(\Phi, \Omega)$, $H_{zw}(\Omega)$ は式(17)より以下のように表せる。

$$\left. \begin{aligned} H_{uw}(\Omega) &= \bar{U}(\Omega)/\bar{W}(\Omega), H_{yw}(\Phi, \Omega) = \bar{Y}(\Phi, \Omega)/\bar{W}(\Omega) \\ H_{zw}(\Omega) &= \bar{Z}(\Omega)/\bar{W}(\Omega) = H_{uw}(\Omega) - 1 - H_{yw}(0, \Omega) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (27)$$

したがって式(19)より次式を得る。

$$H_{uw}(\Omega) = \frac{N_1 \Gamma + 2i\mu\Omega}{N_1 \Gamma - \Omega^2 + 2i\mu\Omega} \{1 + H_{yw}(0, \Omega)\} \quad \dots\dots\dots (28)$$

また式(20)より次式を得る。

$$H_{yw}(\Phi, \Omega) = \frac{4}{N_1} H_y(\Phi, \Omega) (N_1 \Gamma + 2i\mu\Omega) \{H_{uw}(\Omega) - 1 - H_{yw}(0, \Omega)\} \quad \dots\dots\dots (29)$$

式(28)を式(29)および式(27)の第 3 式に代入して以下の式を得る。

$$H_{yw}(\Phi, \Omega) = \frac{4}{N_1} H_y(\Phi, \Omega) \Omega^2 \frac{N_1 \Gamma + 2i\mu\Omega}{N_1 \Gamma - \Omega^2 + 2i\mu\Omega} \{1 + H_{yw}(0, \Omega)\} \quad \dots\dots\dots (30)$$

$$H_{zw}(\Omega) = \frac{\Omega^2}{N_1 \Gamma - \Omega^2 + 2i\mu\Omega} \{1 + H_{yw}(0, \Omega)\} \quad \dots\dots\dots (31)$$

式(30)において $\Phi=0$ として $H_{yw}(0, \Omega)$ について整理すると

$$H_{yw}(0, \Omega) = \frac{4}{N_1} \frac{H_y(0, \Omega)}{\frac{1}{\Omega^2} - \frac{4}{N_1} H_y(0, \Omega) - \frac{1}{N_1 \Gamma + 2i\mu\Omega}} \quad \dots\dots\dots (32)$$

これを式(28), (30), (31)に代入することにより各周波数応答関数は以下のように求まる。

$$H_{uw}(\Omega) = \frac{1}{\Omega^2} J(\Omega), H_{yw}(\Phi, \Omega) = \frac{4}{N_1} H_y(\Phi, \Omega) J(\Omega), H_{zw}(\Omega) = \frac{J(\Omega)}{N_1 \Gamma + 2i\mu\Omega} \quad \dots\dots\dots (33)$$

ただし

$$J(\Omega) = \frac{1}{\frac{1}{\Omega^2} - \frac{4}{N_1} H_y(0, \Omega) - \frac{1}{N_1 \Gamma + 2i\mu\Omega}}$$

2・4 振動応答スペクトル 角波数を $n(= \omega/V = 2\pi/\lambda, \lambda: \text{波長})$ とするとレール頭頂面の表面凹凸による変位 $w(n)$ のパワースペクトルは次式で近似されることが知られている⁽²⁾。

$$S_{ww}(n) = G_p n^{-p} \quad \dots\dots\dots (34)$$

ここで G_p および p は定数で実験的に与えられる。式(34)は式(13)で与えるパラメータおよび無次元角振動数 Ω を用いて無次元変位 W に関するパワースペクトルで表すと次式のようになる。

$$S_{ww}(\Omega) = \frac{G_p}{n_0^{p-3}} \frac{\alpha^{p-1}}{\Omega^p} \quad \dots\dots\dots (35)$$

さていま車輪とレールが点接触している場合は式(35)によって入力変位スペクトルは与えられることになるが、一般に押付け荷重 F_0 のために接触部は有限な長さをもつことになり、これよりも短い波長成分の表面凹凸は系の振動に影響しないと考えられる。したがって入力変位スペクトルを補正する必要がある、この補正係数をいま $|H_F(\Omega)|^2$ とおくと、実際の入力変位スペクトルは

$$\bar{S}_{ww}(\Omega) = |H_F(\Omega)|^2 S_{ww}(\Omega) \quad \dots\dots\dots (36)$$

となる。なお補正係数の具体的な形の求め方は文献(5)を参照されたい。

いま式(36)の入力変位スペクトルを用いると、相対変位のパワースペクトル $S_{zz}(\Omega)$ は

$$S_{zz}(\Omega) = |H_{zw}(\Omega)|^2 \bar{S}_{ww}(\Omega) \quad \dots\dots\dots (37)$$

と表される。これより相対変位の分散 σ_z^2 は

$$\sigma_z^2 = \int_{-\infty}^{\infty} S_{zz}(\Omega) d\Omega \quad \dots\dots\dots (38)$$

と表される。したがって式(15)および式(38)を連立させることにより、等価線形化のための係数 k_i , C_i および Z_o , σ_z を求めることが可能となる。

以上のようにして求めた諸数値を用い、各周波数応答関数を計算すれば、車輪およびレールの振動応答速度のパワースペクトルはそれぞれ次のようにして求まる。

$$S_{\dot{U}\dot{U}}(\Omega) = \Omega^2 |H_{UW}(\Omega)|^2 \bar{S}_{WW}(\Omega) \quad \dots\dots\dots (39)$$

$$S_{\dot{Y}\dot{Y}}(\Phi, \Omega) = \Omega^2 |H_{YW}(\Phi, \Omega)|^2 \bar{S}_{WW}(\Omega) \quad \dots\dots\dots (40)$$

2.5 放射音圧スペクトル レールから放射される音を厳密に解析することはレールの断面形状が複雑なことから困難である。そこで本論文では大略の放射音特性を把握するため次のような近似を行う。すなわちレールを微小長さに分割しそれぞれの要素のレール頭部と底部に点音源が存在するものと仮定し、それらの音源から放射される音の総和をとって放射音圧を求めることにする。また発音源も受音点も実際には速度 V で移動しているが $V/c \ll 1$ (c は音速) であるから、近似的に通常の音の波動方程式が成立するものと考えてもよい。したがっていま点音源の強さを Q_s とすると発生音圧は

$$p(r, t) = i \frac{\rho_a \omega Q_s}{4\pi r} e^{i\omega(t - \frac{r}{c})} \quad \dots\dots\dots (41)$$

と表すことができる⁽⁶⁾。ここで ρ_a は空気密度、 r は受音点までの距離である。いま車輪とレールの接触点から φ だけ離れた点の微小長さ $\Delta\varphi$ の部分が $i\omega\bar{y}(\varphi, \omega)e^{i\omega t}$ で上下方向に振動している場合、レールの頭部と底部の音源の強さ Q_{s1} , Q_{s2} はそれぞれ次式によって表される。

$$\left. \begin{aligned} Q_{s1} &= i\omega\bar{y}(\varphi, \omega)b_F\Delta\varphi \\ Q_{s2} &= -i\omega\bar{y}(\varphi, \omega)b_H\Delta\varphi \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (42)$$

ここで b_F , b_H はそれぞれレールの頭部および底部の

図2 レールと車輪の振動速度スペクトル ($\varphi=0$)

幅とする。式(42)を考慮し、さらにスラブ軌道を考えレールの置かれる弾性体を半無限体とみなすことにより、音は半空間に広がることになり、レールの放射音圧は自由空間で生じる音圧の2倍で近似される⁽⁶⁾ことを考慮すると、レールの微小長さ $\Delta\varphi$ 部分から放射される音の受音点 A での音圧の振幅 $\bar{p}(A, \omega)$ は

(a) $V=210$ km/h

(b) $V=110$ km/h

(c) $V=70$ km/h

図3 床下音の理論と実験の比較

$$\begin{aligned} \bar{p}(A, \omega) = & \frac{\rho_a \omega^2}{2\pi} \bar{y}(\varphi, \omega) \left(\frac{b_H}{r_2} e^{-i\omega \frac{r_2}{c}} \right. \\ & \left. - \frac{b_F}{r_1} e^{-i\omega \frac{r_1}{c}} \right) \Delta\varphi \quad \dots\dots\dots (43) \end{aligned}$$

と表される。ここで

$$\left. \begin{aligned} C = \frac{c}{V_c}, N_a = \frac{\rho_a}{2\pi m n_0^2}, R = n_0 r \\ B = n_0 b, \bar{P}(A, \Omega) = \frac{\bar{p}(A, \omega)}{m n_0 \omega_0^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (44)$$

なる変換を行って無次元化を実行すると、受音点 A での無次元音圧の振幅はレール各微小部分からの音圧の総和をとって

$$\begin{aligned} \bar{P}(A, \Omega) = N_a \Omega^2 \int_{-\infty}^{\infty} \bar{Y}(\varphi, \Omega) \left(\frac{B_H}{R_2} e^{-i\Omega \frac{R_2}{c}} \right. \\ \left. - \frac{B_F}{R_1} e^{-i\Omega \frac{R_1}{c}} \right) d\varphi \quad \dots\dots\dots (45) \end{aligned}$$

と表される。いまレール頭頂面凹凸による入力変位に対して、レールの振動応答を介して、最終的に出力としての放射音圧を得るための周波数応答関数を

$$H_{PW}(A, \Omega) = \bar{P}(A, \Omega) / W(\Omega) \quad \dots\dots\dots (46)$$

とおき、式(27)を利用すると

$$\begin{aligned} H_{PW}(A, \Omega) = N_a \Omega^2 \int_{-\infty}^{\infty} H_{YW}(\varphi, \Omega) \left(\frac{B_H}{R_2} e^{-i\Omega \frac{R_2}{c}} \right. \\ \left. - \frac{B_F}{R_1} e^{-i\Omega \frac{R_1}{c}} \right) d\varphi \quad \dots\dots\dots (47) \end{aligned}$$

と表される。したがって最終的に放射音圧スペクトルは次式で与えられることになる。

$$S_{PP}(A, \Omega) = |H_{PW}(A, \Omega)|^2 \bar{S}_{WW}(\Omega) \quad \dots\dots\dots (48)$$

なお式(47)の積分は実際の計算にあたっては微小長さに分割してその値の総和をとって求めている。

3. 計算結果および実験結果との比較

数値計算に用いた諸定数は新幹線の実車両試験に相当するものとし、 $F_0=71$ kN, $m=1300$ kg, $EI_r=63.6 \times 10^5$ N・m², $\rho_r=60.8$ kg/m, $b_H=0.065$ m, $b_F=0.145$ m, $k_f=8.65 \times 10^7$ N/m², $\eta=0.2$, $\zeta=0.1$ とおいた⁽⁷⁾⁽⁸⁾。また車輪-レール接触部の粘性減衰定数は $\mu=0.01$ と

おいた。またレール頭頂面凹凸スペクトルのデータとしては実車両試験⁽¹⁾と比較的近い時期に平田ら⁽⁹⁾によって得られた結果を参考に、 $p=2$, $G_p=4.05 \times 10^{-8}$ m とした。また床下音測定用マイクロフォンの設置場所は車両中央軸上で車輪-レール接触点から φ 方向に 0.8 m, 高さ 0.71 m の位置である。

車輪とレールの接触点位置におけるレールと車輪の振動速度スペクトルの計算結果を図 2 に、また走行速度を変化させたときの床下音スペクトルの実験結果⁽¹⁰⁾と計算結果を図 3 に比較して示す。これらのパワースペクトルは 1 Hz あたりの dB 値で表示し、基準値は速度を 5×10^{-8} m/s, 音圧を 2.0×10^{-5} Pa としている⁽¹⁰⁾。図 2 より車輪の応答はレールの応答よりかなり低く、またレールのスペクトルの形は 1 kHz 付近になだらかなピークをもつことが観察される。また図 3 より本計算結果は実車両試験結果と傾向が比較的良好一致していることがわかる。

4. む す び

転動音の発生機構を明らかにする基礎的研究として、一つの車輪が不規則表面凹凸をもつレール上を走行するときのレールと車輪の振動を解析し、さらにそれに基づいてレールからの放射音を解析した結果、転動音の主音源はレールの垂直方向振動であるとする実車両試験結果⁽¹⁾を理論的に検証することができた。

文 献

- (1) 荒井, 機論, 49-440, C(1983), 543.
- (2) 末岡・ほか 3 名, 機論, 52-476, C(1986), 1265.
- (3) 末岡・ほか 3 名, 機論, 53-485, C(1987), 82.
- (4) Gray, G. G. and Johnson, K. L., *J. Sound Vib.*, 22- 3 (1972), 323.
- (5) 遠藤・山本, 機論, 53-490, C(1987), 1153.
- (6) 小橋, 音と音波, (1969), 112, 裳華房.
- (7) 佐藤, 鉄道技術研究報告, No. 1013(1976).
- (8) 平田, 鉄道技術研究報告, No. 1119(1979).
- (9) 平田・石井, 鉄道技術研究速報, No. 79(1979).
- (10) 荒井・ほか 5 名, 鉄道技術研究報告, No.1158(1981).