マニピュレータの近似最適軌道の一生成法*

山本元司^{*1}, 圓島信也^{*2}, 毛利 彰^{*3}

An Algorithm of Near-Optimum Trajectory Planning for Manipulators

Motoji YAMAMOTO, Shinya MARUSHIMA, and Akira MOHRI

Although many algorithms of optimum trajectory planning for manipulators have been proposed, the efficient ones which treat the general cost problem have not necessarily been obtained yet. This paper treats this general trajectory planning problem which includes the optimization of a spatial path. The proposed method is divided into two stages. One is the optimization of time trajectory with a given spatial path. For this part some efficient algorithms have already been proposed. Therefore, we use one of these algorithms in our method. The other is the optimization of the spatial path itself. To consider this problem, we represent the manipulator dynamics using a path parameter 's', and we solve this differential equation as a two-point boundary value problem. In this procedure, the gradient method is used to calculate the improved input torques. The advantages of the proposed method are the following. (1) It is easy to satisfy the given boundary condition because the dynamics is represented by the path parameter 's' which is not directly related to time. (2) The algorithm takes the form of a feasible method, thus we may stop the calculation when we get the desired accuracy of a solution. Finally the proposed method is applied to a manipulator with two links. Numerical results of the example show the effectiveness of this method.

Key Words: Automatic Control, Robotics, Mechatronics, Manipulator, Trajectory Planning, Optimum Trajectory, Path Parameter, Two-Point Boundary Value Problem, Gradient Method

1. ま え が き

産業用ロボットにおける動作教示はティーチングブレイバック方式が主流であるが、ロボットの知能化という要請から関節軌道の経路生成を自動的に行うことが望まれている。この問題はマニピュレータの軌道計画問題と呼ばれており、多くの研究がなされている。このうち作業空間に障害物等がなく、関節角に制限がない場合の軌道計画問題は二つに大別される。一つはマニピュレータの関節の空間経路が与えられる場合の問題であり、もう一つは空間経路が与えられず、その空間経路の最適化も含む場合の一般の軌道計画問題と呼ばれるものである。本論文ではこの一般の軌道計画問題を扱う。

前者の空間経路が与えられる場合の問題に対してはShinら⁽¹⁾や、Vukobratovićら⁽²⁾、および尾崎ら⁽³⁾によりDynamic Programming (以下DPと略す)を用いる手法が提案されており、最短時間問題の場合も含めて一般の評価関数に対して最適な関節軌道を生成で

きることが報告されている。特に最短時間問題の場合は他の効率的な方法^{(4)~(6)}も提案されている。一方、後者の空間経路の最適化も含む一般の軌道計画問題に対してはGeeringら⁽⁷⁾やYamamotoら⁽⁸⁾により最大原理に基づいた方法、またRajan⁽⁹⁾や尾崎ら⁽¹⁰⁾によりスプライン関数で関節軌道を近似する方法などが提案されている。しかしこれらは評価が動作時間の場合である最短時間問題を扱っており、一般の評価の場合については最短時間問題の場合に比べて報告されている例は少ない。提案されているものとして、関節軌道をなんらかの関数で近似し、その関数を表現するパラメータを与えられた評価のもとで最適化する方法がある。山本ら⁽¹¹⁾はBスプライン関数を用いることにより、また逢坂ら⁽¹²⁾はフーリエ級数を用いることによりアルゴリズムを構成している。これらの方法は軌道の始端と終端の条件を満足させることが容易であることが利点であるが、多関節の場合計算量が膨大になること、および関節軌道は近似する関数により制限を受け必ずしも十分な最適化がなされにくいという欠点がある。別の方法として直接関節軌道を求める方法がある。宇野ら⁽¹³⁾は最適軌道計画問題を非線形系の最適制御問題として定式化し関節軌道を生成している。しかし彼らの定式化においては入力の変域が考慮されていない

* 平成2年3月13日 九州支部第43期総会講演会において講演。原稿受付 平成元年3月2日。

^{*1} 正員、九州大学大学院 (〒812 福岡市東区箱崎6-10-1)。

^{*2} 准員、九州大学工学部。

^{*3} 正員、九州大学工学部。

ことや、マニピュレータの非線形性が強い場合は収束しにくい、あるいは計算量が増大することなどが問題である。

ここで提案する方法は、基本的には山本ら⁽¹⁴⁾により提案された経路パラメータ s で表現されたダイナミクスを解く方法を一般の評価の場合に拡張したものとなっており、この方法によれば与えられた境界条件の実現が容易になることが特長である。

2. 最適軌道計画問題

ここでは、本論文で扱う一般の軌道計画問題の定式化を行う。一般に n 関節のマニピュレータのダイナミクスは $\theta \in R^n$ を関節変数とすると、

$$H(\theta)\ddot{\theta} + h(\theta, \dot{\theta}) + g(\theta) + D\dot{\theta} = u \quad (1)$$

ここに

$H(\theta) \in R^{n \times n}$: 慣性マトリックス

$h(\theta, \dot{\theta}) \in R^n$: 遠心力, コリオリの力

$g(\theta) \in R^n$: 重力

$D \in R^{n \times n}$: 粘性摩擦係数

$u \in R^n$: アクチュエータ駆動力

をそれぞれ表す。現実のアクチュエータにおいては最大トルクが規定されていることから、マニピュレータの軌道計画問題においてはアクチュエータ駆動力 u は普通次のように制限される。

$$u_{\min} \leq u_i(t) \leq u_{\max} \quad (i=1, \dots, n) \quad (2)$$

ここで $u_{\min}$, $u_{\max}$ は駆動力の下限および上限を表す。一般に作業空間に障害物等がない場合の軌道計画問題では、次のように軌道の両端における関節の位置と速度のみが指定される。

$$\theta(0) = \theta_0, \theta(t_e) = \theta_e, \dot{\theta}(0) = 0, \dot{\theta}(t_e) = 0 \quad (3)$$

ここで次の積分形式の評価関数を考える。

$$J = \int_0^{t_e} f_0(\theta(t), \dot{\theta}(t), u(t)) dt \quad (4)$$

t_e は指定されていないとする。

以上により、マニピュレータの最適軌道計画問題は式(1)のダイナミクスに対して式(2)の制約条件、式(3)の境界条件のもとで式(4)の評価を最小にする関節軌道を求める問題となる。

3. 空間経路と時間軌道

ここでは空間経路と時間軌道の違いを明確にし、経路と時間を結びつける量 $\lambda(s)$ を定義し、これを用いて両者の関係を示す。

まず t は時間を表し、 s は一般的な長さを表すとする。そしてマニピュレータの関節変数 θ に対して時間軌道を $\theta(t)$ 、時間 t に依存しないパラメータ s で表

された関節の空間経路を $\theta(s)$ と表現し明確に区別する。このとき s を経路パラメータと呼ぶ。 s は例えばマニピュレータの手先に沿った移動量でも良いし、適当に正規化された量でも良い。時間 t と経路パラメータ s を結びつける量として次のように $\lambda(s)$ を定義する。

$$dt = \frac{1}{\lambda(s)} ds \quad (5)$$

時間 t は $\lambda(s)$ を用いると、

$$t(s) = \int_0^s \frac{1}{\lambda(s)} ds \quad (6)$$

と表せる。式(6)で t と s が対応づけられているとき、 $\lambda(s)$ を用いると関節軌道 $\theta(t)$ と関節経路 $\theta(s)$ の関係は次のようになる。

$$\theta(t) = \theta(s) \quad (7)$$

$$\dot{\theta}(t) = \lambda(s) \frac{d\theta(s)}{ds} \quad (8)$$

$$\ddot{\theta}(t) = \lambda^2(s) \frac{d^2\theta(s)}{ds^2} + \lambda(s) \frac{d\lambda(s)}{ds} \frac{d\theta(s)}{ds} \quad (9)$$

式(7)~(9)を式(1)に代入すると、

$$\begin{aligned} u(s) = \lambda^2(s) & \left[H(\theta(s)) \frac{d^2\theta(s)}{ds^2} + h\left(\theta(s), \frac{d\theta(s)}{ds}\right) \right] \\ & + \lambda(s) \left[\frac{d\lambda(s)}{ds} H(\theta(s)) \frac{d\theta(s)}{ds} + D \frac{d\theta(s)}{ds} \right] \\ & + g(\theta(s)) \end{aligned} \quad (10)$$

式(10)から、関節経路 $\theta(s)$ が与えられれば $\lambda(s)$, $d\lambda(s)/ds$ を決めることでマニピュレータのダイナミクスが計算できることがわかる。アクチュエータ駆動力は形式的に $u(s)$ と書いたが、 t と s は式(6)で関係づけられているため $u(t) = u(s)$ と考えて良い。式(7)~(10)を式(4)に代入すると、

$$J = \int_0^{s_e} \frac{1}{\lambda(s)} f_0\left(\theta(s), \frac{d\theta(s)}{ds}, \lambda(s), u(s)\right) ds \quad (11)$$

と書ける。ここで s_e は終端における経路パラメータの値を表す。したがって、関節経路が与えられているとすると評価 J は $\lambda(s)$ の形を決定すれば一意に決まることになり、この場合の軌道計画問題は最適な $\lambda(s)$ の経路を生成する問題となる。

具体的に $\lambda(s)$ の最適経路を生成するためには s - $\lambda(s)$ 平面を格子に分割し、DP を用いて評価が最小となる経路を求めればよい。しかし DP を用いる方法は膨大な計算量を必要とし実用的とは言い難い。本論文で後に利用する $\lambda(s)$ の最適経路を生成する方法 (Minimum Cost Trajectory Planning のアルゴリズム、以下 MCTP と略す) は計算時間と解の精度の関係から、より現実的な尾崎らによる B スプラインを用いる方法⁽³⁾を多少修正して用いる。具体的なアルゴリズムは次章に示す。

4. MCTP のアルゴリズム

ここではマニピュレータの空間経路が指定される場合の軌道計画問題に対して、3章で示された $\lambda(s)$ を用いるアルゴリズム (MCTP) を簡潔に示す。なおこれは文献(3)の B スプラインを用いる方法に準じたものとなっている。

$0 \leq s \leq s_e$ を m 個の区間 $[s_0(=0), \dots, s_m(=s_e)]$ に分割し、 $s_k \leq s \leq s_{k+1}$ における $\lambda(s)$ を階数 4 の B スプライン関数を用いて表すと次のようになる。

$$s(l) = s_k + l\Delta s_k, \quad 0 \leq l \leq 1 \quad (12)$$

$$\lambda(s) = \lambda(l) = \sum_{j=-1}^2 \hat{\lambda}_{k+j} N_{k+j,4}(l) \quad (13)$$

$$\frac{d\lambda(s)}{ds} = \frac{1}{\Delta s_k} \sum_{j=-1}^2 \hat{\lambda}_{k+j} \frac{dN_{k+j,4}(l)}{dl} \quad (14)$$

ただし $\Delta s_k = s_{k+1} - s_k$

$$N_{k-1,4}(l) = (-l^3 + 3l^2 - 3l + 1)/6$$

$$N_{k,4}(l) = (3l^3 - 6l^2 + 4)/6$$

$$N_{k+1,4}(l) = (-3l^3 + 3l^2 + 3l + 1)/6$$

$$N_{k+2,4}(l) = l^3/6, \quad (k=0, \dots, m) \quad (15)$$

境界条件に関しては式(3), (8)より $\lambda(0) = \lambda(s_e) = 0$ となるように $\lambda(s)$ の制御点 $\hat{\lambda}_k$ ($k=-1, 0, 1, m-1, m, m+1$) を選ぶ[指定された点を通るように制御点を選ぶ方法は文献(11)に述べてられている]。式(12)~(15)から明らかに $\lambda(s)$ および $d\lambda(s)/ds$ は制御点 $\hat{\lambda}_k$ のみにより定まる。したがって評価関数の値も制御点 $\hat{\lambda}_k$ を決めることにより求められる。以上により空間経路が指定される場合のアルゴリズムを簡潔に示すと次のようになる。

- ① 関節軌道 $\theta(s)$ を与える。
- ② 制約条件式(2)を満たすように適当に大きな $\hat{\lambda}_k$ ($k=2, \dots, m-2$) を与えて $\lambda(s)$ の初期経路を作る。
- ③ λ の制御点 $\hat{\lambda}_k$ ($k=2, \dots, m-2$) に対して、制約条件の範囲内で評価 J が最小となるものを求める。なお一つの $\hat{\lambda}_k$ を変更したときの $\lambda(s)$ の変化は 4 区間分 ($s_{k-2} \leq s \leq s_{k+2}$) に限られるため評価 J の計算も 4 区間分のみでよい。
- ④ $\hat{\lambda}_k$ の探索を繰返し、評価 J の減少が零または零に近くなったところで計算を止める。

5. 関節経路の最適化

ここでは3章で示された経路パラメータ s で表現されたマニピュレータのダイナミクスを用いて関節経路を生成し、これを改善する方法を提案する。ここで提案する方法は文献(14)で示されている方法を評価が一般の場合にも適用できるように拡張したものとなっ

ている。

まず、式(10)を変形すると、

$$\begin{aligned} \frac{d^2\theta(s)}{ds^2} &= H(\theta(s))^{-1} \left\{ \frac{u(s) - g(s)}{\lambda^2(s)} \right. \\ &\quad - \frac{1}{\lambda(s)} \left[\frac{d\lambda(s)}{ds} \cdot H(\theta(s)) \frac{d\theta(s)}{ds} + D \frac{d\theta(s)}{ds} \right] \\ &\quad \left. - h\left(\theta(s), \frac{d\theta(s)}{ds}\right) \right\} \quad (16) \end{aligned}$$

ここで

$$\begin{cases} x_i = \theta_i \\ x_{n+i} = d\theta_i/ds \end{cases} \quad (i=1, \dots, n) \quad (17)$$

とおくと式(16)は

$$\frac{dx(s)}{ds} = f\left(x(s), \lambda(s), \frac{d\lambda(s)}{ds}, u(s)\right) \quad (18)$$

と書ける。上式は明らかに経路パラメータ s に関する微分方程式となっており、時間 t は陽には現れていない。しかし $\lambda(s)$ により s と t の対応づけがなされており、これが経路パラメータ s によるマニピュレータのダイナミクスの表現となっている。いま $\lambda(s), u(s)$ が与えられているとしてこの微分方程式を解くことを考えると、境界条件としては、 $\theta(0) = \theta_0, \theta(t_e) = \theta_e$ が与えられており、 $d\theta/ds$ の両端の値は指定されていない。すなわち $x_i(0), x_i(s_e) (i=1, \dots, n)$ が与えられ、 $x_i(0), x_i(s_e) (i=n+1, \dots, 2n)$ が未定の二点境界値問題を解くことになる。時間 t による表現では合わせるべき終端条件は $2n$ 個となるところを、この経路パラメータを用いる方法では n 個となることから問題が解きやすい形となることがわかる。ところで $\lambda(s), u(s)$ は関節経路 $\theta(s)$ が与えられて初めて計算される量であり、このままでは計算できない。そこで式(18)に基づいて $x(s)$ を求めるための更新式を

$$\frac{dx^{j+1}(s)}{ds} = f\left(x^{j+1}(s), \lambda^j(s), \frac{d\lambda^j(s)}{ds}, \hat{u}^j(s)\right) \quad (19)$$

とする。ここに j は繰返しを表し、 $\lambda^j(s)$ は前回の繰返しにおいて得られた関節経路 $x^j(s) (= [\theta^j(s)]^T, [d\theta^j(s)/ds]^T)^T$ に対して MCTP を適用して得られた最適な $\lambda(s)$ の経路である。

さて式(19)の $\hat{u}^j(s)$ として、もし関節経路 $x^j(s)$ および $\lambda^j(s)$ を式(10)に代入して得られる入力をそのまま用いるならば、この式(19)の微分方程式を二点境界値問題として解いて得られる関節経路 $x^{j+1}(s)$ は $x^j(s)$ と同一のものになってしまう。したがって $\hat{u}^j(s)$ は前回の繰返しで得られる $u^j(s)$ をもとにして改善された入力でなければならない。ここではこの $\hat{u}^j(s)$ をこう配法により求める。こう配関数を求めるための対象とする微分方程式は式(18)となるが、以下では経路

パラメータ s の表現は用いないで次のような時間 t による表現を用いる。 s から t への変換は式(7)～(9)を用いれば容易に行える。

$$\frac{dx^{j+1}(t)}{dt} = f\{x^{j+1}(t), \dot{u}^j(t)\} \quad \dots\dots\dots (20)$$

こう配関数を求めるために評価関数式(4)の形を少し変更する。すなわち、

$$J = F\{x(t_e)\} + \int_0^{t_e} f_0\{x(t), u(t)\} dt \quad \dots\dots\dots (21)$$

新たに付加された第1項は、与えられた終端条件と改善された入力 $\dot{u}^j(t)$ を用いて得られる終端の状態とのずれが大きくならないように導入されたものである。さてこう配関数を $\eta^j(t)$ とすると、 $u^j(t)$ をもとにした改善された $\dot{u}^j(t)$ は

$$\dot{u}^j(t) = u^j(t) - \alpha \eta^j(t) \quad \dots\dots\dots (22)$$

ここに α は適当な正数である。こう配関数 $\eta^j(t)$ は具体的には⁽¹⁵⁾、

$$\begin{aligned} \eta^j(t)^T = & \left[\frac{\partial F\{x(t_e)\}}{\partial x(t_e)} \right]^T \Phi^j(t_e, t) \left(\frac{\partial f}{\partial u} \right)_{x^j, u^j}^T \\ & + \left(\frac{\partial f_0}{\partial u} \right)_{x^j, u^j}^T + \int_t^{t_e} \left(\frac{\partial f_0}{\partial x} \right)_{x^j, u^j}^T \Phi^j(\tau, t) \left(\frac{\partial f}{\partial u} \right)_{x^j, u^j}^T d\tau \\ & 0 \leq t \leq t_e \quad \dots\dots\dots (23) \end{aligned}$$

ただし、 Φ は次の線形時変システムに対する状態遷移行列であり、

$$\begin{aligned} \frac{d(\delta x)}{dt} = & \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)_{x^j, u^j} \delta x + \left(\frac{\partial f}{\partial u} \right)_{x^j, u^j} \delta u \\ \begin{cases} \delta x = x - x^j \\ \delta u = u - u^j \end{cases} \quad \dots\dots\dots (24) \end{aligned}$$

$\Phi^j(t_e, t)$ は次の行列微分方程式を $\Phi^j(t_e, t_e) = I$ として逆時間で解いて求める。

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \Phi^j(t_e, t) = & -\Phi^j(t_e, t) A^j(t) \\ (0 \leq t \leq t_e) \quad \dots\dots\dots (25) \end{aligned}$$

ただし

$$A^j(t) = \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)_{x^j, u^j} \quad \dots\dots\dots (26)$$

ここで、今考えている問題においては最終時刻 t_e は未定でありこう配関数を式(23)のままで用いるのは不十分である。そこで最終時刻 t_e の変動も考慮して、式(23)に基づいてこう配関数を次のようにする。

$$\begin{aligned} \eta^j(t)_{\pm \Delta t}^T = & \left[\frac{\partial F\{x(t_e \pm \Delta t)\}}{\partial x(t_e \pm \Delta t)} \right]^T \Phi^j(t_e \pm \Delta t, t) \\ & \times \left(\frac{\partial f}{\partial u} \right)_{x^j, u^j}^T + \left(\frac{\partial f_0}{\partial u} \right)_{x^j, u^j}^T + \int_t^{t_e \pm \Delta t} \left(\frac{\partial f_0}{\partial x} \right)_{x^j, u^j}^T \Phi^j(\tau, t) \\ & \times \left(\frac{\partial f}{\partial u} \right)_{x^j, u^j}^T d\tau \quad 0 \leq t \leq t_e \pm \Delta t \quad \dots\dots\dots (27) \end{aligned}$$

このこう配を用いると式(22)の u^j は2通り計算されるが、それらを式(20)に代入して微分方程式を解いて得られる二つの経路 $x^{j+1} (+\Delta t)$ の場合、 $x^{j+1} (-\Delta t)$

の場合)において評価のよい方の経路を採用すれば良い。

6. 最適軌道計画のアルゴリズム

ここでは前章において提案された方法に基づいた軌道計画のためのアルゴリズムを示す。アルゴリズムは式(19)の更新式を繰返すことによって計算が実行されるが、そのためには初期経路である $x^0(s)$ ($= \{[\theta^0(s)]^T, [d\theta^0(s)/ds]^T\}^T$) が与えられている必要がある。ここでは関節空間における直線の経路を初期経路とする。この経路は

$$\theta^0(s) = \frac{\theta_e - \theta_0}{s_e} s + \theta_0 \quad \dots\dots\dots (28)$$

$$\frac{d\theta^0(s)}{ds} = \frac{\theta_e - \theta_0}{s_e} \quad \dots\dots\dots (29)$$

と表せる。ここで s_e は例えば経路パラメータを正規化 ($0 \leq s \leq 1$) して1とすればよい。

具体的なアルゴリズムは以下のようになる。

①式(28)、(29)により初期経路 $\theta^0(s)$ を求める。 J^0 を十分大きな正数とする。 $j = -1$ とおく。

② $j = j + 1$ とおく。

③関節経路 $\theta^j(s)$ に対して MCTP を適用して最適な $\lambda(s)$, $d\lambda(s)/ds$ を求める。式(7)～(10)に従って θ , $\dot{\theta}$, $\ddot{\theta}$, u を計算する。式(4)により評価 J^j を計算する。もし $\theta^j(s)$ に対して $\pm \Delta t$ の場合の2通りがある場合はより評価の小さいほうの経路のみを以下では用いる。 $\Delta J = J^j - J^{j-1}$ とし、 ΔJ が十分小さければ計算終了。

④ θ , $\dot{\theta} \rightarrow x$ において、遷移行列 $\Phi^j(t_e \pm \Delta t, t)$ を計算するために式(25)を解く、式(27)を用いてこう配関数 $\eta^j(t)_{\pm \Delta t}$ を計算する。

⑤式(22)により、 $\dot{u}^j(t)$ を $\pm \Delta t$ の場合の2通り計算する。ただし $\dot{u}^j(t)$ は制限条件式(2)を考慮して、もし制限域外であれば次のように修正する。

$$\begin{aligned} \dot{u}^j(t) & > u_{i\max} \text{ のとき } \dot{u}^j(t) = u_{i\max} \\ \dot{u}^j(t) & < u_{i\min} \text{ のとき } \dot{u}^j(t) = u_{i\min} \\ (i = 1, \dots, n) \quad \dots\dots\dots (30) \end{aligned}$$

式(22)の中で α は本来一次元探索により正確に求めるべきであるが、計算時間の関係から適当に小さい正定数とする。

⑥式(20)を二点境界値問題として解いて更新された経路 $x^{j+1}(s)$ を求める ($\pm \Delta t$ の場合の2通りがある)。

⑦ $x^{j+1}(s) \rightarrow \theta^{j+1}(s)$ として③へ。

7. 例 題

提案した軌道計画のアルゴリズムを図1に示す2リ

リンクのマニピュレータに対して適用する。マニピュレータは鉛直面内で運動を行う。このマニピュレータのダイナミクスは、

$$\begin{aligned} & \{2I+2ml^2(3+2\cos\theta_2)\}\ddot{\theta}_1 \\ & + \{I+ml^2(1+2\cos\theta_2)\}\ddot{\theta}_2 - 2ml^2 \\ & \times \sin\theta_2(2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_2^2) \\ & - mgl\{3\sin\theta_1 + \sin(\theta_1+\theta_2)\} = u_1 \\ & \{I+ml^2(1+2\cos\theta_2)\}\ddot{\theta}_1 + \{I+ml^2\}\ddot{\theta}_2 \\ & + 2ml^2\sin\theta_2\dot{\theta}_1^2 - mgl\sin(\theta_1+\theta_2) = u_2 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (31)$$

と表される。ここで I は各リンクの重心回りの慣性モ

ーメント ($I=4.167 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$), m は各リンクの質量 ($m=1.0 \text{ kg}$), l は各リンクの長さの $1/2$ ($l=0.1 \text{ m}$), 摩擦を表す項 D の各成分は簡単のために零とおく。式(4)における評価の形は

$$f_0 = 1 + \beta(u_1^2 + u_2^2) \dots\dots\dots (32)$$

とした。例題の中で β はすべて 0.03 とした。またこう配を計算するための評価式(21)は

$$J = \gamma \sum_{i=1}^4 (x_i(t_e) - x_{ei})^2 + \int_0^{t_e} f_0(t) dt \dots\dots\dots (33)$$

とし、 γ は 0.1 とした。 x_{ei} は与えられた終端条件を表す。駆動力の制限条件と軌道の境界条件を表1にまとめて示す。図2は初期経路として採用した関節空間における直線の経路を作業座標で示している。図中の一点鎖線がマニピュレータ各リンクの中心線を表し、実線は手先の移動経路を表している。この経路に対してMCTPを適用した結果評価は $J=0.95859$ となった。図3は1回目の繰返しにおける経路 $\theta^1(s)$ を、また図4はアルゴリズム適用後の経路 $\theta^6(s)$ を表す。このときの評価の値はそれぞれ $J=0.72659$, $J=0.57766$ となった。図5～図7はそれぞれ図2～図4の経路に対してMCTPを適用した後の関節1, 関節2の最適入

表1 駆動力の制限値と境界条件

	Joint 1	Joint 2
$u_{i \max} \text{ (N} \cdot \text{m)}$	10.0	5.0
$u_{i \min} \text{ (N} \cdot \text{m)}$	-10.0	-5.0
$\theta_1(0) \text{ (deg)}$	45.0	-90.0
$\theta_1(t_e) \text{ (deg)}$	-90.0	0.0
$\dot{\theta}_1(0) \text{ (deg/s)}$	0.0	0.0
$\dot{\theta}_1(t_e) \text{ (deg/s)}$	0.0	0.0

図1 マニピュレータの構造

図2 初期経路 $\theta^0(s)$

図3 1回目の経路 $\theta^1(s)$

図4 アルゴリズム適用後の経路 $\theta^6(s)$

図5 $\theta^0(s)$ に対する最適入力 $u(t)$

図6 $\theta^1(s)$ に対する最適入力 $u(t)$

図7 $\theta^6(s)$ に対する最適入力 $u(t)$

表 2 アルゴリズム収束の様子

	Index value J	α	Corresponding figures
$\theta^0(s)$ (Initial path)	0.958 59	—	Fig.2, Fig.5
$\theta^1(s)$	0.726 59	0.30	Fig.3, Fig.6
$\theta^2(s)$	0.584 49	0.38	
$\theta^3(s)$	0.589 54	0.01	Fig.4, Fig.7
$\theta^4(s)$	0.587 10	0.01	
$\theta^5(s)$	0.582 04	0.01	
$\theta^6(s)$	0.577 66	0.01	

力を表す。また計算途中の経路における評価の値と式(22)の α の値を表 2 に示す。

8. む す び

本論文では空間経路の最適化も含む一般の軌道計画問題に対して一つの近似的な解法を示した。提案した方法の特長として、マニピュレータのダイナミクスを時間に直接依存しない経路パラメータ s で表し、これに基づいてアルゴリズムを構成していることから、与えられた始端と終端の境界条件を容易に実現できると、解法は実行可能解法の形をしているため必要とする解の精度が得られた時点で計算を止めてよいことなどが挙げられる。この方法を例として 2 リンクのマニピュレータに適用したところ、与えられた初期経路からかなりの経路の改善が認められ解法の有効性が確か

められた。最後に本研究に対して昭和 63 年度文部省科学研究費の助成を受けたことを付記する。

文 献

- (1) Shin, K. G. and McKay, N. D., *IEEE Trans. Autom. Control*, AC-31-6 (1986), 491.
- (2) Vukobratović, M. and Kirčanski, M., *Trans. ASME J. Dyn. Syst. Meas. Control*, G-104-6 (1982), 188.
- (3) 尾崎・山本・毛利, 計測自動制御学会論文集, **23**-3 (1987), 288.
- (4) Dubowsky, S. and Shiller, Z., *Proc. RoManSy, 5th CISM-IFTOMM Symp.*, (1984), 133.
- (5) Shin, K. G. and McKay, N. D., *IEEE Trans. Autom. Control*, AC-30-6 (1985), 531.
- (6) 尾崎・秀田・山本・毛利, 計測自動制御学会論文集, **22**-10 (1986), 1074.
- (7) Geering, H. P., Guzzela, L., Hepner, S. A. R. and Onder, C. H., 文献(1)の 512 ページ.
- (8) Yamamoto, M. and Mohri, A., *Robotica*, **7**-1 (1989), 43.
- (9) Rajan, V. T., *Proc. IEEE Intl. Conf. Robotics & Automation*, (1985), 759.
- (10) 尾崎・山本・毛利, 計測自動制御学会論文集, **23**-11 (1987), 1199.
- (11) 山本・尾崎・毛利, 計測自動制御学会論文集, **24**-9 (1988), 942.
- (12) 逢坂・小野, システム制御情報学会論文集, **2**-1 (1989), 17.
- (13) 宇野・川人・鈴木, 計測自動制御学会論文集, **24**-8 (1988), 837.
- (14) 山本・井上・毛利, 機論, **55**-516, C(1989), 2077.
- (15) 嘉納, システムの最適理論と最適化, (1987), 214, コロナ社.