衝突を含むロボットマニプレータの安定制御*

(第1報, 1本の1自由度マニプレータの押付け制御の安定性)

正 司 康 雅^{*1}, 稲 葉 忠^{*1}
福 田 敏 男^{*2}, 細 貝 英 実^{*3}

Stable Control of Robotic Manipulator with Collision Phenomena (1st Report, Positioning of 1-DOF Manipulator)

Yasumasa SHOJI, Makoto INABA,
Toshio FUKUDA, and Hidemi HOSOKAI

In this paper, a methodology using Lyapunov direct method is proposed to analyze the stability of a 1-DOF manipulator system which is positioned on a stiff wall with collision phenomenon. The stability and response of the system are examined by parameter studies of numerical simulation. As collision is a phenomenon with energy loss, it is effectively used in the industrial field to suppress vibration. However, in the robotic field few studies have shown the control of robotics with collision, and systems are controlled to avoid rapid contact. We have adopted a Herz-type model with energy loss parameter to express the impact force between the manipulator and the wall. Using this model, we proved the stabilization effect of collision using a Lyapunov function. The effect is confirmed by the simulation. As a result, stable positioning of the manipulator on stiff wall is assured.

Key Words: Stability, Stable Control, Manipulator, Collision, Lyapunov Method, Positioning, Simulation

1. は じ め に

ロボットマニプレータを用いて環境に働きかける場合、必ず両者の間で衝突などの相互作用を生じ、多くの場合マニプレータの制御を困難にすることが見受けられる。ところが逆に、衝突はエネルギー散逸を伴う現象であるため、工学的には強度が十分な場合、配管のふれ止めや塔のサポートなどに制振用として用いられている。この違いは、マニプレータの通常の制御理論では、衝突が接触状態と非接触状態で構造変化を伴う非線形性の強い現象であるため十分に対応できないという理由と、衝突が通常のマニプレータの運動速度に対して非常に速い現象であるため、時間的にアクティブな制御が追いつかないという理由に基づいている。また逆の見方をすると、衝突はわかりにくい現象であることから、高速の接触を避けるために運動自体を遅くしなければならない状況にある。

一方、近年のFA化やFMS化により、工場のラインではマニプレータによる高速の把握や挿入あるいはその他の高速タスクに対する必要性が増してきている。また、衝突を含む環境への働きかけのアプリケーションもロボットによる部品の挿入やけがき、あるいはくぎ打ちなどの工業的なものからキャッチボールやケン玉など趣味的なものまでさまざまな形で存在する。遠隔操作におけるマスタスレーブマニプレーションにおいても、スレーブ側の接触・衝突問題を避けるために速度を遅くしている。これらを考えると、もはや衝突という現象はマニプレータの制御において解決されねばならない問題となりつつある。

ところで、衝突に関する従来の研究のうち、モデル化については次のような範ちゅうに分類できる。すなわち、(1)衝突物体間の力をモデル化する相互作用力形^{(6)~(9)}、(2)衝突後構造のばね定数を変える非線形ばね形⁽¹⁰⁾、(3)反発係数を用いて衝突後の速度を表す反発形⁽¹¹⁾、(4)衝突の代わりに衝撃力を加える衝撃力形⁽¹²⁾、(5)力積で相互作用をモデル化する力積形⁽¹³⁾、(6)その他⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾などである。しかし、衝突を含むロボットマニプレータのアクティブな制御に関するものは少ない。また、対象物の動特性を考慮したロボットマニプレータの力制御問題や位置制御問題については各方面

* 平成2年3月13日 東海支部第39期総会講演会において講演、原稿受付 平成元年6月27日。

^{*1} 正員、東洋エンジニアリング(株) (〒273 船橋市東船橋6-12-10)。

^{*2} 正員、名古屋大学工学部 (〒464-01 名古屋市千種区不老町1)。

^{*3} 正員、東京理科大学工学部 (〒612 東京都新宿区神楽坂1-3)。

で研究されている。しかし、この接触時において位置制御から力制御に切替えるときはゆっくりと行い、接触・衝突問題を回避してきた。また、マスタスレーブマニプレータにおいても、この接触・衝突問題はスレーブ側をゆっくり動かす“Guarded Motion”として回避してきた。著者らもマニプレータの力/位置ハイブリッド適応制御などの研究を行ってきた^{(1)~(5)}が接触・衝突のモデリングに基づく制御問題に対しては特に触れなかった。

実際のマニプレータ制御でも衝突を含む場合には制御性が悪くなることが生じやすい。これは、マニプレータの制御方法やその安定性について不明なことが多く検討が不足していることも一因である。

そこで本研究では、線形フィードバック制御によって自由度マニプレータを壁との衝突を考慮しつつその接点に止める問題について、(1)非線形スカラー関数を用いて安定性をリアプノフの直接法⁽¹⁶⁾で検討する方法を提案した。また(2)シミュレーションによっても安定性を確認し応答性も検討した。この結果、臨界安状態など、ある条件下では衝突が系の安定化に寄与することがわかった。

2. 力学モデルと運動方程式

安定性の検討、シミュレーションを行うために図1のような力学モデルを考える。

2.1 仮定 このモデルでは次のような仮定を設けた。

仮定1 マニプレータ全体を質量-ばね-ダンパ系とし、制御入力はこのパラメータとは独立に加えられる。

仮定2 壁は等価な質量-ばね-ダンパ系とする。

仮定3 衝突による力は、ポイントの壁への食込みによって生じるものとし、Herz形の力に減衰効果を表すパラメータを乗じたものとしてモデル化する(後述2.3節衝突のモデル化の項を参照)。

仮定4 衝突による力は正(お互いに反発する力を及ぼし合う状態)のみとする。

図1 力学モデル

2.2 運動方程式 二つの質量について運動方程式をたてると次のようになる。ただし x_1, x_2 はマニプレータおよび壁の位置であり、 $x_1 = x_2 = 0$ において二つの質量-ばね-ダンパ系が自然状態となり、かつ接触力零の状態のマニプレータと壁とが接するように原点を定義する。

マニプレータ/

$$m_1 \ddot{x}_1 = -k_1 x_1 - c_1 \dot{x}_1 + f - f_w \quad (1)$$

壁/

$$m_2 \ddot{x}_2 = -k_2 x_2 - c_2 \dot{x}_2 + f_w \quad (2)$$

ここで f は制御入力、 f_w は衝突力である。制御入力は状態の線形フィードバックとし、

$$f = -K_p x_1 - K_v \dot{x}_1 \quad (3)$$

f_w については次に述べる。

2.3 衝突のモデル化 衝突は、藤田・服部によって提唱された次式^{(6)~(8)}で表す。

$$f_w = \begin{cases} (1 + p\dot{u})Hu^{3/2} & (u \geq 0 \text{ かつ } \dot{u} \geq -1/p) \\ 0 & (\text{その他}) \end{cases} \quad (4)$$

ここで

$$u = x_1 - x_2 \quad (5)$$

また、 p はエネルギー損失を表すパラメータであり、 $p=0$ のとき完全弾性衝突、 $p>0$ のとき減衰を伴う非完全弾性衝突を表す、また H は Herz の理論による値で大きな正值となる。

$$\left. \begin{array}{l} p \geq 0 \\ H > 0 \end{array} \right\} \quad (6)$$

本論文では、安定性の検討、あるいはシミュレーションに際し、衝突は有限の計測可能な時間で生じるものとして表すために衝突中の力もモデル化する必要がある。ところで、二つの物体の静的な接触力が Herz 形の力で表されることは一般に受け入れられており、エネルギー損失も表され、かつ実験値ともよく合うので、本モデルここでは最も妥当と判断して式(4)を採用した。これより、仮定4から $u \geq 0$ かつ $\dot{u} \geq -1/p$ を接触状態、その他を非接触状態と考える。

3. 衝突を含む系の安定性

系の安定性はリアプノフの直接法によって判定する。式(7)のように二次形式の非線形スカラー関数を定義する。物理的にはばねおよび質量によって蓄えられるエネルギーと、制御入力、衝突力のばね作用によるエネルギーに対応する。

$$V = x^T P x \quad (7)$$

$$P = \begin{bmatrix} k_1 + K_p + \Delta k & 0 & -\Delta k & 0 \\ 0 & m_1 & 0 & 0 \\ -\Delta k & 0 & k_2 + \Delta k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (8)$$

$$\mathbf{x} = \{x_1 \dot{x}_1 x_2 \dot{x}_2\}^T \dots\dots\dots (9)$$

ここで

$$\Delta k = \begin{cases} aHu^{1/2} (u \geq 0 \text{ かつ } \dot{u} \geq -1/p) \\ 0 \quad (\text{その他}) \end{cases} \dots\dots\dots (10)$$

ただし, a は定数,

以下, 非接触状態と接触状態を別々に考える.

3.1 非接触状態の場合 このとき, $u < 0$ または $\dot{u} < -1/p$ で

$$\left. \begin{aligned} f_w &= 0 \\ \Delta k &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

まず $V > 0$ となるために $P = P^T > 0$ について考える.

$P = P^T$ については明らかである. また, $P > 0$ についてはシルベスターの判定法から P の小行列の行列式をとって整理すると

$$k_1 + K_p > 0 \dots\dots\dots (12)$$

のとき $P > 0$ となる. ただし, 物理的に考えて, $m_1, m_2, k_1, k_2 > 0$ とした.

次に式(7)~(9)より

$$\begin{aligned} V &= (k_1 + K_p)x_1^2 + m_1\dot{x}_1^2 + k_2x_2^2 + m_2\dot{x}_2^2 \\ \dot{V} &= 2\dot{x}_1\{(k_1 + K_p)x_1 + m_1\dot{x}_1\} \\ &\quad + 2\dot{x}_2(k_2x_2 + m_2\dot{x}_2) \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

式(1), (2)を式(13)に代入して

$$\dot{V} = -2\{(c_1 + K_v)\dot{x}_1^2 + c_2\dot{x}_2^2\} \dots\dots\dots (14)$$

物理的に $c_1, c_2 > 0$ と考えると,

$$c_1 + K_v \geq 0 \dots\dots\dots (15)$$

であれば

$$\dot{V} \leq 0 \quad (\text{十分条件})$$

すなわち

$$k_1 + K_p > 0$$

$$c_1 + K_v \geq 0$$

ならば

$$V \geq 0 \quad (\text{等号は } \mathbf{x} = \mathbf{0} \text{ の場合})$$

$$\dot{V} \leq 0$$

となる.

3.2 接触状態の場合 このとき $u \geq 0$ かつ $\dot{u} \geq -1/p$ で

$$f_w = (1 + p\dot{u})Hu^{3/2}$$

$$\Delta k = aHu^{1/2}$$

3.1節の非接触状態と同様に $P = P^T > 0$ を考える

$$k_1 + K_p + aHu^{1/2} > 0 \dots\dots\dots (16)$$

$$k_2(k_1 + K_p) + aHu^{1/2}(k_1 + k_2 + K_p) > 0 \dots\dots\dots (17)$$

が $P > 0$ の十分条件となる.

次に式(7), (8)より

$$V = (k_1 + K_p)x_1^2 + m_1\dot{x}_1^2 + k_2x_2^2 + m_2\dot{x}_2^2 + aHu^{5/2}$$

$$\begin{aligned} \dot{V} &= 2\dot{x}_1\{(k_1 + K_p)x_1 + m_1\dot{x}_1\} \\ &\quad + 2\dot{x}_2(k_2x_2 + m_2\dot{x}_2) + \frac{5}{2}aHu^{3/2}\dot{u} \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

式(1), (2)を式(18)を代入すると

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -2\{(c_1 + K_v)\dot{x}_1^2 + c_2\dot{x}_2^2\} \\ &\quad - \left(2 - \frac{5}{2}a\right)Hu^{3/2}\dot{u} - 2pHu^{3/2}\dot{u}^2 \dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

式(19)より

$$\left. \begin{aligned} c_1 + K_v &\geq 0 \\ a &= \frac{4}{5} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

であれば

$$\dot{V} \leq 0 \quad (\text{十分条件})$$

すなわち式(16), (17), (20)が満足されれば

$$V \geq 0 \quad (\text{等号は } \mathbf{x} = \mathbf{0} \text{ の場合})$$

$$\dot{V} \leq 0$$

以上を整理すると, フィードバックゲインおよび定数 a に対して

$$k_1 + K_p > 0, \quad c_1 + K_v \geq 0$$

$$a = \frac{4}{5}$$

のとき V はリアプノフ関数となる.

よって, 衝突を含む図1の系が安定であることが示された. また式(14)と式(19)とを比較すると式(19)のほうが, $2pHu^{3/2}\dot{u}^2$ だけ小さい. これは衝突による項なので, 衝突がむしろ安定化作用を持つことが考えられる.

4. シミュレーション結果と考察

衝突を含む安定性については3章で検討したが, 制御では過渡特性も重要な問題である. そこで本章ではリアプノフの方法では考察できない過渡特性について以下シミュレーションにより検討し, かつ安定性についても確認する.

4.1 解法 運動方程式より次の状態方程式を定義する.

$$\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + \mathbf{b}f + \mathbf{d}f_w \dots\dots\dots (21)$$

ここで, 以下のように $\mathbf{x}$ は状態ベクトル, $\mathbf{b}f$ は制御入力ベクトル, $\mathbf{d}f_w$ は衝突力のベクトルをおのおの表しており, f および f_w はおのおの式(3), (4)で求める.

$$\mathbf{x} = \{x_1 \dot{x}_1 x_2 \dot{x}_2\}^T$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k_1}{m_1} & -\frac{c_1}{m_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{k_2}{m_2} & -\frac{c_2}{m_2} \end{bmatrix} \dots\dots (22)$$

$$b = \left\{ 0 \quad \frac{1}{m_1} \quad 0 \quad 0 \right\}^T \dots\dots (23)$$

$$d = \left\{ 0 \quad -\frac{1}{m_1} \quad 0 \quad \frac{1}{m_2} \right\}^T \dots\dots (24)$$

これを四次のルンゲ・クッタ法で解く。

ただし、マトリックス A からわかるようにアームと壁とは独立な系であるとする。この二つの系が接触した場合には相対変位と相対速度とから決定される衝突力がお互いに働くものとする。したがって、接触している状態であってもつながっているとは考えない。また、ここでの手法では、接触・非接触の繰返しがあっても計算をすることができる。

4.2 境界条件 接触・非接触の判別は、相対変位 u と相対速度 $\dot{u}$ により決定する(2.3節参照)。このうち特に接触と非接触の状態の変化については、ルンゲ・クッタ法によるおのおのの時間刻みの前後の状態量 $(u, \dot{u})$ から接触か否かの状態を見て決める。例えば、ある時間刻みの前で非接触状態 ($u < 0$ または $\dot{u} < -1/p$) だったものが、時間刻みの後の計算結果では接触状態 ($u \geq 0$ かつ $\dot{u} \geq -1/p$) になっていれば、その時間刻みのどこかで接触するはずである。そこで、その時間刻みの中の接触する時刻 t_c を時間刻み前後の $u, \dot{u}$ から線形補間により求め、この時刻 t_c における全状態量 $(x_1 \dot{x}_1 x_2 \dot{x}_2)$ を時間刻みと t_c の比から求める。この時刻 t_c の状態を初期条件と置き直して t_c 以降の時間刻みの残り分を計算し、順次その次の時刻へ計算を進めていく。接触状態が解ける場合は接触する場合の逆に考え、ある時間刻みの前の状態が接触で、

後の状態が非接触であれば、その時間刻みの中で非接触となる時刻を求めてこの状態量を初期条件としてルンゲ・クッタ法の計算を進める。全体の計算は、この状態判別をおのおのの時間刻みで行っていく。ただし、接触状態と非接触状態の違いは式(21)の f_w が零か否かの違いだけである。

4.3 計算結果 図2から図14にシミュレーション結果を、また表1にシミュレーションに用いたパラメータを示す。ここでNo.1からNo.13の計算は次の条件となっている(表1参照)。

No.1 減衰の項をすべて零とした臨界安定な系の応答。制御は位置のフィードバックのみとした。この応答は減衰も発散もせず周期的に続いていく。また、 x_1 のほうが x_2 よりも大きくなっているのはマニプレータが壁に食い込んでいる状態を示している(以下同じ)(図2)。

No.2 マニプレータと壁による減衰の項をすべて零とし衝突のみに減衰効果を持たせた場合 ($p > 0$) の

図2 臨界安定、完全弾性衝突

図3 臨界安定、非完全弾性衝突

表1 応答を比較したパラメータ (Figは図番と対応)

No	m_1	k_1	c_1	m_2	k_2	c_2	K_p	K_v	p	H	Fig
1	1	10	0	10	500	0	5	0	0	10000	2
2	1	10	0	10	500	0	5	0	1	10000	3
3	1	10	0.2	10	500	0.5	5	0.5	0	10000	4
4	1	10	0.2	10	500	0.5	5	0.5	1	10000	5
5	1	10	0.2	10	500	0.5	5	0.5	0.1	10000	6
6	10	10	0.2	10	500	0.5	5	0.5	0.1	10000	7
7	0.1	10	0.2	10	500	0.5	5	0.5	0.1	10000	8
8	1	100	0.2	10	500	0.5	5	0.5	0.1	10000	9
9	1	1	0.2	10	500	0.5	5	0.5	0.1	10000	10
10	1	10	2	10	500	0.5	5	0.5	0.1	10000	11
11	1	100	0.2	10	500	0.5	5	0.5	0.1	10000	12
12	1	10	0.2	10	500	0.5	50	0.5	0.1	10000	13
13	1	10	0.2	10	500	0.5	5	5	0.1	10000	14

応答。制御は位置フィードバックのみとした (図3)。

No.3 線形フィードバックマニプレータの応答。ただし完全弾性衝突 ($p=0$) とした (図4)。

No.4 No.3と同じマニプレータで非完全弾性衝

突とした場合 ($p=1$) の応答 (図5)。

No.5 No.3と同じマニプレータで $p=0.1$ とした場合の応答。No.6からNo.13までのパラメータスタディの基準とする (図6)。

図4 安定系, 完全弾性衝突

図7 質量10倍の結果

図5 安定系, 非完全弾性衝突

図8 質量1/10の結果

図6 基準パラメータの結果

図9 ばね剛性10倍の結果

No. 6 No. 3のマニプレータ質量を10倍にした場合の応答 (図7).

No. 7 No. 3のマニプレータ質量を1/10にした場合の応答 (図8).

図10 ばね剛性1/10の結果

図11 減衰定数10倍の結果

図12 減衰定数1/10の結果

No. 8 No. 3のマニプレータのばね剛性を10倍にした場合の応答 (図9).

No. 9 No. 3のマニプレータのばね剛性を1/10にした場合の応答 (図10).

No. 10 No. 3のマニプレータの減衰定数を10倍にした場合の応答 (図11).

No. 11 No. 3のマニプレータの減衰定数を1/10にした場合の応答 (図12).

No. 12 No. 3の位置フィードバックゲインを10倍にした場合の応答 (図13).

No. 13 No. 3の速度フィードバックゲインを10倍にした場合の応答 (図14).

この結果から次のことがわかる。

(1) 図2と図3より、臨界安定の系がエネルギー散逸を含む衝突($p > 0$)により安定化せられる。

(2) 図4と図5より、同じ特性を持ち同じ制御をされるマニプレータでも衝突の際のエネルギー散逸によって系全体の収束性が良くなる。

図13 変位のフィードバックゲイン10倍の結果

図14 速度のフィードバックゲイン10倍の結果

(3) 線形フィードバックでも安定な押付けが可能である。

(4) 質量, ばね剛性, 減衰定数などのパラメータが変動しても安定な押付けは可能である。しかし, 応答性など収束するまでの挙動にはいろいろな違いが出てくる。例えば,

(5) アーム質量が大きくなると応答性が悪化し, 振動数が小さくなり, また質量が小さくなると応答性がよくなり, 振動数は大きくなる (図 6, 7, 8 参照)。

(6) アームのばね剛性が大きくなると, ある範囲までの収束性はよいが十分な減衰に時間がかかるようになり, 逆にこれが小さくなると, 振動数は低くなるが収束は早くなる (図 6, 9, 10 参照)。

(7) アームの減衰定数が大きくなると収束性がよくなるが, 小さくなると収束性は悪くなる (図 6, 11, 12 参照)。

(8) フィードバックゲインの変化によっても挙動は変わってくる。例えば

(9) ゲイン K_p が大きくなると, 大きな制御入力が必要になり, 減衰効果が相対的に小さくなり収束しにくくなる。

(10) ゲイン K_v が大きくなると, 減衰効果が大きくなり, 収束性がよくなる。

5. ま と め

本論文では衝突を含むマニプレータの押付け動作につき, 3章ではリアプノフの直接法によって理論的に検討し, また4章ではシミュレーションによってその過渡状態について検討した。この結果, リアプノフの

直接法によって衝突を含む系であっても安定性を論じることが可能であることが示された。また, 衝突は系を安定化させる現象であり, 線形フィードバック制御によっても衝突を含む系の安定な押付け制御が可能であることが確認された。

今後は, 衝突に関する現象について実験的に検証し, またさらに複雑な系に本論文の手法を適用していくことが課題である。

文 献

- (1) 福田・北村・谷江, 機論, 53-487, C (1987), 726.
- (2) 福田・北村・谷江, 機論, 53-496, C (1987), 2577.
- (3) 福田・谷江・光岡, 機論, 53-493, C (1987), 1950.
- (4) 福田・長谷川, 機論, 55-512, C (1989), 959.
- (5) 福田・北村・谷江, 対象物の動特性を考慮したグリップの適応ハイブリッド力制御方式, 日本ロボット学会誌, 6-2 (1988), 91.
- (6) 藤田・服部, 機論, 45-395, C (1979), 737.
- (7) 藤田・服部, 機論, 45-397, C (1979), 985.
- (8) 藤田・服部, 機論, 46-403, C (1980), 227.
- (9) 例えば, 倉掛・原, 機論, 45-399, C (1979), 1217.
- (10) 例えば, 小林(孝)・小林(繁)・紀平, 機論, 46-402, C (1980), 197.
- (11) 例えば, 佐藤, 機論, 51-468, C (1985), 1937.
- (12) 例えば, 遠藤・岡, 機論, 45-399, C (1979), 1217.
- (13) 例えば, Youcef-Toumi, K. and Gutz, D., Impact and Force Control, *Proc. IEEE Robot Autom.*, '89, (1989), 410.
- (14) 例えば, Kahng, J. and Amirouche, F., Impact Force Analysis in Mechanical Hand Design-Part I, *Int. J. Robot Autom.*, 3-3 (1988), 158.
- (15) Colgate, E. and Hogan, N., An Analysis of Contact Instability in Terms of Passive Physical Equivalents, *Proc. IEEE Robot Autom.*, '89, (1989), 404.
- (16) 市川, 適応制御, (1984), 13, 昭晃堂.