グラフ理論による送りねじを用いた位置決め機構の 動的挙動の解析*

綿貫啓一^{*1}, 丸山一男^{*2}, 大滝英征^{*3}

Analysis of Dynamic Behaviour for a Lead Screw-Type Positioning System Using Linear Graph Theory

Keiichi WATANUKI, Kazuo MARUYAMA, and Hideyuki OHTAKI

Recently, the fine positioning system has come to be used in the mechanical industry, and has required improvement of positioning accuracy, reduction of positioning time, increase of carrying capacity and so on. However, the existing control method for the positioning stage may cause delay of phase response or residual vibration when disturbance or overweight acts on the system or stage drives at a high speed. In order to obtain the optimum control inputs, it is necessary to grasp the dynamic behaviour of the system exactly. This paper deals with the transient response of the positioning stage using the linear graph theory which has been reported previously. The simulated results are compared with the experimental ones, and they are found to be in good agreement. Through these studies, it is concluded that this method is useful in analysing the dynamic behaviour of a positioning system.

Key Words: Positioning System, Machine Element, Lead Screw, Linear Graph Theory, Simulation, Dynamic Behaviour, Transient Response

1. 結 言

近年、半導体製造装置や精密加工装置などにおいて精密位置決め装置が多く用いられているが、その位置決め精度の向上、位置決め時間の高速化、可搬重量の増大などがますます要求されるようになってきている。それらの要求を満足するために、その動特性を考慮に入れて制御部分についても検討する必要がある。

位置決め装置の制御には、オープンループ方式、セミクローズドループ方式、クローズドループ方式の3種類がある。さらには、最近の計算機の性能向上に伴うソフトウェアサーボ方式、現代制御理論を利用した方式も見受けられる。オープンループ制御方式は、位置決めのための検出器を持たず、駆動部からの数値制御指令のみで制御が行われている。そのため、制御回路が比較的安価で済むことから電子部品の自動挿入機、自動装着機のX-Yテーブル、小形産業用ロボットなどで広く用いられている。しかし、この方式では、

駆動部および系を構成する機械要素の精度あるいは剛性が直接的に位置決め精度に影響を与える。そのため、高速駆動、過負荷での駆動などにおいては、入力指令に対する位置決め部の位相遅れあるいは残留振動を生じる恐れがある。そこで、制御指令を正確に与えるには系全体の動特性をできるだけ正確に把握しておく必要がある。とりわけ、残留振動が生じるような場合の制御入力の決定は、従来のように GD^2 にだけ依存する手法では困難である。また、他の制御方式にしても、系に外乱が加わる場合や過負荷となる場合、あるいは高速駆動する場合には、位置決め部には位相遅れあるいは残留振動を生じる恐れがある。そのため、最適な制御指令を与えるためには系全体の動特性を正確に把握し、フィードバックをかけることが肝要である。

そこで本報では、著者らがすでに報告しているグラフ理論⁽¹⁾を用いて、位置決め装置の力学・制御連成系の状態方程式を誘導し、過渡応答に関する数値シミュレーションを行い、動特性を把握する。また、実験によりその整合性について検討を行う。

記 号

T, f : トルク, 力
 ω, θ : 角速度, 角変位

* 平成2年3月10日 東北支部第25期総会講演会において演、原稿受付 平成元年7月11日。

*¹ 准員、東京工業大学大学院 (〒227 横浜市緑区長津田町4259)。

*² 正員、東京工業大学精密工学研究所。

*³ 正員、埼玉大学工学部 (〒338 浦和市下大久保255)。

- x, v : 変位, 速度
 t : 時間
 i, V : 電流, 電圧
 L, R : モータのインダクタンス, 内部抵抗
 K_t, K_b : モータのトルク定数, 誘起電圧定数
 J_M : モータ軸の慣性モーメント
 b_M : モータ内の軸受の粘性減衰係数
 K_{ts}, C_{ts} : 送りねじのねじり剛性, 粘性減衰係数
 L_{ts} : 送りねじのリード
 μ_{ts} : 送りねじの摩擦係数
 K_T : 送りねじ系の軸方向剛性
 K_S : ねじ軸の軸方向剛性
 K_N : ナットの軸方向剛性
 K_B : 支持軸受の軸方向剛性
 A : ねじ軸断面積 $= (\pi/4) \cdot d_e^2$
 d_e : ねじ軸有効径
 E : 縦弾性係数
 x_{ts} : 荷重作用点間距離
 K_E : 軸方向荷重が作用したときのねじ溝と剛球間の弾性変位量から求めた剛性
 ϵ : 剛性計算基準係数 $[\epsilon=0.10: \epsilon=0.05(p \text{ 圧方式})]$
 C_a : 基本動定格荷重
 F_{a0} : 予圧荷重
 δ_{a0} : 予圧荷重による軸方向弾性変位量
 α : 接触角
 D_a : 鋼球径
 Z : 鋼球数
 K_{fc}, C_{fc} : カップリングのねじり剛性, 粘性減衰係数
 μ : 摩擦係数
 m : スライドテーブルの質量
 h : 刻み時間
 I : 単位行列
 B : ループ行列
 D : カットセット行列
 F_T, F_w : ターミナル方程式の係数行列
 H : タブロー方程式の右辺ベクトル

2. 位置決め機構のシミュレーション

2・1 解析モデル 高速, 高精度な位置決めを行う機構として, 送りねじ機構が多く用いられていることを勘案して, 本報では, 図 1 (a) に示した機構を取り上げる。この機構は, 回転-直線変換機構として送りねじを採用し, スライドテーブルを移動させる。駆動源としては, DC サーボモータが用いられ, 加速および減速が頻繁に行われる。その際, カップリング, 軸,

送りねじの剛性, 摩擦などに起因する振動が生じ, 前述したように数値制御機械で使われるようなオープンループ制御方式で駆動される場合には, 位置決め安定に問題が生じてくる。

2・2 位置決め機構の状態方程式の導出 図 1

(a) に示した位置決め機構について力学-制御連成系の状態方程式をグラフ理論を用いて求めると次式のようになる。

$$\begin{bmatrix} D & 0 \\ 0 & B \\ F_T & F_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ T \\ f \\ V \\ \omega \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ H \end{bmatrix} \quad \cdots \cdots (1)$$

グラフ理論を利用して誘導されたタブロー方程式の特徴から, 式 (1) の左辺の正方行列の上半分は各構成要素の接続状況を表しており, これは図 1 (b) に示すシステムグラフより求める。ここで, システムグラフの枝は, 1: 電圧源, 2~7: DC サーボモータ, 8, 9, 11, 12, 14: 送りねじ (カップリングを含む), 10: 軸受, 13: リニアガイド, 15: スライドテーブルを表している。また, 式 (1) の下半分は各構成要素の特性を表しており, これは表 1 に示すターミナル方程式より求まる。この力学-制御連成系の状態方程式では, 位置決め機構を構成する軸受, 送りねじなどの構成要素を随意付加したり, 配置換ええたりすることができ, その特性も種々の形で取り込むことができる。そのため, 制御系の動特性を把握する際に柔軟に対応できるのが特徴である。

今回のシミュレーションでは, DC サーボモータ, フレキシブルカップリング, 送りねじ, リニアガイド

(a) シミュレーションモデル

(b) システムグラフ

図 1 シミュレーションモデルおよびシステムグラフ

表 1 各構成要素のターミナル方程式およびターミナルグラフ

Element	Model	Terminal equation	Terminal graph
DC servomotor		<ul style="list-style-type: none"> • $R i^{(n+1)} - V^{(n+1)} = 0$ • $2 L i^{(n+1)} - h V^{(n+1)} = 2 L i^{(n)} + h V^{(n)}$ • $T^{(n+1)} - K_t i^{(n+1)} = 0$ • $V^{(n+1)} - K_b \omega^{(n+1)} = 0$ • $-h T^{(n+1)} + 2 J_M \omega^{(n+1)} = h T^{(n)} + 2 J_M \omega^{(n)}$ • $T^{(n+1)} - b_M \omega^{(n+1)} = 0$
Flexible coupling		<ul style="list-style-type: none"> • $2 T^{(n+1)} - (h K_{fc} + 2 C_{fc}) \omega^{(n+1)} = 2 T^{(n)} + (h K_{fc} - 2 C_{fc}) \omega^{(n)}$
Lead screw		<ul style="list-style-type: none"> • $2 T^{(n+1)} - (h K_{ls} + 2 C_{ls}) \omega^{(n+1)} = 2 T^{(n)} + (h K_{ls} - 2 C_{ls}) \omega^{(n)}$ • $2 (\pi d_e - \mu_{ls} L_{ls}) T^{(n+1)} - d_e (L_{ls} + \mu_{ls} \pi d_e) f^{(n+1)} = 0$ • $L_{ls} \omega^{(n+1)} - 2 \pi v^{(n+1)} = 0$ • $2 f^{(n+1)} - h K_T v^{(n+1)} = 2 f^{(n)} + h K_T v^{(n)}$
Bearing		<ul style="list-style-type: none"> • $T^{(n+1)} - b \omega^{(n+1)} = 0$
Slide table & Linear guide		<ul style="list-style-type: none"> • $-h f^{(n+1)} + (2 m + h c) v^{(n+1)} = h f^{(n)} + (2 m - h c) v^{(n)} - 2 h \mu W$

およびスライドテーブルについて考慮する。まず、制御の際に最も問題となる軸方向振動およびねじり方向振動を誘起する主要因となる送りねじについては、その剛性などをよく考慮に入れて特性方程式を誘導しなければならない。そこで、ねじ部のねじり剛性、回転-直線変換部および軸方向の剛性を加味して、

$$\frac{dT}{dt} = K_{ts} \omega + C_{ts} \frac{d\omega}{dt} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$T = f \frac{d_e}{2} \frac{L_{ts} + \mu_{ts} \pi d_e}{\pi d_e - \mu_{ts} L_{ts}}, \quad \omega = \frac{2\pi}{L_{ts}} v \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{df}{dt} = K_T \cdot v \quad \dots\dots\dots (4)$$

のように決定する。ここで、式(4)の剛性 K_T は、次式で決定する。

$$\frac{1}{K_T} = \frac{1}{K_S} + \frac{1}{K_N} + \frac{1}{K_B} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$K_S = \frac{A \cdot E}{x_{ts}} \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$K_N = 0.8 \times K_E \left(\frac{F_a}{\varepsilon C_0} \right)^{1/3} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$K_B = \frac{3 F_{a0}}{\delta_{a0}} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\delta_{a0} = \frac{2}{\sin \alpha} \left(\frac{Q^2}{D_a} \right)^{1/3}, \quad Q = \frac{F_{a0}}{Z \sin \alpha} \quad \dots\dots\dots (9)$$

次に、シミュレーションの手法について述べる。式(1)で示した力学-制御連成系状態方程式において、 v は制御変数に相当するものであり、モータの入力電圧 V 、電流 i を随意に選べる。電流を選ぶ場合には力制御に、電圧を選ぶ場合には速度制御に対応することができる。例えば、位置制御フィードバック系を考える場合には、

表 2 シミュレーションモデルの諸元

Element	Symbol	Value
DC servomotor	E	Fig. 2, 4
	L	1.1×10^{-3} H
	R	1.0Ω
	K_t	6.860×10^{-2} Nm/A
	K_b	6.875×10^{-2} Vs/rad
	J_M	2.7×10^{-4} kg · m ²
	b_M	1.0×10^{-2} Nms/rad
	b_{ls}	1.327×10^5 Nm/rad
Flexible coupling	K_{fc}	1.0×10^{-2} Nms/rad
Lead screw	d	3.0×10^{-2} m
	L_{ls}	3.0×10^{-3} m
Bearing	μ_{ls}	0.005
Linear guide	b	1.0×10^{-2} Nms/rad
Slide table	μ	0.15
	m	1.351 kg

$$V = x(x_{ref} - x) \quad \dots\dots\dots (10)$$

x : フィードバックゲイン

x_{ref} : 目標位置, x : 現在位置

とすればよい。フィードバック系については、続報で述べる。本報では、数値制御機械に組み込まれるような場合をまず想定しているので、入力に対して出力が設定値どおりに得られるかどうか、すなわちシステムの動特性の把握を行うために、過渡応答解析などのシミュレーションを行う。

2.3 シミュレーション 位置決め装置の過渡応答について、式(1)を用いてシミュレーションを行う。シミュレーションに際して、ステップ状および台形波状の電圧を印加し、そのときの各構成要素ごとの動的挙動を求める。なお、本シミュレーションに用い

た系の構成要素の諸元は、後に図6で示す実験装置をもとに表2に示すように定める。

図2に示すステップ状の入力電圧を与えた場合のDCサーボモータの電流、スライドテーブルの速度の過渡応答のシミュレーション結果を図3に示す。この場合には、入力電圧が一定値であっても急速に一定値に落ち着くのではなく、スライドテーブルの速度は徐々に上昇を続け、0.5s付近になってほぼ一定値となる。また、入力電圧が1.0s後に零にまで減少したときにもスライドテーブルの速度は指令電圧に追従できずに位相遅れを生じていることがわかる。

また、図4のような台形波状の入力電圧を与えた場合のDCサーボモータの電流、スライドテーブルの速度の過渡応答のシミュレーション結果を図5に示す。この場合にも、図3と同様な傾向がみられる。いずれも、構成要素の慣性の影響、摩擦の影響などによるものと考えられる。グラフ理論を用いて誘導した状態方程式は、これらの例のようにDCサーボモータにかかる負荷およびスライドテーブルの動的挙動を容易にシ

ミュレーションすることができ、制御変数の決定に対して有用な情報を与える。

3. 実験

3.1 実験装置 図6に実験装置の概要を示す。試作した送りねじを用いた位置決め装置は、駆動機構、送り機構、案内機構などから構成されている。駆動機構には、DCサーボモータ（定格24V、出力120W）を用いている。送り機構には、ボールねじ（ピッチ3mm、ねじ部外径 $\phi 30$ 、ねじ部長さ425mm）を用い、DCサーボモータとの接合部には、フレキシブルカップリングを用いている。また、送り機構の支持部には、モータ側に組合せアンギュラスラスト玉軸受を、他端に円筒ころ軸受を用いている。案内機構にはローラボールを使用した転がり直動案内を採用している。スライドテーブルの可動範囲は330mmである。

3.2 実験方法 2章では、グラフ理論を用いて送りねじを用いた位置決め装置の動的挙動の解析を行ったが、その整合性を検討するために実験を行う。図

図2 入力電圧 I

図4 入力電圧 II

(a) DC モータの電流

(a) DC モータの電流

(b) スライドテーブルの速度

図3 過渡応答のシミュレーション結果 I

(b) スライドテーブルの速度

図5 過渡応答のシミュレーション結果 II

7に、実験装置の計測系を示す。DC サーボモータへの入力電圧 V は、パーソナルコンピュータより D-A コンバータを通じてパワーアンプを介して印加する。その際の DC サーボモータの電流 i は、電機子回路と直列に結合した抵抗により、電磁オシログラフで測定する。軸の回転速度は、DC サーボモータに取付けたロータリエンコーダにより UP-DOWN カウンタを介してパーソナルコンピュータに取り込み測定する。スライ

(a)

(b)

図 6 実験装置の概要

図 7 実験装置の計測系

ドテーブルの位置は He-Ne レーザ測長器 (分解能 $\lambda/4$, λ : 波長) により測定し、同様にパーソナルコンピュータに取り込む。また、スライドテーブルの加速度は、テーブル上面に加速度計を取付け、アンプおよび A-D コンバータを介してパーソナルコンピュータに取り込まれる。

実験においては、DC モータへの入力電圧をあらかじめパーソナルコンピュータのメモリに格納しておき、一定時間ごとに DC モータに印加していく。そして、そのときの DC モータ軸の回転角、スライドテーブルの速度などを計測する。

4. 実験結果および考察

入力電圧を図 2 と同様に与えた場合の DC サーボモータにかかる電流およびスライドテーブル速度の測定結果を実線で図 8 に示す。この図 8 から、入力電圧が 17.6 V になっても電流および速度は一定値に達しておらず、また同様に 0 V になってもすぐには一定値にはなっていない。この原因は、負荷の慣性や構成要素の摩擦力などの影響によるものである。それゆえ、これらを十分に考慮して入力変数を定めないと位置決めの際の位相遅れとなることがわかる。しかし、図 8 に破線で示したシミュレーション結果と比較してみると、実験結果とは定量的によく一致していることがわかる。このように、構成要素の特性を十分に把握したうえで入力値を決定すれば、出力結果を精度よく把握できることがわかる。

(a) DC モータの電流

(b) スライドテーブルの速度

図 8 過渡応答の実験結果 I

(a) DC モータの電流

(b) スライドテーブルの速度

図 9 過渡応答の実験結果 II

また、入力電圧を図 4 と同様に台形波状に与えたときの実験結果およびシミュレーション結果を図 9 に示す。これより、ステップ応答の場合と同様、入力電圧が一定値となってからも電流や速度は一定値にはならず、位置決めの際に位相遅れを生じていることがわかる。この場合もシミュレーション結果は実験結果と定量的によく一致している。

これらのことにより、位置制御系に送りねじ、軸受、スライドテーブルなどの構成要素がある場合にも、系をグラフ理論を用いてモデル化すれば、シミュレーションのみで位置決め機構の動特性を把握できることがわかる。

次に、位置決め機構では、精度よく短時間に位置決めを行う際に、系に生じる微小振動が問題となる。振動状況を考慮しながら制御するには、入力状況に対応して生じる周波数特性を把握しておくことが必要である。図 10 は、スライドテーブルの送り方向(x 方向)の周波数をシミュレーションした結果である。ここでは、DC サーボモータを定速回転させておいた後、急停止させた場合のスライドテーブルの加速度を式(1)を利用してシミュレーションを行い、それを周波数分析する。一方、実験では、スライドテーブル上に取付けた加速度計により加速度を計測し、それを周波数分析する。図 10 より、シミュレーション結果と実験結果とは定性的に比較的良好に一致している。それらの差異は、送りねじのピッチ誤差やスライドテーブルのうねりによる成分などが影響していると考えられる。送りねじのピッチ誤差などについても、式(1)中に加味するこ

図 10 周波数解析(x 方向)

とができるので、それらを考慮することによって、さらに精度のよいシミュレーション結果を得られることが期待される。これについては、別の機会に報告したい。

5. 結 言

本論文では、グラフ理論により送りねじを用いた位置決め機構の動的挙動の解析を行った。本研究で得られた結果をまとめると以下のようになる。

(1) 送りねじを用いた位置決め機構について、DC サーボモータ、フレキシブルカップリング、軸受、ボールねじ、リニアガイドおよびスライドテーブルを考慮してモデル化を行い、システムグラフおよびターミナル方程式を誘導した。

(2) それをもとに力学・制御連成系の状態方程式をグラフ理論を用いて作成し、過渡応答に関するシミュレーションを行った。

(3) シミュレーション結果を検証するために、実験装置を製作した。

(4) 過渡応答に関する実験を行い、シミュレーション結果と比較した。その結果、シミュレーション結果と実験結果とは定量的によく一致しており、位置制御系にボールねじ、軸受、スライドテーブルなどの要素が含まれている場合にも、それらを考慮して系全体をモデル化して、グラフ理論を用いてシミュレーションすれば動特性を把握できることがわかった。

最後に、ボールねじを提供して下さい下さった東京測範(株)に厚く感謝の意を表する。

文 献

- (1) 綿貫・大滝・石川、機論、53-494、C (1987)、2135。
- (2) 鶴嶋、機械設計、30-14 (1986)、23、日刊工業新聞社。
- (3) Chua, L. O. and Lin, P. M., *Computer-Aided Analysis of Electronic Circuit: Algorithms and Computational Techniques*, (1975), 131, Prentice-Hall.
- (4) Koenig, H. E. and Blackwell, W. A., *Electro-mechanical System Theory*, (1972), 11, McGraw-Hill.
- (5) Hachtel, G. D., ほか 2 名, *IEEE Trans.*, CT-18-1 (1971), 101.