片持送水管の安定性と
圧電アクチュエータによる能動制御*高橋 史明^{*1}, 中村 茂^{*2}, 谷 順二^{*3}Dynamic Stability and Active Control of a Cantilevered Pipe Conveying
Fluid by Piezoelectric Actuators

Fumiaki TAKAHASHI, Shigeru NAKAMURA, and Junji TANI

This paper presents a theoretical study on the dynamic stability of a cantilevered pipe conveying fluid and the active control to stabilize it. The active control force is derived from the bending moment produced by a piezoelectric actuator partially attached to the pipe. The equation of motion is reduced to a finite-degree-of-freedom system by Galerkin's method. A control law is determined using the optimal-regulator theory. It is shown that in the case where fluid is drawn in from the free end, the mass and rigidity of the actuators has an opposite effect on the dynamic stability of the cantilevered pipe to the spouting case. Moreover, the optimal location of the actuator and effects of error in the mass and rigidity of the actuator on the stability of the control system are discussed.

Key Words: Vibration Control, Flutter, Stability, Galerkin's Method, Cantilevered Pipe Conveying Fluid, Piezoelectric Actuator, Optimal Regulator Theory.

1. 緒 言

構造物は大形化, 軽量化されるとそれに伴って柔軟性が増し励振されやすくなる。近年, これらの柔軟構造物の振動を抑制する方法として能動的方法が研究されている。しかし, 従動力の作用する非保存的弾性系における不安定現象の安定化の研究は少ない^{(1)~(4)}。

そこで, 本報では片持送水管に起こる不安定横振動を, 最適制御理論に基づき, 圧電アクチュエータを用いて制御し安定化する方法を考え, その有効性について検討する。送水管への制御力として, 圧電アクチュエータによって一對の集中曲げモーメントが付加される。

まず, 安定解析を行い, 送水管の安定性に与えるアクチュエータの質量, 剛性および長さの影響を調べる。また, 流体を吸い込む場合の安定性についても検討する。次に, 安定化のための制御について検討し, アクチュエータの最適位置, 制御入力制限される場合

の制御効果, そして, アクチュエータの質量と剛性の変動に対する制御系の安定性について調べる。

理論解析に際して, 系の運動方程式を片持ちの境界条件のもとにガラーキン法を適用して常微分方程式系に変換し, さらに, 状態変数ベクトルを導入して状態方程式に書き換える。この式について安定解析ならびに最適レギュレータ理論に従って最適制御入力を決定する。

2. 理 論 解 析

2・1 運動方程式と境界条件 図1に圧電素子を張った一様断面を有する片持送水管と座標系を示す。長さ L_b , 縦弾性係数 E_b , 断面二次モーメント I_b ,

図1 圧電素子を張った片持送水管と座標系

* 平成2年3月10日 東北支部第25期総会講演会において講演, 原稿受付 平成元年4月17日。

^{*1} 正員, 東北大学大学院 (〒980 仙台市青葉区荒巻字青葉)。

^{*2} 学生員, 東北大学大学院。

^{*3} 正員, 東北大学流体科学研究所 (〒980 仙台市青葉区片平2-1-1)。

単位長さ当たりの質量 m_b の片持送水管の内部を、単位長さ当たりの質量 m_f の非圧縮性流体が一定流速 V で流れる。送水管の両面には縦弾性係数 E_p 、断面二次モーメント I_p 、単位長さ当たりの質量 m_p の圧電アクチュエータが x_1 から x_2 の区間に張られている（長さ $L_p = x_2 - x_1$ ）とする。そして、流速 V がある値になると送水管は不安定状態となるため、圧電アクチュエータによって発生する曲げモーメントを制御入力として送水管を安定化問題を考える。アクチュエータに印加する電圧 $\bar{V}(t)$ と発生する曲げモーメント $M(t)$ の関係は次式で与えられる⁽³⁾。

$$M(t) = E_p h_p b (h_b + h_p) e_p(t) \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\left. \begin{aligned} e_p(t) &= d_{33} [\bar{V}(t)/t_p] \cdots \text{圧電縦効果の場合} \\ e_p(t) &= d_{31} [\bar{V}(t)/h_p] \cdots \text{圧電横効果の場合} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 d_{33} 、 d_{31} はアクチュエータの圧電定数、 t_p は積層形の場合の1層の厚さで、単板形の場合は L_p に置換する。 h_b 、 h_p はそれぞれ管とアクチュエータの厚さ、 b はそれらの幅であり、 e_p はアクチュエータの軸方向の圧電ひずみである。また、 t は時間である。管と圧電素子は Kelvin-Voigt 形の粘弾性材であると仮定する。このとき、曲げ変位を $\bar{w}(x, t)$ とすると、圧電アクチュエータの質量と剛性を考慮した片持送水管の運動方程式と境界条件は次式で与えられる⁽⁵⁾⁽⁶⁾。

$$\begin{aligned} L(w) &= \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left[(1 + \zeta_p H_1) \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} + (\mu + \mu_p H_1) \frac{\partial^3 w}{\partial \xi^2 \partial \tau} \right] + 2\sqrt{\beta_f} v \frac{\partial^2 w}{\partial \xi \partial \tau} + v^2 \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} + (1 + \beta_p H_1) \frac{\partial^2 w}{\partial \tau^2} \\ &\quad - \frac{6(k_b + k_p)\zeta_p}{3k_b^2 + 6k_b k_p + 4k_p^2} \frac{d}{d\xi} [\delta(\xi - \xi_1) - \delta(\xi - \xi_2)] u(\tau) = 0 \quad \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w \Big|_{\xi=0} &= \frac{\partial w}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} = \left[(1 + \zeta_p H_1) \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} + (\mu + \mu_p H_1) \frac{\partial^3 w}{\partial \xi^2 \partial \tau} \right] \Big|_{\xi=1} \\ &= \frac{\partial}{\partial \xi} \left[(1 + \zeta_p H_1) \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} + (\mu + \mu_p H_1) \frac{\partial^3 w}{\partial \xi^2 \partial \tau} \right] \Big|_{\xi=1} = 0 \quad \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

$\delta(\cdot)$ はデルタ関数であり、便宜上、次の無次元量および関数を導入している。

$$\left. \begin{aligned} w &= \bar{w}/L_b, \xi = x/L_b, [\xi_1, \xi_2, \Delta\xi, k_b, k_p] = [x_1, x_2, L_p, h_b, h_p]/L_b, \zeta_p = E_p I_p / E_b I_b, \\ [\beta_f, \beta_p] &= [m_f, m_p] / (m_b + m_f), [\mu, \mu_p] = [E_b^* I_b, E_p^* I_p] / \sqrt{E_b I_b (m_b + m_f) L_b^3}, v = VL_b \sqrt{m_f / E_b I_b}, \\ \tau &= t / \sqrt{(m_b + m_f) L_b^3 / E_b I_b}, u = e_p, H_1(\xi) = H(\xi - \xi_1) - H(\xi - \xi_2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 $H(\cdot)$ は単位ステップ関数、 E_b^* 、 E_p^* はそれぞれ管およびアクチュエータの内部粘性係数である。

2・2 状態方程式と出力方程式 境界条件式(4)を考慮して変位 $w(\xi, \tau)$ を次のように仮定する。

$$w(\xi, \tau) = \sum_{m=1}^N a_m(\tau) \phi_m(\xi) \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 $a_m(\tau)$ は時間に関する未知関数で、 $\phi_m(\xi)$ は次の片持りの自由曲げ振動の固有関数である。

$$\left. \begin{aligned} \phi_m(\xi) &= \cosh \alpha_m \xi - \cos \alpha_m \xi - \sigma_m (\sinh \alpha_m \xi - \sin \alpha_m \xi) \\ \sigma_m &= (\sinh \alpha_m - \sin \alpha_m) / (\cosh \alpha_m + \cos \alpha_m) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\int_0^1 \phi_r(\xi) \phi_m(\xi) d\xi = \delta_{rm} \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 δ_{rm} はクロネッカーのデルタであり、また、 α_m は次の振動数方程式の根である。

$$1 + \cosh \alpha_m \cos \alpha_m = 0 \quad \dots\dots\dots (9)$$

式(6)を用いて式(3)にガラーキン法を適用すると次の条件式を得る。

$$\int_0^1 L(w) \phi_r(\xi) d\xi = 0 \quad (r=1, 2, \dots, N) \quad \dots\dots\dots (10)$$

式(8)の直交条件を考慮して式(10)の積分を実行し整理すると次式を得る。

$$\sum_{m=1}^N [M_{rm} \ddot{a}_m + D_{rm} \dot{a}_m + K_{rm} a_m] = G_r u \quad (r=1, 2, \dots, N) \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\left. \begin{aligned}
 M_{rm} &= \delta_{rm} + \beta_p d_{rm} \\
 D_{rm} &= \mu \alpha_m^4 \delta_{rm} + \mu_p \{ [\phi_m'' \phi_r' - \phi_m''' \phi_r] \xi_1^2 + \alpha_m^4 d_{rm} \} + 2\sqrt{\beta_f} v b_{rm} \\
 K_{rm} &= \alpha_m^4 \delta_{rm} + \zeta_p \{ [\phi_m'' \phi_r' - \phi_m''' \phi_r] \xi_1^2 + \alpha_m^4 d_{rm} \} + v^2 c_{rm} \\
 G_r &= \frac{6(k_b + k_p) \zeta_p}{3k_b^2 + 6k_b k_p + 4k_p^2} [\phi'(\xi_2) - \phi'(\xi_1)] \\
 b_{rm} &= 4 / [(\alpha_r / \alpha_m)^2 + (-1)^{r+m}] \\
 c_{rm} &= \begin{cases} 4(\alpha_m \sigma_m - \alpha_r \sigma_r) / [(-1)^{r+m} - (\alpha_r / \alpha_m)^2] & (r \neq m) \\ \alpha_r \sigma_r (2 - \alpha_r \sigma_r) & (r = m) \end{cases} \\
 d_{rm} &= \begin{cases} [\phi_m''' \phi_r - \phi_m \phi_r''' + \phi_m' \phi_r'' - \phi_m'' \phi_r'] \xi_1^2 / (\alpha_m^4 - \alpha_r^4) & (r \neq m) \\ [\alpha_r^4 \xi \phi_r^2 + 3\phi_r \phi_r''' - 2\xi \phi_r' \phi_r'' - \phi_r' \phi_r'' + \xi (\phi_r'')^2] \xi_1^2 / 4\alpha_r^4 & (r = m) \end{cases}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

ここに、() は τ に、()' は ξ に関する微分を表す。

制御入力 $u(\tau)$ の制御則を決定するため最適レギュレータ理論を適用する。そこで、状態変数ベクトル $\mathbf{x}(\tau)$ を導入して式(11)を次の状態方程式に書き換える。

$$\dot{\mathbf{x}}(\tau) = \mathbf{A}\mathbf{x}(\tau) + \mathbf{b}u(\tau) \dots\dots\dots (13)$$

$$\mathbf{x}(\tau) = [a_1, a_2, \dots, a_N, \dot{a}_1, \dot{a}_2, \dots, \dot{a}_N]^T$$

$$\left. \begin{aligned}
 \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} \mathbf{O} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{D} \end{bmatrix}_{(2N \times 2N)}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} \mathbf{O} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{G} \end{bmatrix} \\
 \mathbf{M} &= [M_{rm}], \mathbf{D} = [D_{rm}], \mathbf{K} = [K_{rm}], \mathbf{G} = [G_r] \\
 &\quad (n, m = 1, 2, \dots, N)
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

ここに、[]^T は、行列の転置を表す。

系の出力として、はり先端(センサの位置)の変位を取ることにより、出力方程式は次式で与えられる。

$$\mathbf{y}(\tau) = \mathbf{C}\mathbf{x}(\tau) \dots\dots\dots (15)$$

$$\mathbf{C} = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N, 0, 0, \dots, 0]_{1 \times 2N} \dots\dots\dots (16)$$

2.3 最適レギュレータ この系の安定化を図るに当たり、できるだけ少ない制御エネルギーではりの振動を速やかに抑えることが望まれる。そこで、本問は、次の評価関数が最小となるように制御入力を決定する最適レギュレータ問題として考えることができる。

$$J = \int_0^\infty [\mathbf{x}^T(\tau) \mathbf{Q} \mathbf{x}(\tau) + r u(\tau)^2] d\tau \dots\dots\dots (17)$$

ここに、 $\mathbf{Q}$ は状態量に関する半正定対称の重み行列、 r は入力に関する正数の重み係数である。最適レギュレータ理論⁽⁷⁾によれば、本問の最適レギュレータは次の状態方程式によって表される。

$$\dot{\mathbf{x}}(\tau) = \mathbf{S}\mathbf{x}(\tau), \mathbf{S} = \mathbf{A} - r^{-1} \mathbf{b} \mathbf{b}^T \mathbf{P} \dots\dots\dots (18)$$

この解は、次式で与えられる。

$$\mathbf{x}(\tau) = e^{\mathbf{S}\tau} \mathbf{x}(0) \dots\dots\dots (19)$$

ここに、 $e^{\mathbf{S}\tau}$ は状態遷移行列、 $\mathbf{x}(0)$ は初期ベクトルである。また、最適制御入力 $u^*(\tau)$ は、

$$u^*(\tau) = -r^{-1} \mathbf{b}^T \mathbf{P} \mathbf{x}(\tau) \dots\dots\dots (20)$$

で与えられる。ここに、 $\mathbf{P}$ は次のリカッチの行列方程式を満たす正定唯一解である。

$$\mathbf{P}\mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{P} - r^{-1} \mathbf{P} \mathbf{b} \mathbf{b}^T \mathbf{P} + \mathbf{Q} = \mathbf{0} \dots\dots\dots (21)$$

この解は、有本・ポッターの方法⁽⁷⁾により求めることができる。

2.4 安定解析 片持送水管の不安定領域を求めるため、ここでは行列 $\mathbf{A}$ の固有値を直接求めてその実部と虚部の符号を調べることににより、系の安定性を判別する。すなわち、各パラメータに対し、フラッタ形およびダイバージェンス形不安定の臨界値は、それぞれ次の条件から求める。

$$\text{Re}[\lambda_i(\mathbf{A})] = 0 \quad \text{かつ} \quad \text{Im}[\lambda_i(\mathbf{A})] \neq 0 \dots\dots (22)$$

$$\text{Re}[\lambda_i(\mathbf{A})] = 0 \quad \text{かつ} \quad \text{Im}[\lambda_i(\mathbf{A})] = 0 \dots\dots (23)$$

ここに、 $\lambda_i(\mathbf{A})$ は行列 $\mathbf{A}$ の i 番めの固有値を表す。すべての固有値のうち、一つでも上の条件を満足するとき系は不安定になる。

3. 数 値 計 算

2章までの解析に基づき、片持送水管の安定性および制御効果について数値計算を行った。その際、未定係数 α_m は、8項取れば十分な精度が得られた。また、重み $\mathbf{Q}$ は $\mathbf{Q} = \mathbf{C}^T \mathbf{C}$ とし、初期条件として管の初速度を零、自由端の静的な初期変位を 0.01 とした⁽⁴⁾。以下の計算で固定したパラメータの値を表1にまとめて示す。以後、断らない限り表1の値を使うものとする。

3.1 送水管の安定性に与えるアクチュエータの影響

表1 数値計算例

Parameter	Value
μ	0.01
μ_p	0.01
β_f	0.5
k_b	0.005
k_p	0.002

響 制御しない場合の送水管の安定性に与えるアクチュエータの質量と剛性の影響を調べる。

3・1・1 噴出しの場合 ($v > 0$) 図2は、アクチュエータの質量比 $\beta_p = 1$ 、剛性比 $\zeta_p = 1$ で、その無次元長さ $\Delta\xi$ をパラメータとしたときの、管の安定性に与えるアクチュエータの張る位置の影響を示したものである。これより、どの長さのアクチュエータも、その自

由端側の端 ξ_2 が管の中央位置に来るときフラッタの臨界流速が最大になり、自由端に近づくに従って低下する。また、アクチュエータが長くなるほど臨界流速の最大値は大きくなる。

図3は、 $\beta_p = 1$ 、 $\Delta\xi = 0.3$ で、剛性比 ζ_p をパラメータとしたときのものである。これより、 ζ_p が大きくなるにつれて系の安定領域は増加し、 ζ_p に対する臨界流

図2 圧電素子の長さおよびその位置と安定性

図5 圧電素子の長さおよびその位置と安定性

図3 圧電素子の剛性およびその位置と安定性

図6 圧電素子の剛性およびその位置と安定性

図4 圧電素子の質量およびその位置と安定性

図7 圧電素子の質量およびその位置と安定性

速の変化率は、アクチュエータが固定端側にあるときのほうが自由端側にあるときよりも大きい。

同様に、図4は、 $\xi_p=1$ 、 $\Delta\xi=0.3$ で、質量比 β_p をパラメータとしたものである。これより、 β_p が大きくなるにつれて系の安定領域は減少する。また、 β_p に対する臨界流速の変化率はアクチュエータが自由端側にあるときのほうが固定端側にあるときよりも大きい。

流体が噴き出す場合、アクチュエータの剛性の増加は送水管を安定化し、質量の増加は送水管を不安定化する。

3.1.2 吸込みの場合⁽⁸⁾($v<0$) 図5, 6, 7は、それぞれ図2, 3, 4に対応しており、吸い込むこと以外はすべて同じ状態にある。噴き出す場合に比較し吸い込む場合は、図5からはアクチュエータの位置の変化に対し臨界流速の変化は単調である。図6からは、アクチュエータの剛性が大きくなると、その位置が固定端側にあるとき、フラッタの臨界流速は初め減少し再び増加する。図7からは、その質量が大きくなると臨界流速は増加する。

全般に、噴出しの場合に比較し吸込みの場合は臨界値は非常に小さく、位置にもよるが、安定性に与えるアクチュエータの質量と剛性の影響は反対である。

以下では、噴出しの場合について議論する。

3.2 アクチュエータの最適位置 アクチュエータを取付ける際の最適位置を調べる。

図8は、 $\beta_p=1$ 、 $\zeta_p=1$ 、 $r=10^4$ で、 $\Delta\xi$ をパラメータとしたときのアクチュエータの位置と最適制御入力における評価関数値(制御成績) J^* との関係を示したも

のである。このとき、流速 v は制御対象の不安定の程度をアクチュエータの位置に対して一定にしてやるために、 ξ_1 ごとに次の条件を満足するように決めた。

条件 系が1個の不安定固有値 $\bar{\lambda}$ を持ち、かつ $\text{Re}(\bar{\lambda})=0.189$ である。

このとき $\text{Im}(\bar{\lambda})=10\sim 21$ であった。これより、 $\Delta\xi$ が0.5未満のアクチュエータでは、その自由端側の端 ξ_2 が中央の位置に来るとき評価関数値が最小になり良い制御成績を上げられる。また、 $\Delta\xi$ が0.4以下のものでは固定端付近に極大値が存在するが、それより長くなるとその極大値は消失する。

同様に、図9は、 $\beta_p=1$ 、 $\zeta_p=1$ 、 $\Delta\xi=0.3$ で重み r をパラメータにしたときのものである。これより、重み r が小さくなるほど制御成績が上がり、アクチュエータの位置の変化に対する評価関数値の変動は小さい。また、重み r が変化しても制御成績の悪化する位置や最適位置にはさほど変化がない。

以上より、アクチュエータの評価関数最小の意味での最適位置は、 $\Delta\xi$ が0.5未満の場合は $\xi_2=0.5$ 、それ以外は $\xi_1=0$ となるような位置がよいと考えられる。

3.3 β_p と ζ_p に誤差を含む場合の制御系の安定性

設計段階で、アクチュエータの質量比 β_p と剛性比 ζ_p に誤差が含まれる場合の最適レギュレータの安定性について検討する。ここでは、 $\hat{S}=\mathbf{A}-\mathbf{b}\hat{\mathbf{F}}$ 、 $\hat{\mathbf{F}}=\mathbf{r}^{-1}\hat{\mathbf{b}}^T\hat{\mathbf{P}}$ の行列 $\hat{S}$ に対し、 β_p と ζ_p を走査パラメータとして安定解析を行う。ここに、 $(\hat{\cdot})$ は誤差を含んだ値に基づいて計算された行列またはベクトルである。なお、 $\Delta\xi=0.3$ 、 $\xi_1=0.175$ 、 $r=10^4$ 、 $v=10.41$ とする。

($\beta_p=\zeta_p=1$, $\text{Re}[\bar{\lambda}]=0.189$ となる v)

図8 圧電素子の長さおよびその位置と評価関数値

($\beta_p=\zeta_p=1$, $\Delta\xi=0.3$)

図9 圧電素子の位置と重み別の評価関数値

図10 $\beta_p=\zeta_p=1$ として設計した制御系の β_p 、 ζ_p の変動に対する安定性

(a) 最適位置 ($\xi_1=0.175$) (b) 最悪位置 ($\xi_1=0.025$)図 11 送水管の変位の時間応答と制御入力 ($\beta_p=\zeta_p=1$, $\Delta\xi=0.3$) ($\beta_p=\zeta_p=1$, $\Delta\xi=0.3$, $\xi_1=0.025$)

図 12 制御入力に制限がある場合の安定化効果

図 10 は, $\beta_p=1$, $\zeta_p=1$ (●印) に基づいて設計した最適レギュレータの β_p と ζ_p の変動に対する安定性を示したものである。一点鎖線は, 行列 $\bar{S}$ の固有値の中で, 最も虚軸に近いものの実部が -3.04 , -5 にそれぞれ等しくなる点を β_p と ζ_p について結んだものである。 β_p と ζ_p の実際の値が図 10 のフラッタ領域にある場合(あるいは, 設計後 β_p と ζ_p の値が図 10 のフラッタ領域へ変化した場合), この最適レギュレータは不安定であり, 送水管はフラッタを起こす。また, 誤差の入り方によって最適レギュレータは設計段階で予想したものより, より安定になることがある。

以上から, ここで調べた範囲では, アクチュエータの質量については誤差の許容範囲は十分広いが, 剛性については実際の値より大きく見積もらないよう注意が必要である。

3.4 安定化のシミュレーション 入力と応答のシミュレーションにより圧電素子を用いた制御法の有効性を検討する。 $\beta_p=1$, $\zeta_p=1$, $\Delta\xi=0.3$ とする。

図 11(a) は, 図 9 からアクチュエータを最適位置 $\xi_1=0.175$ ($\xi_2=0.475$) に張り前述の条件を満たすように $v=10.41$ とした場合の, 図 11(b) は, 同様に, 最悪位置 $\xi_1=0.025$ ($\xi_2=0.325$) に張り $v=9.61$ とした場合の管の自由端の変位の応答と制御入力を重み r を変えて示したものである。上段は変位の応答, 下段は制御入力である。フラッタ状態の送水管が制御入力を加えることにより安定化され, アクチュエータが最適位置にある場合は最悪位置にある場合より小さい制御入力でも, しかも良好に安定化されていることがわかる。

3.5 制御入力に制限がある場合 ここまでの解析では, 制御入力であるアクチュエータの圧電ひずみ e_p は無制限に与えられるものとしてきたが, 実際には限界がある。そこで, ここではアクチュエータの発生する圧電ひずみが制限される場合の安定化効果について検討する。圧電アクチュエータには, 10^{-4} 程度の圧電ひずみの発生が期待できる⁽⁹⁾。

そこで, 図 12 は, 条件の悪い場合を選び図 11(b) の $r=10^2$ の入力に対して制限量を $u_{lim}=6 \times 10^{-5}$ と $u_{lim}=3 \times 10^{-5}$ の 2 おりに設定した場合の安定化の様子を示したものである。これより, $u_{lim}=6 \times 10^{-5}$ の場合にはうまく安定化されているが, $u_{lim}=3 \times 10^{-5}$ の場合には安定化され難くなっているのがわかる。したがって, 制御入力がさらに制限された場合にはもはや安定化できなくなる可能性がある。

本計算例で取ったパラメータで, 前述の条件程度の不安定性を持つ送水管を安定化するためには, 10^{-4} の圧電ひずみを発生できるアクチュエータでは, 管の長さに対し 30% の長さが適当であると考えられる。

4. 結 言

片持送水管の噴出しと吸込みにおける安定性と能動制御について理論解析し, 以下の結言が得られた。

(1) 片持送水管の吸込みの場合, 噴出しの場合に比較しフラッタの臨界流速は非常に小さく, アクチュエータの質量と剛性の送水管の安定性に与える効果はほぼ反対の傾向である。

(2) 無次元長さ $\Delta\xi=0.5$ 未満の圧電アクチュエ

ータの最適位置について、安定性と制御効果の両面から見てほぼ一致し、アクチュエータは、送水管の自由端側の端が管の中ほどに来るように取付けると良い制御効果が得られる。

(3) 最適レギュレータの設計の際、アクチュエータの質量については実際より大きく見積もっても構わないが、剛性については実際より大きく見積もると安定化できないことがあるので注意を要する。

(4) 制御入力の大きさがある程度制限されても安定化効果は得られる。

(5) 目安として、本報の計算例で扱った送水管の安定化には、管の長さに対し 30 % の長さのアクチュエータが適当である。

本報における数値計算は、すべて東北大学大型計算機センター ACOS 2020 により行った。なお、本研究の一部は平成元年度文部省科学研究費補助金〔奨励研究(A)〕によることを付記し謝意を表する。

文 献

- (1) Kalmbach, C. F., Dowell, E. H. and Moon, F. C., The Suppression of a Dynamic Instability of an Elastic Body using Feedback Control, *Int. J. Solids Struct.*, **10** (1974), 361.
- (2) 土岐・谷, 片持送水管の安定性とその能動制御(チンドンによる安定化の一試み), *機論*, **54**-498, C(1988), 357.
- (3) 高橋・谷, 流体ジェットにより横撓動力を受ける片持はりの能動制御, *機論*, **55**-513, C(1989), 1199.
- (4) 高橋・谷, 流体ジェットにより横撓動力を受ける片持はりの圧電アクチュエータによる能動制御, *機論*, **56**-527, C(1990), 掲載予定.
- (5) Paidoussis, M. P. and Issid, N. T., Dynamic Stability of Pipes Conveying Fluid, *J. Sound Vib.*, **33**-3(1974), 267.
- (6) 杉山・熊谷・岸・川越, 送水管の安定性に関する研究(集中質量と減衰の効果), *機論*, **51**-467, C(1988), 1506.
- (7) 小郷・美多, システム制御理論入門, (1979), 158-160, 実教出版.
- (8) Paidoussis, M. P. and Luu, T. P., Dynamics of a Pipe Aspirating Fluid Such as Might be Used in Ocean Mining, *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, **107**(1985), 250.
- (9) 高橋・山田・初沢・林, 圧電アクチュエータ/超音波モータの特性とその制御技術・応用例, (1987), 3, 技研情報センター.